ISTITUTO TECNICO STATALE PER GEOMETRI
"G. MARTINO"
ROMA

COMPENDIO
DI
COSTRUZIONI

* * *

Prof. Arch. Domenico Natale

*** II ***

1993-94 rev 2003

INDICE SCHEDE

Unità di misura	1.0
Statica: le forze	1.2
Corpi rigidi vincolati	1.3
Geometria delle masse	1.4
Calcolo reazioni vincolari	2.1
Arco a 3 cerniere - trave Gerber	2.2
Caratteristiche di sollecitazione	2.3
Sollecitazioni semplici	2.4
Tensioni interne	2.5
Travi reticolari	2.6
Statica dei sistemi elastici	3.1
Sistemi iperstatici	3.2
Travi continue	3.3
Analisi dei carichi	4.1
Strutture in legno	5.1.1
Strutture in acciaio	5.1.2
Strutture in muratura	5.1.3
Cemento armato	5.2
Strutture compresse	5.3
Strutture inflesse	5.4
Trave a T	5.5
Sforzo di taglio	5.6
Plinti	6.1
Trave rovescia in c.a.	6.2
Pilastri in c.a.	6.3
Soletta in c.a.	6.4
Nervature solette	6.5
Solai misti in c.a. e laterizi	6.6
Scale in c.a.	6.7
Spinta delle terre	7.1
Muri di sostegno	7.2
Progetto muri di sostegno	7.3
Ponti	8.1
Ponti in legno	8.2
Ponti in acciaio	8.3
Ponti misti in acciaio e c.a.	8.3.3
Ponti in c.a.	8.4
Ponti in muratura	8.5
Idraulica	9.0

UNITA' DI MISURA 1.0

Nel *Sistema Internazionale (SI)* adottato in Italia dal 1982 l'unità di misura delle *forze è* il **newton** (N) definito come quella forza richiesta per imprimere ad una massa di 1 Kg l'accelerazione di 1 m al secondo per ogni secondo; la defnizìone è ottenuta dalla 2° legge della dinamica (o legge di Newton) $F = ma$.

1 N=l kg x 1 m/s^2

Nel *Sisteema Tecnico* (ST) precedentemente utilizzato invece l'unità di misura delle forze era il kilogrammo-forza (Kgf) che poteva generare confusione visto che lo stesso nome è impiegato per definire **forze** (nel sistema ST) e **masse** (nel sistema SI).

Il kilogrammo-forza è la forza (peso) con cui una massa di 1 kg è attratta verso la terra, dove l'accelerazione di gravità vale 9,81 m/s^2 per cui:

1 kgf = 1 kgm x 9.81 m/s^2 = 9,81 kg m/s^2

- **Conversione**

  1 kgf = 9,81N ≈ 10N (approssimazione ammessa nel campo delle costruzioni)

- **Unità multiple**

nel settore delle costruzioni: **tonnellata** t nel ST, **chilonewton** KN e **meganewton** MN nel SI. (*per carichi concentrati*)

lt = l.000 kg = 10.000N = 10KN

lKN = 1.000N = 0,lt = **100kg**

lMN = l.000.000N = l00t

(*per carichi ripartiti*)

lKN/m = 1.000N/m =100 kg/m = 10/N/cm = 1 kg/cm

- **Unità derivate**

utilizzate per misurare *pressioni* o *tensionì* definite come rappono tra forza e supeficie: **kg/cm^2** o **t/m^2** nel SI; **pascal** Pa e **megapascal** MPa nel SI

1t/m^2 = 0,1 kgf/cm^2

1Pa = 1 N/m^2

1MPa = 1 N/mm^2

1Kgf/cm^2 = **0,1N/mm^2** = 0,1MPa = 10N/cm^2 = 100.000N/m^2 = 100.000Pa

1N/mm^2 = 0,1kg/mm^2 = 10Kgf/cm^2 = **100N/cm^2** = 1.000.000N/m^2 = 1MPa

1N/cm^2 = 0,1kgf/cm^2 = **0,01N/mm^2**

(*per momenti*)

1KN·m = 100 kgf·m = **100.000N·cm =** 10.000 kgf·cm

- **Massa volumica**

  1kgf/m^3 = 0,01 KN/m^3 = 10N/m^3

Nota. Le unità di misura riterite a **lunghezze** (m, cm, mm) e **superfici** (m^2, cm^2, mm^2) si convertono da una dirnensione superiore ad una inferiorc *moltiplicando per* 100, 1000, o 10.000 o 1.000.000, vicevesa *dividendo* per convertire da una dimensione inferiore ad una superiore, essendo lm = 100cm (10^2) = 1000mm (10^3) e 1m^2 = 10.000cm^2 (10^4) = 1.000.000mm^2 (10^6).

UNITA' DI MISURA 1.1

• LUNGHEZZE •

chilometro	km	1.000 m	10^3	⇑
ettometro	hm	100 m	10^2	dividere - moltiplicare
decametro	dam	10 m	10^1	
METRO	m	1	1	
decimetro	dm	0,1 m	10^{-1}	
centimetro	cm	0,01 m	10^{-2}	
millimetro	nn	0,001 m	10^{-3}	⇓

• SUPERFICIE •

chilometro quadrato	km^2	1.000.000 m^2	10^6	⇑
ettometro quadrato	hm^2	10.000 m^2	10^4	dividere - moltiplicare
decametro quadrato	dam^2	100 m^2	10^2	
METRO QUADRATO	m^2	1	1	
decimetro quadrato	dm^2	0,01 m^2	10^{-2}	
centimetro quadrato	cm^2	0,000.1 m^2	10^{-4}	
millimetro quadrato	nn^2	0,000.001 m^2	10^{-6}	⇓

• VOLUME •

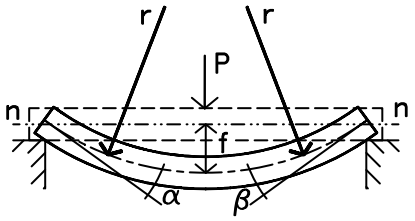
chilometro cubo	km^3	1.000.000.000 m^3	10^9	⇑
ettometro cubo	hm^3	1.000.000 m^3	10^6	dividere - moltiplicare
decametro cubo	dam^3	1.000 m^3	10^3	
METRO CUBO	m^3	1	1	
decimetro cubo	dm^3	0,001 m^3	10^{-3}	
centimetro cubo	cm^3	0,000.001 m^3	10^{-6}	
millimetro cubo	nn^3	0,000.000.001 m^3	10^{-9}	⇓

• PESO •

tonnellata	t	1.000 kg	10 q
quintale	q	100 kg	
miriagrammo	Mg	10 kg	
CHILOGRAMMO	kg	1	1.000 g
ettogrammo	hg		100 g
decagrammo	dag		10 g
GRAMMO	g		1
decigrammo	dg		0,1 g
centigrammo	cg		0,01 g
milligrammo	mg		0,001 g

- **DEFORMAZIONI ELASTICHE**

Deformazione da flessione
A. rotazione (α - β)
B. freccia (*f* - abbassamento)



— - — - - linea elastica
(linea d'asse della trave deformata)
r - curvatura della linea elastica (raggio)

EQUAZIONE DELLA CURVATURA

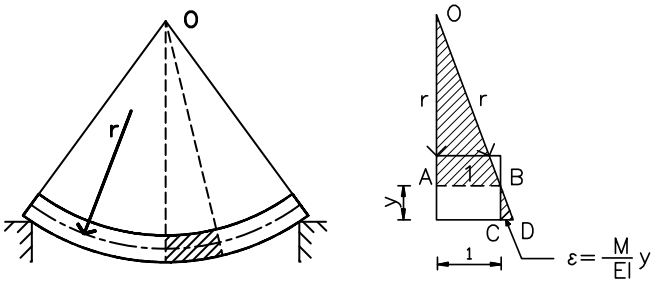
$$\frac{1}{r} = \frac{M}{EI} \qquad \left(\frac{kgcm}{\frac{kg}{cm^2} \bullet cm^4} = \frac{1}{cm} \right)$$

- rotazione delle sezioni nella flessione

legge di Hooke $\sigma = E\varepsilon$

form. flessione $\sigma = \frac{M}{I} y$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{My}{EI}$$

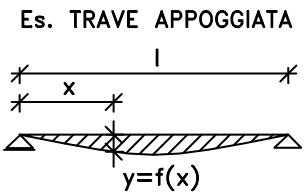


Il raggio r della circonferenza, secondo la quale si dispone l'asse neutro, si ottiene dalla **similitudine dei triangoli OAB – BCD**

$$\frac{OA}{BC} = \frac{AB}{CD} = \frac{r}{y} = \frac{1}{\varepsilon} = \frac{EI}{My} \quad \text{da cui:}$$

$$r = \frac{EI}{M} \text{ e quindi } \boxed{\frac{1}{r} = \frac{M}{EI}}$$

L'inverso di tale raggio è detto **<u>CURVATURA</u>**. Sia il raggio che la curvatura rimangono *costanti* in tutte le sezioni.
In una trave inflessa *M* è funzione di *x* (e eventualmente di *I* che potrebbe variare)



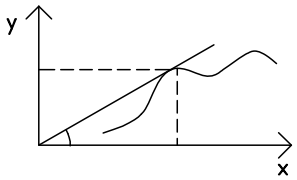
$\frac{1}{r} = \frac{M}{EI}$ fornisce la **<u>curvatura</u>**, che è un dato geometrico, dal quale è possibile passare alla <u>curva</u>, che esprime la <u>*deformata*</u> o <u>*linea elastica*</u>

La *deformata* è espressa analiticamente da una **funzione y = f(x)** con y = 0 negli estremi A e B nel caso di vincolo di appoggio (condizione limite).

Il PASSAGGIO **DALLA CURVATURA ALLA CURVA** è un problema matematico non molto semplice, ma considerando che le deformazioni nelle strutture sono generalmente molto piccole, si può semplificare, in modo che la <u>*curvatura*</u> risulta uguale alla *derivata seconda* della funzione y = f(x) cambiata di segno:

$$\frac{1}{r} = -y'' = \frac{M}{EI}$$

La derivata di una funzione esprime il coefficiente angolare della tangente in quel punto



Il calcolo di y'' si realizza con una operazione di integrazione doppia.

- **CALCOLO DI ROTAZIONI E ABBASSAMENTI**

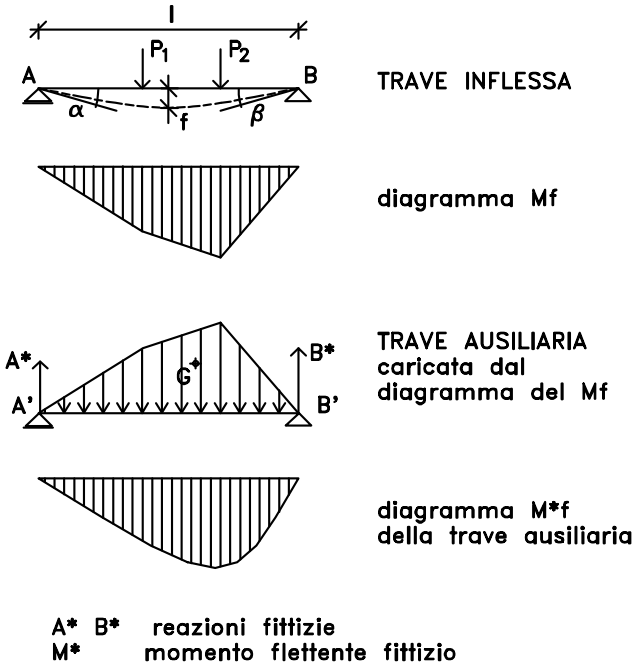
- <u>1° TEOREMA DI MHOR</u>

$$\alpha = \frac{A^*}{EI}$$

$$\beta = \frac{B^*}{EI}$$

- <u>2° TEOREMA DI MHOR</u>

$$f = \frac{M^*}{EI}$$



E - modulo di elasticità (kg/cm^2)

I - momento di inerzia (cm^4)

W - modulo di resistenza $\frac{I}{y}$ (cm^3)

EQUAZIONE DIFFERENZIALE DELLA LINEA ELASTICA

L'*equazione differenziale* è un'equazione in cui <u>l'incognita è una derivata</u>

$$EIy'' = -M$$

M - momento flettente della trave

y' - derivata prima dell'abbassamento

y'' - derivata seconda dell'abbassamento

integrando una prima volta

$$EIy' = -M \bullet x + C_1$$

(calcolo della rotazione in radianti y' → α)

integrando una seconda volta

$$EIy'' = \frac{M \bullet x^2}{2} + C_1 + C_2$$

(calcolo della freccia y'' → f)

costanti di integrazione C_1 - C_2 sono definite assegnando a *x* valori per i quali rotazioni e abbassamenti assumono **valori nulli** o **noti**.

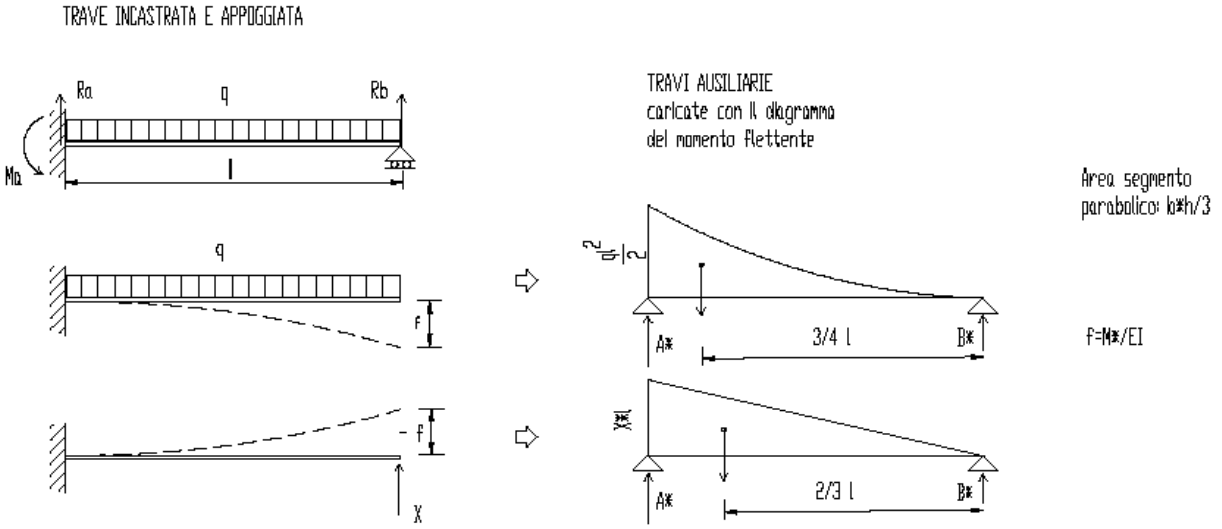
Sistemi con **vincoli sovrabbondanti**. Sono *staticamente indeterminati* con le 3 equazioni di equilibrio: $\sum X = 0$, $\sum Y = 0$, $\sum M = 0$.

- Per determinare le **reazioni dei vincoli sovrabbondanti** si ricorre ad una ***equazione ausiliaria***, la cui incognita iperstatica è rappresentata dal vincolo sovrabbondante.

1. Si considera la trave senza l'appoggio (vincolo) sovrabbondante (forza o momento) e si calcola la **freccia di abbassamento (o la rotazione);**
2. si considera la tessa trave, liberata dal carico e caricata esclusivamente da una forza concentrata dal basso verso l'alto ***X*** (o momento opposto a quello del carico) e si calcola la **freccia di innalzamento (o la rotazione)**;
3. poiché il vincolo sovrabbondante non subisce alcuno spostamento (o rotazione) **si impone** che:

   $$f_a = - f_a \qquad (\text{o } \alpha = -\alpha)$$

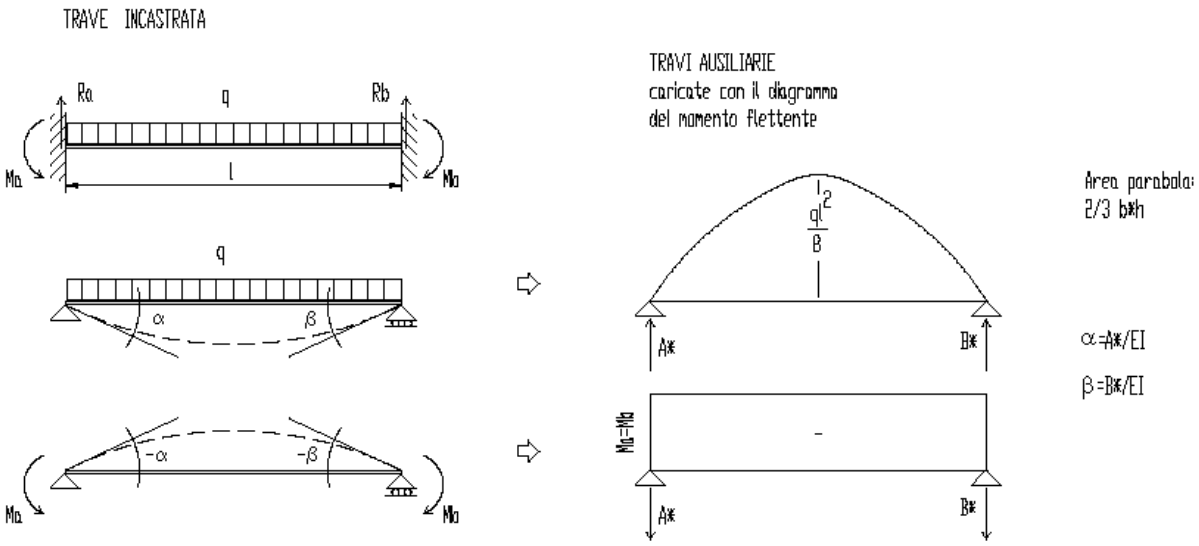
   Questa equazione in x fornisce il valore di x (incognita iperstatica), cioè la **reazione sovrabbondante.**
4. si calcolano le **altre reazioni**, mediante le *3 equazioni di equilibrio*.



equazione di congruenza f = -f

$$f = \frac{M_1^*}{EI} = \frac{ql^4}{8EI} \qquad -f = -\frac{M_2^*}{EI} = \frac{xl^3}{3EI}$$

$$\frac{ql^4}{8EI} - \frac{xl^3}{3EI} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad x = \frac{3}{8}ql \quad \text{(incognita iperstatica)}$$



equazione di congruenza $\alpha = -\alpha$

$$\alpha = \frac{A_1^*}{EI} = \frac{ql^3}{24EI} \qquad -\alpha = -\frac{A_2^*}{EI} = -\frac{M_a l}{2EI}$$

$$\frac{ql^3}{24EI} + \frac{M_a l}{2EI} = 0 \quad \Rightarrow \quad M_a = \frac{1}{12} ql^2 \quad \text{(incognita iperstatica)}$$

FRECCE ELASTICHE MASSIME AMMISSIBILI

$f \leq 1/400\, l$ (per la freccia dovuta al solo **sovraccarico**)

$f \leq 1/500\, l$ (per la freccia dovuta al **sovraccarico + carico permanente**)

$f \leq 1/200\, l$ (per gli elementi dell'orditura secondaria delle **coperture**)

TRAVI CONTINUE 3.3.1

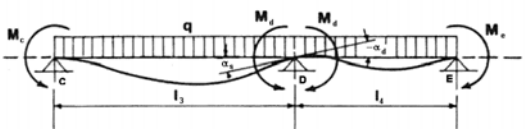
- **Travi su più appoggi**, di cui almeno uno vincolato a terra (cerniera), in cui si ipotizza:
  - che gli appoggi siano ugualmente cedevoli,
  - che E ed I siano costanti

numero incognite iperstatiche:
$n-2$ (per n appoggi)

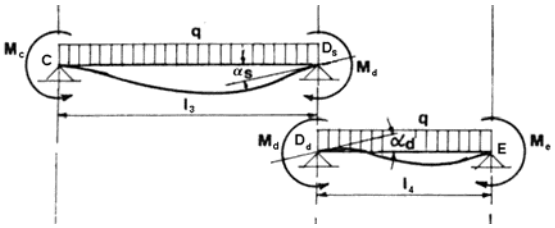
CALCOLO DELLE INCOGNITE IPERSTATICHE

- si possono assumere quali incognite le REAZIONI DEGLI APPOGGI INTERMEDI (che si ricavano con i teor. di Mohr, facendo le equazioni di uguaglianza tra le frecce positive e negative).
  Nel caso di trave su più di 3 appoggi o anche di 3 appoggi ma con campate diverse o carichi non simmetrici, il procedimento è laborioso .
- si può allora assumere, al posto delle reazioni sugli appoggi intermedi, i MOMENTI DI APPOGGIO quali incognite, ricorrendo all'**EQUAZIONE DEI TRE MOMENTI** (o di Clapeyron)

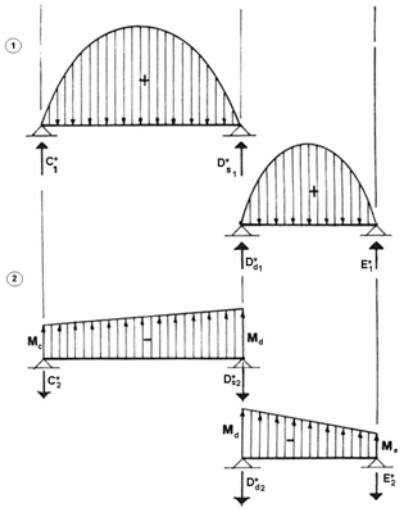
La linea elastica del sistema continuo è determinata oltre che dal carico, dai momenti d'estremità della campata M_1, M_2 (incognite iperstatiche); gli **angoli di rotazione** della tangente alla linea elastica dall'asse geometrico dipendono anch'essi dal carico e dai momenti d'appoggio, in funzione dei quali possono essere espressi.



(Le singole campate si considerano come travi con incastri imperfetti)



Si considerano le **travi ausiliarie** caricate dai **diagrammi di carico dei momenti flettenti**:
1. dovuto al carico ripartito (q)
2. dovuto ai momenti d'estremità o di appoggio negativi



Gli **angoli di rotazione** sull'appoggio D (a sinistra e a destra) devono essere:

$$\alpha_s = -\alpha_d$$ *(equazione di congruenza per l'equilibrio)*

Le **reazioni fittizie** totali sull'appoggio intermedio D sono date dalla somma delle reazioni parziali:

$$D_s^* = D_{s1}^* + D_{s2}^*$$

$$D_d^* = D_{d1}^* + D_{d2}^*$$

esplicitando in questa espressione le reazioni fittizie D^*_{s2} e D^*_{d2} in funzione dei momenti di appoggio (M_c, M_d, M_e) e sostituendo le reazioni D^*_s e D^*_d nelle espressioni delle rotazioni:

$$\alpha_s = \frac{D_s{}^*}{EI} \qquad \alpha_d = \frac{D_d{}^*}{EI}$$

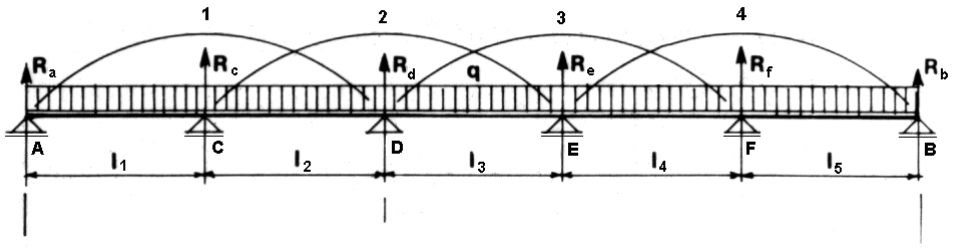
e applicando la relazione $\alpha_s = -\alpha_d$ si perviene alla **<u>equazione dei tre momenti</u>** (trave omogenea a sezione costante)

$$\boxed{M_C \cdot l_3 + 2M_D(l_3 + l_4) + M_E \cdot l_4 = -6 \cdot (D^*_{s1} + D^*_{d1})}$$

in cui:

D^*_{s1} e D^*_{d1} sono <u>le REAZIONI AUSILIARIE</u> date dai <u>diagrammi di carico dei momenti</u> flettenti **positivi** , dovute al carico sulle due campate appoggiate.

L'equazione deve essere scritta **<u>tante volte quanti sono gli appoggi intermedi</u>** (ovvero quanti sono i momenti di appoggio incogniti) considerando ogni volta <u>2 campate consecutive</u>.



- **<u>Trave continua con APPOGGI alle estremità</u>**

$$\begin{cases} M_A \cdot l_1 + 2M_C(l_1 + l_2) + M_D \cdot l_2 = -6 \cdot (C^*_s + C^*_d) \\ M_C \cdot l_2 + 2M_D(l_2 + l_3) + M_E \cdot l_3 = -6 \cdot (D^*_s + D^*_d) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

dove:

$M_A = M_B = 0$

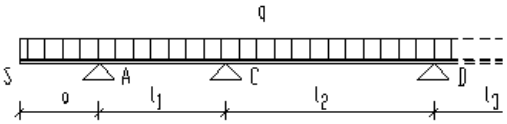
$C^*_{s,d} = D^*_{s,d}$ …….

Reazioni fittizie delle singole campate appoggiate, caricate ugualmente dal diagramma del Mf: $C^*_s + C^*_d = \frac{ql^3}{24}$

- **<u>Trave continua con MENSOLE di estremità</u>**

$$M_a = M_b = \frac{qa^2}{2}$$

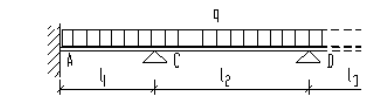
$$M_s = 0$$

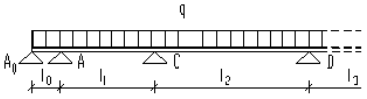


- **<u>Trave continua con INCASTRI alle estremità</u>**

Si considera l'incastro sostituito da un appoggio preceduto da una campata con luce piccolissima, uguale quindi a zero.

$$\begin{cases} \cancel{M_{A0} \cdot l_0} + 2M_A(\cancel{l_0} + l_1) + M_C \cdot l_1 = -6 \cdot (\cancel{A_s^*} + A_d) \\ M_A \cdot l_1 + 2M_C(l_1 + l_2) + M_D \cdot l_2 = -6 \cdot (C_s^* + C_d^*) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{cases}$$





dove:

$M_{a0}=0$ $\quad l_0=0$ $\quad A^*_s=0$

- **<u>Travi continue omogene a sezione variabile</u>**

$$M_A \cdot \frac{l_1}{I_1} + 2M_C\left(\frac{l_1}{I_1} + \frac{l_2}{I_2}\right) + M_D \cdot \frac{l_2}{I_2} = -6 \cdot \left(\frac{C_s^*}{I_1} + \frac{C_d}{I_2}\right)$$

se è anche **disomogenea** al denominatore compare la **rigidezza** $E_n \cdot I_n$ (modulo di elasticità per il momento di inerzia relativo alla campata n)

- **<u>TAGLIO</u>** alle estremità di ogni campata:

$$M_c = M_A + T_A^d \cdot l_1 - \frac{ql_1^2}{2}$$ da cui si ricava T^d_A

$$T_C^s = T_A^d - ql_1$$

sezioni a taglio nullo e momento massimo, di ascissa x:

$$T_X = T_A^d - qx = 0 \qquad x = \frac{T_A^d}{q}$$

- **<u>REAZIONI VINCOLARI</u>**

$$R_C = T_C^d - T_C^s$$

- **<u>MOMENTO FLETTENTE</u>** in una campata generica C-D:

$$M_{\max} = M_x = M_C - T_C^d \cdot x - \frac{q_X^2}{2}$$

ANALISI DEI CARICHI 4.1.1

Definizione. Computo di **tutti i carichi** (pesi propri e sovaccarichi) che gravano su una singola struttura.
Metodi. Si effettua procedendo di norma con ordine gerarchico inverso rispetto alla sequenza costruttiva (dall'alto verso il basso), quindi dai carichi dell'ultimo elemento montato, cui si sommano via via i carichi degli elementi sostenuti.
Per una determinazione speditiva delle azioni su pilastri o travi si procede individuando le **aree di influenza** dei carichi (aree di solaio che influenzano i pilastri o le travi, delimitate per simmetria); altro metodo per determinare le quote di carico su una struttura complessa è basato sulla considerazione che un elemento strutturale *vincolo* di un altro elemento è sollecitato dall'**opposto della reazione vincolare**.

- **CARICHI PERMANENTI.**
  Pesi propri dei singoli componenti della struttura.
  ⇒ TABELLA pesi specifici dei singoli materiali (kg/m^3)
  ⇒ TABELLA pesi delle strutture (kg/m^2 o kg/ml)
  per i **tramezzi**, il loro peso (carico concentrato) è considerato *sostituendolo con carichi uniformemente distribuiti* per metro quadrato di solaio. Può valutarsi in 75 ÷ 100 kg/m^2.

- **SOVRACCARICHI ACCIDENTALI**.
  – **carichi di esercizio** nei fabbricati ⇒ TABELLA

abitazioni	200 kg/m^2
locali pubblici	350 "
balconi e scale abitaz.	400 "
locali pubblici con gende affollam.	500 "

  – **carico dovuto all'azione del vento**
  direzione del vento considerata in generale *orizzontale*
  da 600 ÷ 1200 kg/m^2 (per h=20 m nelle 4 zone d'Italia)
  Nuove norme → ***pressione del vento***: $p = q_{ref} \cdot c_e \cdot c_p \cdot c_d$ in cui:
  - $q_{ref} = v^2_{ref} \cdot 1/16$ (**pressione cinetica di riferimento**)
  - v_{ref} (**velocità di riferimento**) ⇒ TABELLA in base ai parametri relativi a 9 zone climatiche
  - c_e (**coefficiente di esposizione**) relativo a 5 categorie ⇒ TABELLA; dipende dall'altezza dell'edificio, dalla rugosità e topografia del terreno
  - c_p (**coefficiente di forma**) dipende dalla geometria della costruzione e dal suo orientamento
  - c_d (**coefficiente dinamico**) riduttivo degli effetti del vento per la non contemporaneità della pressione max, in particolari tipi di costruzione (es. ciminiere, ponti, strutture molto snelle)

  – **carico della neve**
  60 ÷ 90 kg/m^2 (nelle 2 zone d'Italia)
  Nuove norme → ***carico da neve***: $q_s = \mu_1 \cdot q_{sk}$ (sulla copertura) in cui:

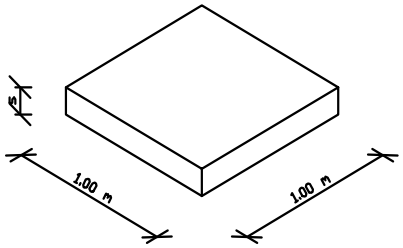
- μ_1 (**coefficiente di forma** della copertura) $\Rightarrow$ TABELLA
- q_{sk} (carico da neve **al suolo**) $\Rightarrow$ TABELLA per 3 zone e 3 classi di altitudini

– **azioni sismiche**
secondo specifiche prescrizioni tecniche.
L'azione sismica è valutata con due sistemi di forze:
- *orizzontali* $F = \alpha W$ in cui α è un coefficiente che tiene conto di
- *verticali* diversi fattori (intensità sismica, coeff. di risposta e di protezione sismica ecc.) e W è il peso totale dell'edificio..

– **altre azioni**
spinta delle terre, variazioni termiche, ritiro ecc.

- **CALCOLO DEL PESO A METRO QUADRATO**

a) per elementi omogenei di spessore costante s e peso specifico γ
peso p per m^2 : $p = s\gamma$ $\qquad m \cdot \frac{kg}{m^3} = \frac{kg}{m^2}$



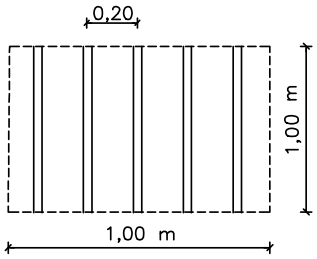
volume su 1 m^2
$s \cdot 1 \cdot 1$

b) per componenti piazzati con interasse i , di larghezza b , e di spessore s (es. travi): il **peso** p si ha moltiplicando il prodotto $s\gamma$ per il numero dei componenti al metro ($1/i$) e per la larghezza b:

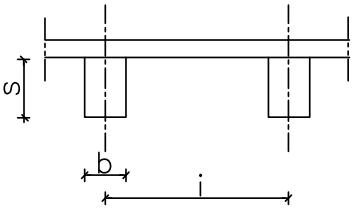
$$p = \frac{1}{i} bs\gamma \qquad \frac{m^2}{m} \cdot \frac{kg}{m^3} = \frac{kg}{m^2}$$

n° componenti al m.
area elementare
peso specifico
$\frac{1}{i} bs\gamma$

Es.



1/ 0,20 = 5



volume degli elem. su 1 mq = $\frac{s \cdot b \cdot 1}{i}$

- **CALCOLO DEL PESO COMPLESSIVO**

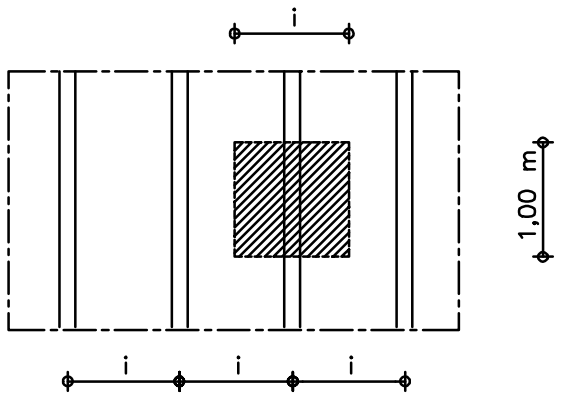
si ottiene moltiplicando il *peso a m^2* per l'*area* dell'elemento considerato.

- **CALCOLO DEL PESO A METRO LINEARE**

il **peso** (o carico) gravante su un metro lineare di trave è dato dal **prodotto** del *carico per metro quadrato* per l'*interasse* delle travi:

$$p = q \cdot i \qquad \frac{kg}{m^2} \cdot m = \frac{kg}{m}$$

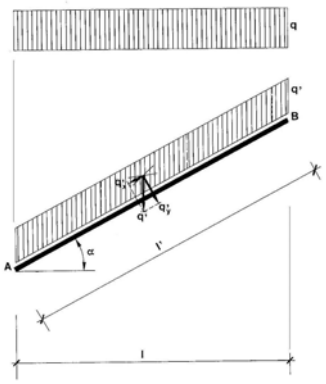
Es. solaio



metri quadrati che gravano su un metro lineare di trave (dalla mezzeria degli interassi per 1 m)

- **CALCOLO DEL CARICO SU MEMBRATURE INCLINATE**

Nel caso di elementi strutturali inclianti (rampe di scale o travi di tetti) si può determinare il **carico *q'*** per unità di lunghezza reale *l'* o viceversa il **carico *q*** per unità di lunghezza in proiezione orizzontale *l*.



$$l = l' \cdot \cos\alpha$$

Il carico totale Q nelle due situazioni deve essere uguale:

$$q \cdot l = q' \cdot l'$$

$$q \cdot l = q' \cdot \frac{l}{\cos\alpha}$$ da cui sui ha:

$$q = \frac{q'}{\cos\alpha}$$ (carico in proiezione orizzontale)

e viceversa $q' = q \cdot \cos\alpha$ (carico secondo la lunghezza reale)

Nota

Approssimando cosα all'unità, per valori di α < 30° (cos30° = 0,87), si possono fare i calcloli delle sollecitazioni direttamente su carichi e luci in proiezione orizzontale, anziché in modo esatto secondo l'inclinazione reale.

- *legno*
- *acciaio*
- *muratura*
- *cemento armato*

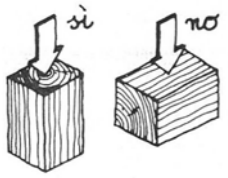
- **STRUTTURE IN LEGNO**

Caratteristiche meccaniche:
- ***sono diverse in relazione alle diverse specie legnose:***
  - ***resinose*** (conifere come abeti, larici pini ecc.)
  - ***non resinose*** (forti o dolci come quercia, castagno, pioppo, frassino ecc.)

  si considerano poi 3 *categorie commerciali* in base a: aspetto, fibratura, nodi, presenza di piccole fessurazioni.
- ***alto rapporto resistenza/peso***
- adatto a strutture provvisionali
- si deteriora facilmente
- ha un'alta deformabilità flessionale sotto carico permanente
- varia le caratteristiche meccaniche con la variazione del clima ambientale

Criterio di resistenza
Ricerca delle sollecitazioni massime da confrontare con quella *ammissibile*, che dipende dalla specie, dalla categoria, dall'orientamento delle fibre e dal tipo di sollecitazione ed è influenzata dall'umidità. Per un legno non stagionato le tensioni ammissibili dovranno essere ridotte di 1/3; ulteriori riduzioni si applicano in caso di sovraccarichi di lunga durata (per la viscosità) e di carichi ripetuti (per la fatica) e nei ponti per il taglio.
La *condizione di carico* da assumere deve essere quella più sfavorevole tra le due: I carico permanente + carico di esercizio; II carico permanente + carico di esercizio + carico da neve e vento).

Il legno ha una resistenza a **compressione** e **trazione**
ottima se parallela alle fibre,
scarsa se perpendicolare.



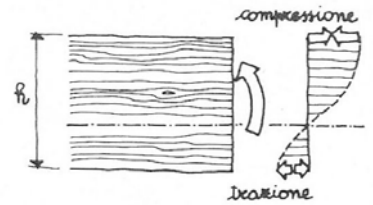
Verifica:

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq \sigma_{am}$$

A = area lorda della sezione, anche se ci sono fori o intagli di assemblaggio, in compressione
A = area netta della sezione in trazione

I pilastri in legno sono facilmente snelli. Il **carico di punta** si innesca per $\lambda < 37{,}5$.

Nella **flessione** il comportamento del legno è disuniforme tra compressione e trazione:

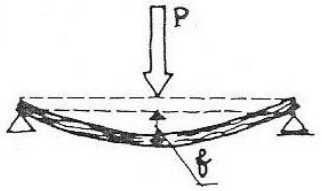


Per adattare la *formula di Navier* si riduce il modulo di resistenza W con un coefficiente C in funzione dell'altezza h della sezione
C = 1 per h fino a 15 cm, oltre C < 1 → TABELLA

$$\sigma = \frac{M}{W \cdot C} \leq \sigma_{am}$$

Verifiche di deformabilità

Questa verifica è particolarmente importante per le strutture inflesse, mentre le deformazioni dovute a sforzi normali sono trascurabili.



La ***freccia*** massima dovuta a tutti i carichi deve essere contenuta entro i seguenti valori:

- *1/150 l* per strutture a sbalzo, senza sovraccarichi mobili
- *1/200 l* per strutture di copertura
- *1/300 l* per i solai, le strutture a sbalzo con sovraccarichi mobili ed elementi inflessi
- *1/400 l* per le strutture inflesse non a sbalzo con sovraccarichi mobili.

- **STRUTTURE IN ACCIAIO**

Caratteristiche meccaniche

- L'acciaio è un materiale omogeneo con uno **stesso comportamento a compressione e a trazione**;
- ha un rapporto resistenza/peso molto elevato, perciò si possono ottenere sezioni trasversale di dimensioni molto contenute. Le ridotte dimensioni implicano però oltre alla verifica di resistenza anche, la verifica della deformabilità per l'insorgenza del ***carico di punta*** e ***instabilità flessionale***.

Gli acciai si distinguono in 3 categorie, con 3 diverse tensioni ammissibili:

- *Fe360*
- *Fe 430*
- *Fe 510*

Tipi di acciai

- **Laminati a caldo:**
  - profilati **NP** a doppio T normale
    IPE a doppio T ad ali parallele
    HE a doppio T ad ali larghe: **HEA** serie leggera
    HEB serie normale
    HEM serie rinforzata.
  - Barre quadre, tonde, piatte
  - Tubi ed elementi saldati
- **Laminati a freddo:**
  - Tubi a sez. circolare, quadrata, rettangolare
  - lamiere grecate
  - profilati a C, a L, a U

Criterio di resistenza

Si riconduce al controllo dello stato di tensione nella sezione più sollecitata ed al confronto con la tensione ammissibile.

- **Trazione**

$$\sigma = \frac{N}{A_{netta}} \leq \sigma_{am} \quad \Rightarrow$$

Gli elementi tesi non presentano fenomeni di instabilità.
La sezione utile è quella **netta** da fori, intagli.

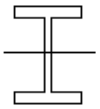
- **Compressione**

$$\sigma = \frac{N}{A_{lorda}} \leq \sigma_{am} \quad \Rightarrow$$

Gli elementi compressi presentano sempre fenomeni d'instabilità per **carico di punta**. La sezione utile è quella **lorda**, purché i fori siano riempiti da pezzi di collegamento (bulloni, chiodi).

- **flessione**

Le sezioni in acciaio presentano la massima efficienza a flessione quando sono simmetriche rispetto all'asse neutro ed hanno la maggior concentrazione della massa ai lembi estremi



$$\sigma = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq \sigma_{am} \quad \Rightarrow$$

Il lembo compresso può presentare fenomeni di instabilità; bisogna perciò verificare anche che sia $\sigma = \frac{\omega \cdot N^-}{A_{compr}} \leq \sigma_{am}$ con N^- calcolata in funzione di M.

Il massimo di instabilità si ha con la **presso flessione**:

$$\sigma = -\frac{\omega \cdot N}{A} - \frac{M}{W_x} \leq \sigma_{am}$$

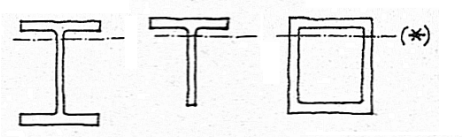
- **taglio per flessione**

La tensione ha un andamento variabile con il massimo sull'asse neutro della sezione

$$\tau_{\max} = \frac{T \cdot S}{I_x \cdot b} = \frac{T}{h \cdot s_a}$$

dove $h \cdot s_a$ = area dell'anima

La peggiore combinazione degli sforzi σ e τ per il calcolo della massima sollecitazione si ha nei punti dove la sezione presenta una brusca variazione



- **deformabilità**

L'acciaio presenta un *modulo di elasticità* molto alto e quindi una deformabilità a flessione notevole.

La ***freccia*** massima deve essere contenuta entro i seguenti valori:

- *1/400 l* per le travi per il solo sovraccarico
- *1/500 l* per le travi per il carico totale
- *1/200 l* per gli elementi inflessi dell'orditura minuta delle coperture per carico totale.

- **STRUTTURE IN MURATURA**

Le murature presentano una **scarsa resistenza alla trazione** ed una **buona resistenza alla compressione**. Pertanto nel calcolo si considera come materiale non resistente a trazione.
Elementi strutturali in pietra e laterizio:

- Pareti
- Pilastri
- Archi e volte

La **malta** è divisa in 4 classi di resistenza: M1, M2 (cementizio), M3 (bastarda), M4 (bastarda, pozzolanica, idraulica), classificate in riferimento alla loro resistenza media a compressione ed alla relativa composizione (legante e inerte) in volume.

Criterio di resistenza
Il criterio per la verifica è quello della tensione massima calcolata con i metodi della scienza delle costruzioni e confrontata con quella ammissibile, funzione delle tensioni di rottura della muratura. La variabilità dei valori dipende dal tipo dei componenti della muratura e dalle loro resistenze a rottura.
In mancanza di prove dirette le tensioni normali a **compressione** si assumono così:

$\sigma_m = \frac{f_k}{5}$ dove f_k è la ***resistenza caratteristica a rottura*** per compressione della muratura in dipendenza dell'elemento componente f_{bk} e del tipo di malta → TABELLA.
(la resistenza f_k varia da 1 N/mm^2 a circa 10,5 N/mm^2 e la σ_m da 0,2 N/mm^2 a 2,1 N/mm^2).
La tensione **tangenziale** ammissibile vale:

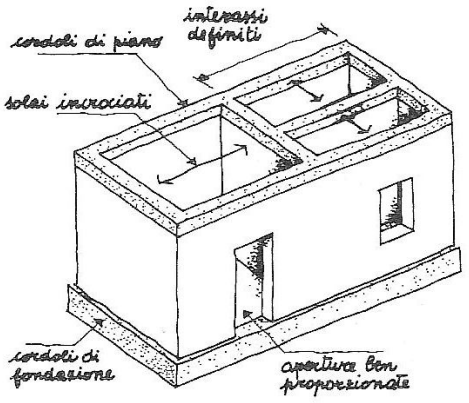
$\tau_m = \frac{f_{vk}}{5}$ dove f_{vk} è la ***resistenza caratteristica a taglio*** della muratura.

La resistenza a **trazione** non viene presa in considerazione.

La concezione strutturale
Un edificio murario si forma con 3 sistemi strutturali:
- **muri portanti**, sollecitati prevalentemente ad azioni verticali
- **muri di controvento**, sollecitati prevalentemente ad azioni orizzontali
- **solai piani** comunemente realizzati con struttura latero-cementizia.

I tre sistemi devono essere collegati reciprocamente lungo le loro intersezioni; i muri devono avere sia funzione portante che di controvento; i solai devono ripartire le azioni orizzontali fra i muri di controvento.
I dispositivi che garantiscono i collegamenti sono:

- ***ammorsamenti*** lungo le intersezioni (incastro reciproco di elementi resistenti o appositi elementi di legatura)
- ***cordoli*** in cls armato a livello dei solai
- ***incatenamenti*** metallici a livello dei solai



Tali sistemi permettono di realizzare un ***comportamento strutturale scatolare***, che significa proporzionare la distribuzione di muri, controventi, solai in modo che l'edificio possa assorbire azioni

verticali ed orizzontali, evitando l'insorgere di **sforzi di trazione**.

METODI DI CALCOLO

I muri sono realizzati con diminuzione di spessore ogni 1 o 2 piani dal basso verso l'alto (*riseghe*).

La verifica di un muro può essere condotta con i seguenti metodi:

A) **Metodo dell'asse centrale**, tipico delle vecchie murature.

Si considerano le azioni per intensità e posizione alle varie quote dall'alto verso il basso, dove prevale il peso proprio del muro, che rientra la risultante.

Lo stato di tensione si studia con i metodi della scienza delle costruzioni.

- Nel caso di **risultante dei carichi assiale** avremo:

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{b \cdot t} \leq \sigma_{amm}$$

dove $b \cdot t$ è l'area della sezione resistente e si assume b = 100 cm, t = spessore del muro e N carico al metro

- nel caso di **risultante dei carichi eccentrica**:

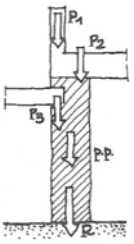
$$\sigma_{\max} = \frac{N}{b \cdot t}\left(1 - \frac{6e}{t}\right) \leq \sigma_{amm}$$

dove e è l'eccentricità

- nel caso di risultante dei **carichi eccentrica ed esterna al nocciolo centrale di inerzia**:

$$\sigma_{\max} = \frac{2N}{3 \cdot u \cdot b} \leq \sigma_{amm}$$

dove u = distanza del centro di pressione dal lembo esterno , b = base della sezione, che si assume = 100 cm.



- I **muri snelli** devono poi essere verificati a ***carico di punta***.

$$\sigma_{\max} = \frac{N \cdot \omega}{b \cdot t} \leq \sigma_{amm}$$

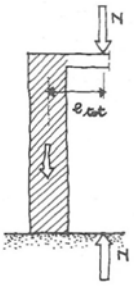
B) **Metodo dell'eccentricità convenzionale**, tipico delle nuove murature.

E' il sistema previsto dalla normativa e con cui si calcolano le eccentricità convenzionali:

- e_{s1} dei carichi = $\dfrac{N_1 \cdot d_1}{N_1 \cdot \Sigma N_2}$

dove d_1 = distanza del baricentro della sezione del muro sovrastante dal baricentro del muro da verificare N_2 = reazioni di appoggio dei solai sovrastanti

- e_{s2} dei solai = $\dfrac{N_2 \cdot d_2}{N_1 \cdot \Sigma N_2}$



- e_a di esecuzione, convenzionalmente = $\dfrac{h}{200}$

- e_v del vento = $\dfrac{M_v}{N}$

dove M_v = momento flettente dovuto all'azione del vento e N = sforzo normale

Le eccentricità valutate per la sezione di base ($e = e_{s1}+e_{s2}+e_a$) e per la sezione mediana ($e = \frac{e_1}{2} + e_v > e_a$) determinano il coefficiente di eccentricità $m = \frac{6e}{t}$, in base al quale ed alla snellezza della parete ($\lambda = \frac{\rho h}{t}$, con ρ = fattore di vincolo per la presenza di muri di

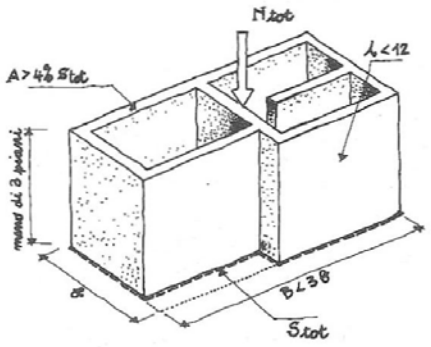
irrigidimento, riferito all'altezza h e t = spessore → TABELLA) si ricava il **coefficiente** ϕ → TABELLA.

La **verifica** si effettua: $\sigma = \dfrac{N}{\Phi \cdot b \cdot t} \leq \sigma_{amm}$

C) **<u>Metodo del dimensionamento semplificato</u>**.

Per edifici nuovi se ricorrono queste condizioni:

- edificio con non più di **<u>3 piani</u>**
- planimetria edificio inscrivibile in un rettangolo con **<u>rapporto lato minore/lato maggiore ≥ 1/3</u>**
- **<u>snellezza</u>** ($\lambda = \dfrac{\rho h}{t}$) ≤ 12
- **<u>area della sezione resistente dei muri</u>** nelle 2 direzioni (x,y), escludendo muri di lunghezza L<0,50 m, al netto di aperture, sia ≥ 4% della superficie lorda totale della pianta dell'edificio.



La **verifica** si effettua:

$$\sigma = \frac{N}{0{,}65A} \leq \sigma_{amm}$$

dove N è il carico totale gravante sulla sezione del muro e A l'area totale della sezione

- *cemento armato normale*
- *cemento armato precompresso*

agglomerato di cemento e inerti (*calcestruzzo*) più acqua in unione a *tondini* di acciaio (lisci o ad aderenza migliorata) o a fili pretesi nel c.a.p.

- **Ipotesi semplificative alla base della teoria del c.a.**
  - perfetta aderenza tra cls e acciaio
  - conservazione delle sezioni piane
  - proporzionalità tra tensioni e deformazioni (validità legge di Hooke)

$$\sigma_c = E_c \varepsilon \qquad \sigma_a = E_a \varepsilon$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma_c}{E_c} = \frac{\sigma_a}{E_a} \qquad \frac{\sigma_a}{\sigma_c} = \frac{E_a}{E_c} = n \qquad \sigma_a = n\sigma_c$$

(cioè l'acciaio è **n** volte più resistente del calcestruzzo)

  - inoltre si trascura il calcestruzzo in zona tesa, dando per scontato che in una trave il cls in zona tesa si fessuri e quindi sia nulla la sua resistenza a trazione; per cui la sezione ideale resistente è una sezione parzializzata.

$$A_{ic} = A_c + nA_a$$

- **Modelli di calcolo**

I sistemi strutturali costituiti da travi vengono schematizzati facendo riferimento alla linea d'asse.

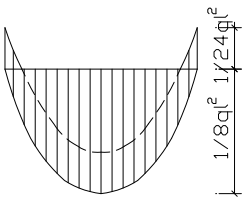
Le *condizioni di vincolo* sono valutate considerando le condizioni reali:

- solai di copertura e sottotetto, non caricati sugli appoggi,(appoggio):

$$M_i = 0 \qquad M_{1/2} = 1/8ql^2$$

nel caso dell'acciaio e c.a. si considerano momenti di incastro negativi

$$M_i = 1/24\ ql^2$$



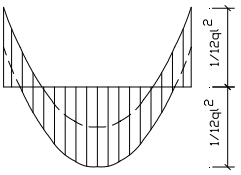
- solai degli ultimi piani, poco caricati sugli appoggi, (semincastro):

$$M_i = 1/16ql^2 \qquad M_{1/2} = 1/16ql^2$$

(prudenzialmente però per maggiore stabilità: $M_i = 1/18ql^2$; $M_{1/2} = 1/10ql^2$)

- solai primi piani e intermedi, molto caricati sugli appoggi: travi continue, singole campate, (incastro imperfetto):

$$M_i = 1/12ql^2 \qquad M_{1/2} = 1/12ql^2$$



- travi appoggiate a un estremo e semincastrate nell'altro

$$M_i = 1/8ql^2 \qquad M_{1/2} = 1/10ql^2$$

- **Valutazione dei carichi trasmessi**

i carichi per unità di lunghezza da considerarsi sono valutati con il criterio della *zona di influenza* (pari alla metà delle campate adiacenti)

- **Metodi di calcolo** * $\Rightarrow$ normativa tecnica
  - delle *tensioni ammissibili*
  - semiprobabilistico agli *stati limite*

- **tensioni ammissibili**

Per il cls nella *compressione per flessione e pressoflessione:*

$$\overline{\sigma}_c = 60 + \frac{R_{ck} - 150}{4} \quad \text{kg/cm}^2 \qquad \overline{\sigma}_c = 6 + \frac{R_{ck} - 15}{4} \quad \text{N/mm}^2$$

(ridotta del 30% nella *compressione assiale*; ulteriore riduzione si calcola per s < 25cm)
(si riduce inoltre del 30% nelle *travi a T con soletta collaborante* di spessore s < 5 cm e del 10% per s > 5 cm)

- **resistenza caratteristica** (classe del cls 150-200-250-300-400-500 kg/cm2)

$R_{ck} = R'_m - \delta$ resistenza media: $R'_m = \dfrac{R'_1 + R'_2 + \ldots + R'_n}{n}$

scarto dalla media e *scarto quadratico medio*:

$$R'_m - R'_1 = \delta_1$$
$$R'_m - R'_2 = \delta_2$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$R'_m - R'_n = \delta_n$$

$$\delta = \sqrt{\frac{\delta_1^2 + \delta_2^2 + \ldots + \delta_n^2}{n-1}}$$

*** Metodo delle tensioni ammissibili**

Metodo di tipo *deterministico* che consiste nel determinare, nell'ipotesi di comportamento elastico-lineare ($\sigma - \varepsilon$) del materiale, le tensioni massime prodotte nella struttura dalle azioni esterne, le quali devono risultare, per soddisfare la verifica di sicurezza, minori di una tensione detta "*tensione ammissibile*" (σ_{adm}) ricavata dalla tensione di rottura (σ_R) del materiale ridotta mediante un opportuno coefficiente di sicurezza γ che mette in conto le diverse incertezze:
$\sigma_{max} \leq \sigma_{amm} = \sigma_R/\gamma$

Metodo semi-probabilistico agli stati limite

Metodo di tipo *semi-probabilistico*, così definito per indicare che le aleatorietà del modello strutturale e delle azioni vengono parzialmente tenute in conto attraverso l'utilizzo di valori di resistenza e di azione detti "*caratteristici*", ossia che corrispondono a determinate probabilità di avvenimento. Si basa quindi sull'impiego di coefficienti parziali di sicurezza e la verifica viene effettuata con riferimento ad uno stato limite a partire dal quale la struttura cessa di assolvere, parzialmente o totalmente, le funzioni per cui era stata progettata. Essi vengono generalmente suddivisi in due categorie

- **Stati Limite Ultimi** SLU (rottura localizzata, collasso strutturale, fenomeni di instabilità, ecc).
- **Stati Limite di Esercizio** SLE (perdita di funzionalità di uno o più elementi della struttura, ad es.: deformazioni eccessive, fessurazioni eccessive ecc)

Pertanto per lo studio di una struttura con tale metodo prima si definisce il modello per lo schema geometrico e per i carichi, poi, effettuato il pre-dimensionamento degli elementi strutturali, si procede ad esaminare il comportamento della struttura considerando le varie *combinazioni di carico* previste dalla normativa vigente per lo stato limite in esame e successivamente si procede alla verifica di sicurezza. Pertanto dall'analisi dei carichi si ricavano le *azioni caratteristiche* F_k mentre le *resistenze caratteristiche* R_k sono fornite dalle normative; tali valori caratteristici vengono poi trasformati in valori di calcolo (*azioni di calcolo* F_d e *resistenze di calcolo* R_d) mediante coefficienti γ relativi allo stato limite considerato. Quindi dai carichi F_d con analisi lineari si determinano le **sollecitazioni di progetto** $\boldsymbol{S_d}$ e la **resistenza di progetto** associata $\boldsymbol{R_d}$, è ottenuta considerando le resistenze caratteristiche dei materiali ridotte mediante opportuni coefficienti di sicurezza. In sostanza le sollecitazioni caratteristiche S_k, associate al carico agente, vanno moltiplicate per il relativo coefficiente γ_f per avere il valore di calcolo o di progetto S_d e il valore caratteristico della resistenza della sezione R_k va moltiplicato per il coefficiente $1/\gamma_m$.ottenendo la resistenza di calcolo o di progetto R_d. I coefficienti γ_f e γ_m vengono chiamati **coefficienti parziali di sicurezza** e tengono in conto di tutte le aleatorità ed inceretezze. Una volta definiti i carichi di progetto (***Fd***), ovvero le relative sollecitazioni (***Sd***), e le resistenze (***Rd***), la **verifica di sicurezza** è positiva se risulta: $S_d \leq R_d$.

- **tensione tangenziale nel cls**

  $\bar{\tau}_c = 4 + \frac{R_{ck} - 150}{75}$ kg/cm^2 $\bar{\tau}_c = 0{,}4 + \frac{R_{ck} - 15}{75}$ N/mm^2

- **coefficiente di omogeneizzazione** $\frac{E_a}{E_c} = n$, convenzionalmente **n=15**

- **tensione ammissibile negli acciai**

  $\sigma_a = 1/2\ \sigma_{snervamento}$

FeB $\boxed{32}$ $\rightarrow$ *tensione di snervamento* = 32 kg/mm^2 = 3200 kg/cm^2

FeB22 $\rightarrow$ σa =1200 kg/cm2 (barre lisce) (=115 N/mm2)
FeB32 $\rightarrow$ σa =1600 kg/cm2 (barre lisce) (=155 N/mm2)
FeB38 $\rightarrow$ σa =2200 kg/cm2 (barre ad aderenza migliorata non controllata) (=215 N/mm2)
FeB44 $\rightarrow$ σ_a = 2600 kg/cm^2 (barre ad aderenza migliorata non controllata) (=255 N/mm^2)

- **PILASTRI**
  - ***Verifica***

$$\sigma = \frac{P}{A_{ic}} = \frac{P}{A_c + nA_a} = \frac{P}{A_c(1+n\rho)} \le \overline{\sigma}_c \qquad \text{essendo } \rho \frac{A_a}{A_c}$$

  - ***Progetto***

$$A_c = \frac{P}{\overline{\sigma}_c(1+n\rho)} \quad \rightarrow \text{norme:} \quad 0{,}8\% \le \rho \le 6\%$$

(0,8% dell'*area strettamente necessaria* per compressione = $A_{\min} = \frac{P}{\sigma_c}$ e compresa tra 0,3% e 6% dell'*area effettiva* geometrica A= a × b)
ρ è fissato dal progettista, in genere tra 0,9 e 1,00%.

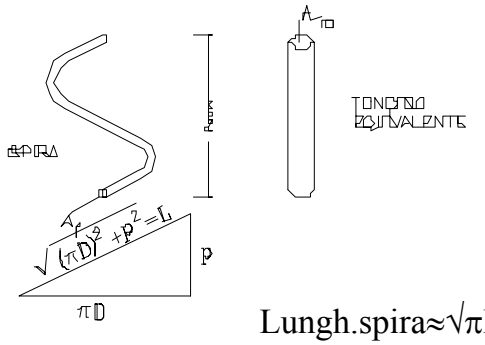
$A_a = \rho A_c$ (*area acciaio* da ripartire in minimo 4 ϕ 12)

- **Pilastri cerchiati**
  - ***Progetto***

$$A_{ic} = \frac{P}{\sigma_c} \qquad \text{in cui } A_{ic} = A_n + 15\,A_a + 45A_{ia}\ (*)$$

(A_{ic} = area ideale resistente; A_n = area nucleo; A_a = area acciaio; A_{ia} = area fittizia longitudinale corrispondente alla spirale)
con i limiti: $2A_{ic} \ge A_{ia}$ - $P \le 1/5D$ - $A_{ic} \le 2A_n \rightarrow (*)\ A_n \ge 105\ A_a$

- *Calcolo completo di progetto*



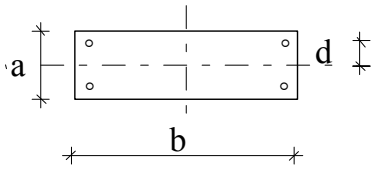
1. $A_n = \frac{P}{2\overline{\sigma}_c}$ area nucleo
2. $D = 2\sqrt{\frac{A_n}{\pi}}$ diam. nucleo
3. $p = \frac{1}{5}D$ passo spirale

Lungh.spira≈$\sqrt{\pi D^2}$

4. $A_a = \frac{A_n}{105}$ area arm. long. $\quad C = 2\pi r = D\pi$; $A = \pi r^2 = \frac{\pi D^2}{4}$; $D = 2\sqrt{\frac{A}{\pi}}$
5. $A_f = \frac{2A_a \bullet p}{\pi D}$ area tondino spir. $\quad A_f \bullet \sqrt{(\pi D)^2 + p^2} = A_{ia}p$; $A_f = \frac{A_{ia} \bullet p}{\pi D}$; $A_{ia}=2A_a$

A_a minimo 6 ϕ 12

- **Pilastri caricati di punta** $\frac{l_o}{a} > 14,5$
  se risulta: $\lambda = \frac{l_o}{i_{\min}} > 50$



bisogna verificare a carico di punta

- *luce libera d'inflessione*

  $\boxed{l_o}$ → $l_o = l$ per pilastri ultimo piano o edifici monopiano; $l_o = 0,7l$ in edifici multipiano e pilastri su fondazione.

- *raggio minimo d'inerzia*

  $\boxed{i_{min}}$ → Momento di $i_{\min} = \sqrt{\frac{I_c + nI_a}{A_c + nA_a}}$ inerzia baricentrico della sezione ideale:

$I_i = \frac{ba^3}{12} + nA_a d^2$ (sez. rettangolare) $I_i = \frac{a^4}{12} + nA_a d^2$ (sez. quadrata)

- **Metodo omega**

Si applicano le medesime formule dello sforzo normale, sostituendo al valore *P* il valore amplificato $P\omega$:

$$A_c = \frac{\omega P}{\overline{\sigma}_c(1+n\rho)}$$

- TABELLA

  dal val. λ → al val ω

  i valori intermedi calcolati per *interpolazione lineare*:

  Es.:

val. tabellato	λ = 70	70	ω =	1,08	
valore calcolato	**λ =**	64,66 *	**ω =**	x *	*val. da ricercare*
val. tabellato	λ = 60		ω =	1,04	
Differenza	10	5,34 *		0,04	

10 : 0,04 =5,34 : x

x = (0,04 • 5,34)/10 = 0,02136

ω = 1,08 - x = 1,058

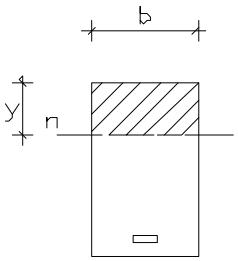
- **Verifica sezione di base**

$$\sigma_c = \frac{P_{tot} \bullet \omega}{A_i} = \frac{P\omega}{A_c + nA_a} \le \overline{\sigma}_c \qquad (P_{tot} = Q+p.p.)$$

(*) momento di inerzia baricentrico della sezione ideale (cioè rispetto all'asse neutro baricentrico della sezione): $I_{aic} = 1/12*h*b^3+nA_a*d^2$ (sez. rettangolare) ; $I_{ai}c= 1/12*b^4+nA_a*d^2$ (sez. quadrata essendo *d=b-copriferro/2*

Nelle strutture in c.a. sottoposte a flessione la **SEZIONE RESISTENTE** (ipotesi teoria c.a.) è data dall'**area del cls compresso** e dell'**acciaio teso** (*sezione parzializzata ed omogeneizzata*). L'**asse neutro** è anche **asse baricentrico di questa sezione** (non di quella geometrica).
In tal modo restano valide le formule della flessione:

$$\boxed{\sigma = \frac{My}{I_n}} \qquad \text{(formula di Navier)}$$



Poiché interessano solo le **tensioni massime** del cls compresso e dei ferri tesi più lontani dal lembo compresso abbiamo:

- **cls** $\sigma_c = \frac{My}{I_n}$
- **acciaio** $\sigma_a = n\frac{M}{I_n}(h-y)$

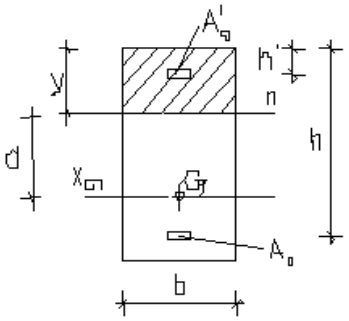
Il **momento di inerzia**[1] non è della sezione geometrica, ma della **sezione resistente** e omogeneizzata, **rispetto all'asse neutro** (baricentrico di tale sezione)

- sez. rettangolare cls rispetto a un lato

$$I_{nc} = {}^1/_3 by^3$$

- sez. ferri rispetto a un asse n parallelo all'asse baricentrico x_{gf} (per il teor. di trasposizione):

$$I_{na} = Ig_f + \Sigma A_a\,(d-y)^2$$



quindi si ha:

$$I_n = {}^1/_3 by^3 + nA_a\,(h-y)^2 + nA'_a\,(y-h')^2$$

--∨-- ---∨--- ---∨---

cls compresso ferro teso ferro compresso

trascurando i momenti di inerzia baricentrici delle 2 aree di ferro perché piccoli.

- **Equazione dell'asse neutro**

$$S_x = 0$$

Il **momento statico**[2] della **sezione resistente** e omogeneizzata **rispetto all'asse neutro x** deve essere **uguale a zero**

---

[1]**Momento di inerzia**. Il momento di inerzia I_x è il *prodotto di una massa per il quadrato della sua distanza* da un asse x. E' **sempre positivo**. $I_x = \Sigma my$ ovvero $I_x = \Sigma(my)y$, cioè il momento di inerzia è il momento statico dei momenti statici. Per il TEOR. DI TRASPOSIZIONE il mom. di inerzia rispetto a un asse ‖ all'asse baricentrico x_o distante d è:
$I_x = I_{xo} + A\,d^2$.

[2]**Momento statico**. Il momento statico rispetto a un asse x è dato dal *prodotto di una massa m per la sua distanza* dall'asse. E' **positivo, negativo o nullo** a seconda che m è da una parte o dall'altra dell'asse o sull'asse stesso (caso particolare). $S_x = \Sigma my$.

Il momento statico di un sistema di masse rispetto a un asse x è uguale a quello del sistema di forze sostituite alle masse e parallele a x, e questo per il TEOR. DI VARIGNON è uguale al *momento della risultante* (che passa per il baricentro)
Il momento è uguale alla somma delle forze o masse moltiplicate per la distanza y_g del baricentro dalla retta x:
$S_x = y_g \Sigma m$
Quindi se x è baricentrica $S_x = 0$

$$S_x = by\frac{y}{2} - nA_a(h-y) + nA'_a(y-h')$$

ovvero l'equazione di equilibrio dei momenti statici della sezione ideale resistente rispetto al proprio asse baricentrico che è asse neutro è:

$$by^2/2 + nA'_a(y-h') = nA_a(h-y)$$

-----∨----- ---∨---

cls + ferro compresso ferro teso

la quale diviene:

$$by^2 + 2n(A'_a + A_a)y - 2n(A'_a h' + A_a h) = 0$$

equazione di 2°grado che si risolve:

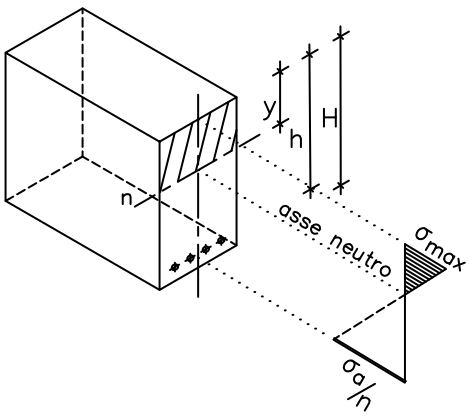
$$y = \frac{n(A'_a + A_a)}{b}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2b(A'_a h' + A_a h)}{n(A'_a + A_a)(A'_a + A_a)}}\right]$$ (*calcolo posizione asse neutro*)

ovvero:

$$y = \frac{nA^*_{tot}}{b}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2bh^*}{nA^*_{tot}}}\right]$$ ponendo: $h^* = \frac{A'_a h' + A_a h}{A'_a + A_a}$ e $A^*_{tot} = A'_a + A_a$

- **TRAVE INFLESSA**

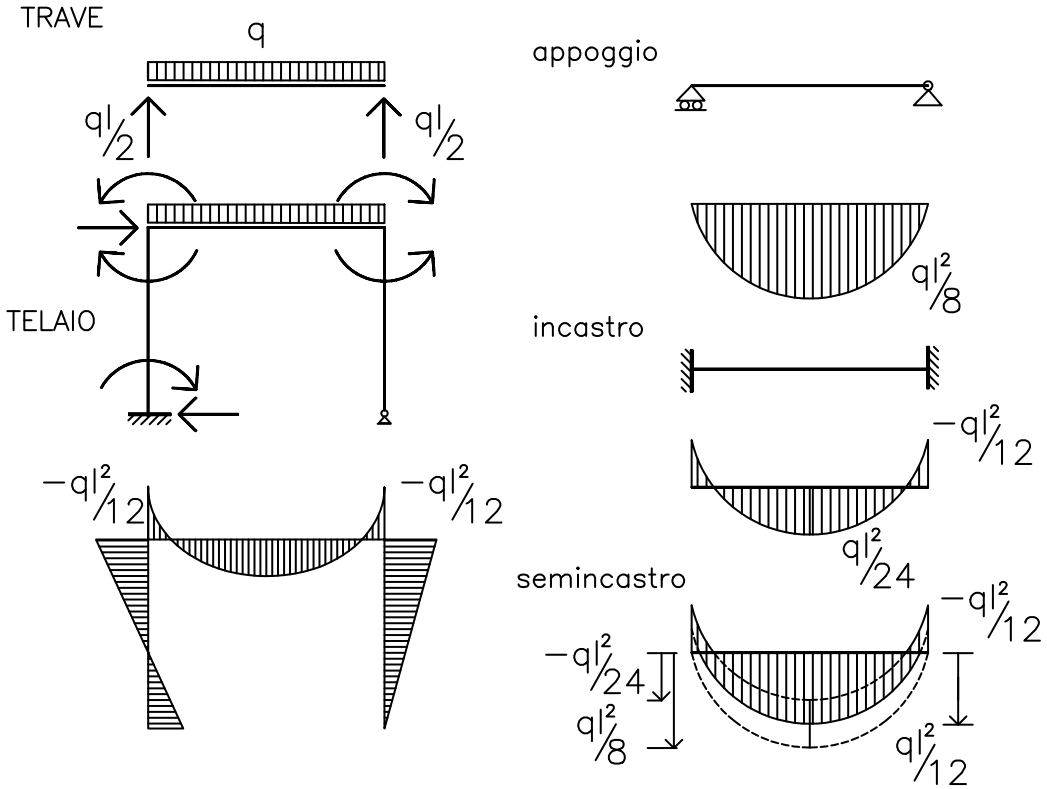
Sezione resistente parzializzata
(cls compresso + acciaio teso)



h=H-2÷3 cm
(copriferro**)**

- **condizioni di vincolo**

  ⇒ tipo di trave nel fabbricato



incastro imperfetto o semincastro: $M_i = -\frac{1}{12}ql^2$ $M_{1/2} = \frac{1}{12}ql^2$

- **CALCOLO TRAVE**
  - $M_{max} = \frac{ql^2}{12}$ kg/cm2 o N/cm2 (*luce di calcolo l = luce netta +5%*)
  - altezza teorica trave (utile) coefficienti:

    $h = r \bullet \sqrt{\frac{M}{b}}$ cm H_{tot} = h + copriferro r=α - t=β - s=γ

    in cui la base <u>b è fissata dal progettista</u>
  - area acciaio teso

$$A_a = t \bullet \sqrt{Mb}$$

- asse neutro

$$y = s \bullet h$$

- **<u>trave a spessore</u>**

  essendo h noto si calcola b: $b = r^2 \dfrac{M}{h^2}$

- <u>TABELLA</u> (*)

  Es.

σ = 2400			n = 15
$\overline{\sigma}_c$	r	t	s
30	0,667	0,000659	0,158
35	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....

- **<u>trave con doppia armatura</u>**

  - Area acciaio compresso

    $A'_a = \beta A_a$ (per $\beta = 0$ si ha l'armatura semplice; per $\beta = 1$ si ha la doppia armatura)

    in cui $\beta = \dfrac{A'_a}{A_a}$ % di armatura compressa rispetto a quella tesa = 0,25 - 0,50 - 0,75 -1

- <u>TABELLA</u>

  Es.

  *

σ = 2400	n = 15	α= h'/h=0,14	
		$\beta=A'_a/A_a$ = 1,00	
$\overline{\sigma}_c$	s	r'	t'
30	0,170	0,606	0,00080
35	0,192	0,519	0,00094
40	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....

coefficienti
$\alpha = \lambda$
$\beta = \mu$
$r = \alpha$
$t = \beta$
$s = \gamma$

$\alpha = h'/h$ (rapporto tra distanza acciaio teso-lembo superiore e copriferro) da 0,10÷0,15

$\beta = A'_a/A_a$ (rapporto tra acciaio compresso - acciaio teso) = 0,25 - 0,50 - 0,75 - 1

- <u>Questi valori sono fissati dal progettista</u>.

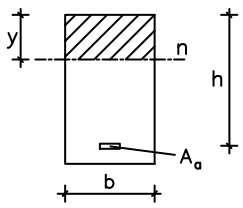
---

* Per **valori intermedi** $\boldsymbol{r}_i$, $\boldsymbol{t}_i$ tra r_1, r_2 e t_1, t_2 o si sceglie **il più prossimo superiore** o si calcola per *interpolazione lineare*: $(r_1-r_2) : (r_1-\boldsymbol{r}_i) = (t_2-t_1) : x \rightarrow \boldsymbol{t_i} = t_2 - x$

- **Verifica**

- *metodo diretto tabellare* (approssimato)

$$r = \frac{h}{\sqrt{\frac{M}{b}}} \qquad t = \frac{A_a}{\sqrt{Mb}}$$



$\Rightarrow$ dalla TAB. si ricavano i corrispondenti valori $\overline{\sigma}_c$ e $\overline{\sigma}_a$

- *metodo analitico*

- **posizione asse neutro**

(dal calcolo dei momenti statici della *sezione omogeneizzata reagente* rispetto all'asse neutro barcentrico $M_S = 0$)

$$y = \frac{nA_a}{b}\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2bh}{nA_a}}\right) \qquad \text{semplice armatura}$$

$$y = \frac{n(A_a + A'_a)}{b}\left(-1 + \sqrt{1 + 2b\frac{A_a h + A'_a h'}{n(A_a + A'_a)^2}}\right) \qquad \text{doppia armatura}$$

- **momento d'inerzia**

(baricentrico rispetto all'asse neutro dell'area ideale A_{ic})

$$I_{in} = \frac{1}{3}by^3 + nA_a(h-y)^2 \qquad \text{semplice armatura}$$

$$I_{in} = \frac{1}{3}by^3 + nA_a(h-y)^2 + nA'_a(y-h')^2 \qquad \text{doppia armatura}$$

- **tensioni**

  - **cls** $\quad \sigma_c = \frac{My}{I_{in}} \le \overline{\sigma}_c$

    oppure $\quad \sigma_c = \frac{2M}{by(h - y/3)} \le \overline{\sigma}_c \qquad$ sez. a semplice armatura

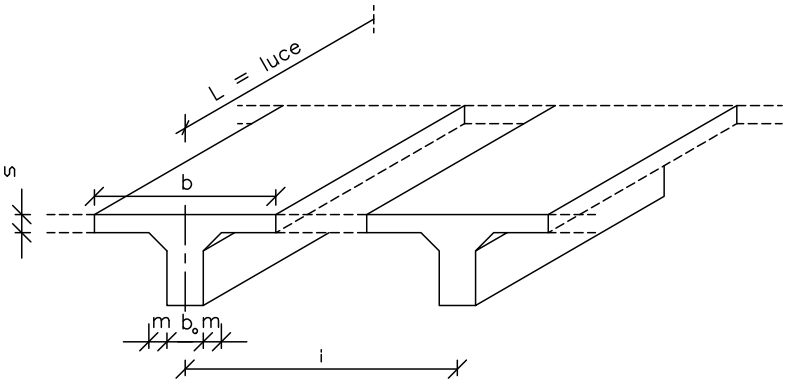
  - **acciaio teso** $\quad \sigma_a = n\frac{M(h-y)}{I_{in}} \le \overline{\sigma}_a$

    oppure $\quad \sigma_a = \frac{M}{A_a(h - y/3)} \le \overline{\sigma}_a \qquad$ sez. a semplice armatura

  - **acciaio compresso** $\quad \sigma'_a = n\frac{M(y-h')}{I_{in}} \le \overline{\sigma}_a$

    con buona approssimazione $h - \frac{y}{3} = 0{,}9h$

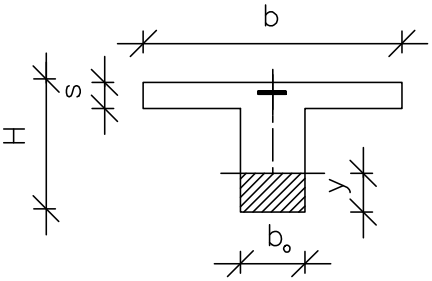
TRAVE A T 5.5



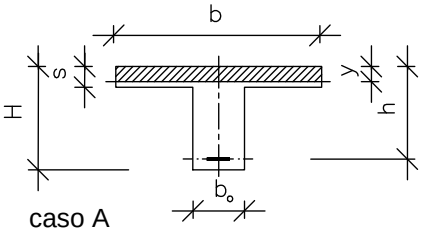
Parte di **soletta collaborante** (a destra e sinistra della trave di larghezza b_o) pari alla *maggiore* delle 2 dimensioni

- $\frac{L}{10}$
- $5s + m$

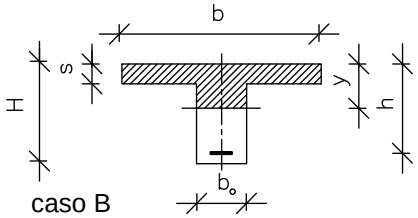
se *b* è elevato risulterà limitata l'altezza *h* e una forte armatura metallica; per contenerla si potrà prefissare $h \approx 1/12l$ e determinare *b*, che dovrà essere $\leq b_{max}$



1. Sezioni sollecitate da **momento negativo** (agli appoggi)
   Si applicano le formule per la sezione rettangolare ponendo $\mathbf{b_o}$ al posto di b



2. Sezioni sollecitate da **momento positivo** (in mezzeria)
   Si calcola in prima approssimazione supponendo che l'asse neutro tagli la soletta o coincida con il suo lembo inferiore. Si calcola perciò come una sezione rettangolare con base **b** e si determina la posizione dell'asse neutro:
   si può verificare che $y \leq s$ (caso *A*) o $y > s$ (caso *B*)
   - nel **caso A** (e quando *y* supera solo di qualche cm *s*) *l'asse neutro teglia effettivamente la soletta*, la sezione può quindi essere considerata **rettangolare;**
   - nel **caso B** si può approssimativamente considerare di *sostituire le ali della soletta con un'area equivalente di acciaio* A_{ia} a distanza $s/2$ dal lembo superiore e porre:

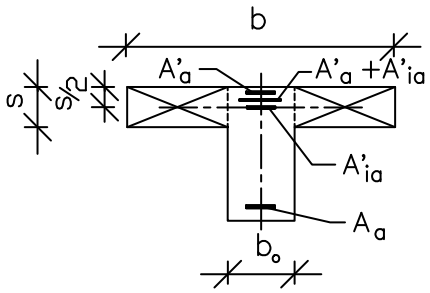


$$A_{ia} = \frac{(b - b_0)s}{n}$$

in una trave **rettangolare** larga $\mathbf{b_o}$.

Tale armatura compressa equivale alle ali del **T** e dista h" dal lembo compresso; si può operare con le tabelle:

$$\lambda = \frac{h''}{h} \qquad \text{e} \qquad \beta = \frac{A'_a + A'_{ia}}{A_a}$$



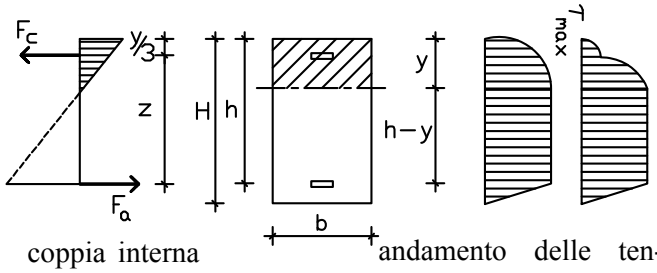
e ricavare i coefficienti r', t' per il calcolo di h e A_a.

Per il calcolo più rigoroso, si determinerà la posizione dell'asse neutro risolvendo *l'equazione di 2° grado di uguaglianza dei momenti statici*, determinando la posizione dell'asse neutro e procedere come di consueto.

SFORZO DI TAGLIO 5.6.1

- **Taglio** dovuto al *carico ripartito* nella trave inflessa:

$T_{max} = \dfrac{ql}{2}$ (sugli appoggi)



coppia interna resistente alla flessione

andamento delle tensioni di taglio per semplice e doppia armatura

espressione generale del taglio

$$\tau = \frac{T \bullet S_n}{b \bullet I_n}$$

S_n - momento statico dell'area di calcestruzzo compresso rispetto all'asse neutro

I_n - momento di inerzia della sezione ideale resistente rispetto all'asse neutro.

sviluppando questa espressione si arriva, per la *sezione a semplice armatura*:

$$\tau = \frac{T}{b\left(h - \frac{y}{3}\right)} = \frac{T}{bz} \qquad z \approx 0{,}9h$$

quindi

$$\boxed{\tau_{max} = \frac{T}{b \cdot 0{,}9h}}$$

- **tensioni ammissibili**

1. $\tau_{co} = 4 + \dfrac{R_{ck} - 150}{75}$ kg/cm^2

se $\tau_{max} < \tau_{co}$ si omette la verifica, poiché *non è richiesta armatura specifica*; bastano minimo 3 staffe al metro con una sez. di 3 cm^2/$_m$ e passo 0,8h.

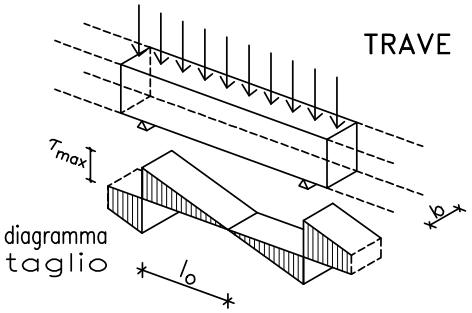
2. $\tau_{c1} = 14 + \dfrac{R_{ck} - 150}{35}$ kg/cm^2

se $\tau_{co} < \tau_{max} < \tau_{c1}$ le tensioni tangenziali devono essere *assorbite interamente dalle armature*: per il 40% min dalle **staffe**, per il 30% max dai **ferri piegati.**

se $\tau_{max} < \tau_{c1}$ si *ricalcola* la trave.

- **Sforzo di scorrimento**

$S_{tot} = \frac{1}{2}\tau_{\max} b l_o$ dal volume diagramma T ⇒



- **Staffe**

$S_S = 0{,}40\ S_{tot}$ scorrimento assorbito dalle staffe = **40%** dello scorrimento totale

- *numero staffe*

$$N_{st} = \frac{S_s}{n \cdot a \cdot \bar{\tau}_o}$$

per l'equilibrio il numero delle staffe $\mathbf{N_{st}}$ con *n* bracci e tondino di area *a* , occorrenti per assorbire la tensione S_S, è:

$S_S = \tau_o .\ a \cdot n \cdot N_{st}$

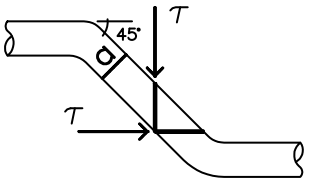
- **Ferri piegati**

$S_p = 0{,}60\ S_{tot}$ scorrimento assorbito dai ferri piegati = **60%** dello scorrimento totale

- *numero ferri piegati*

$$N_p = \frac{S_p}{a \cdot \sqrt{2} \cdot \bar{\tau}_o}$$

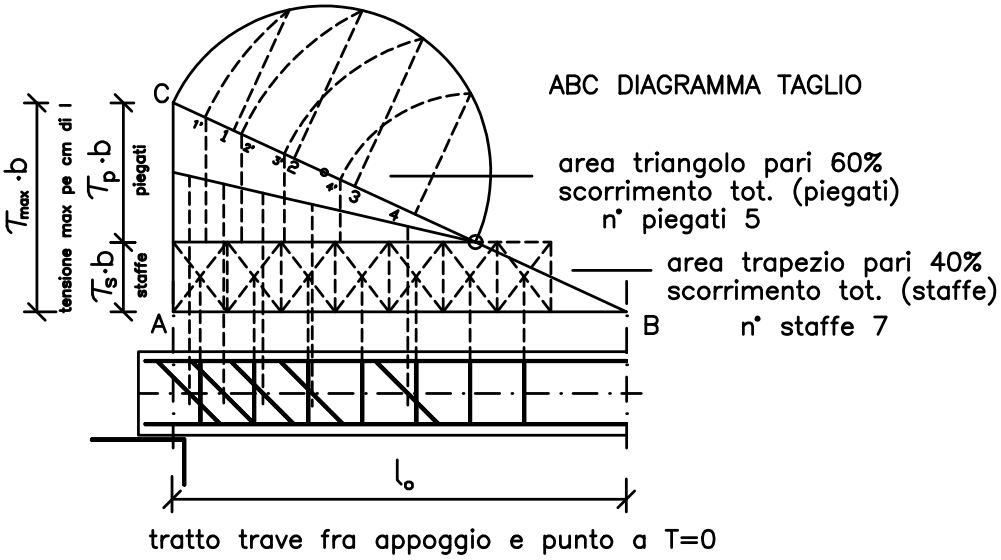
tensioni tangenziali agenti *perpendicolarmente*



essendo *a* la sezione retta del tondino, la sez. resistente perpendicolare alle tensioni vale $a \cdot \sqrt{2} \cong a \cdot 1{,}41$ (diagonale di un quadrato)

- **Posizione ferri - metodo grafico**

Il *diagramma dello scorrimento totale* viene suddiviso nelle 2 parti corrispondenti a **staffe** e **piegati**, ripartite in parti uguali di equivalente tensione. Dai baricentri si proietta sull'asse della trave, determinando la posizione dei ferri.



- **Procedimento approssimato**

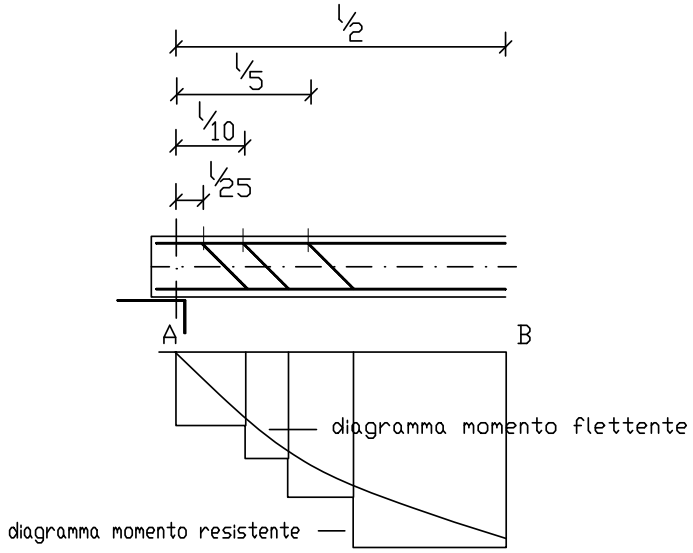
La *distanza dei ferri piegati dall'appoggio* si determina con buona approssimazione, nel caso comune di travi a sez. costante con carico ripartito uniforme, in cui i ferri piegati sono 2 o 3, a 1/5 - 1/10 - 1/25 della luce l della trave.

- **Diagramma dei momenti resistenti**

Il *momento resistente* in una generica sezione di una trave con area metallica A_S è dato da:

$$M_r = \overline{\sigma}_s \bullet A_s \left(h - \frac{y}{3} \right)$$ con A_S = area metallica **effettiva** in quella sezione

quindi calcolando il M_r per ogni tratto in cui l'area metallica si riduce per la piegatura dei tondini per il taglio (area effettiva A_S) si riporta tale valore in ordinata a partire dalla fondamentale, ottenendo un *diagramma a gradoni* detto ***diagramma dei momenti resistenti,*** che deve ricoprire con un certo margine il diagramma dei momenti flettenti, cosicché sia **verificata l'armatura necessaria per l'assorbimento della trazione**, dovuta alla flessione, considerata la progressiva riduzione del momento verso gli appoggi.



PLINTI IN C.A. 6.1

- *Dati noti*:
  - P - carico trasmesso dai pilastri
  - P_p - peso proprio presunto $\rightarrow$ TABELLE predimensionamento
  - $\overline{\sigma}_t$ - tensione ammissibile del terreno ($\approx$ 1,5 - 2 kg/cm^2)

- **Base di fondazione**

$$A = \frac{P + P_p}{\overline{\sigma}_t} \qquad b = \sqrt{A} \qquad \text{(plinto a base quadrata)}$$

lato b_O della base minore fissato pari al lato *a* del **pilastro + 5 cm.**

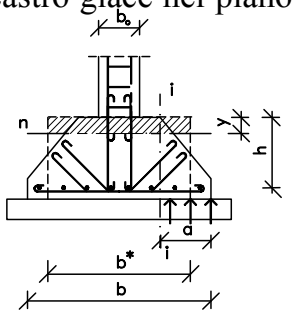
- **altezza plinto**
  - *reazione unitaria utile del terreno*

$$q_t = \frac{P}{b^2} \quad \text{kg/cm}^2$$

  - *momento flettente nella sez. di incastro i-i*

$$M_{ii} = q_t \bullet ab \bullet \frac{1}{2} a = q_t \frac{a^2 b}{2} \quad \text{kg/cm}^2$$

si considera una delle 4 mensole, la cui sezione di incastro giace nel piano i-i



quindi si può sostituire alla sezione trapezia una sezione rettangolare equivalente di la rghezza b* $\cong$ 1,25b_O

- fissati $\overline{\sigma}_c$ $\overline{\sigma}_a$ e n si calcola:

$$h = r \bullet \sqrt{\frac{M}{b}} \qquad \rightarrow \qquad H = h + 4cm$$

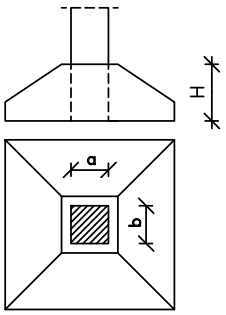
$$A_a = t \bullet \sqrt{bM}$$

- **Sottoplinto**

Il plinto è impostato su un *sottoplinto* o *sottofondazione* in magrone, spesso da 15-20 cm, con sporgenza s $\approx$ 1,5 - 2 h.

- **Verifica al punzonamento**

Si effettua calcolando la *tensione tangenziale di scorrimento* per taglio lungo la superficie di possibile punzonamento



$$\tau = \frac{P}{2 \bullet (a+b)H} \leq \begin{cases} \tau_{co} & \text{senza armatura a taglio} \\ \tau_{c1} & \text{con armatura a taglio} \end{cases}$$

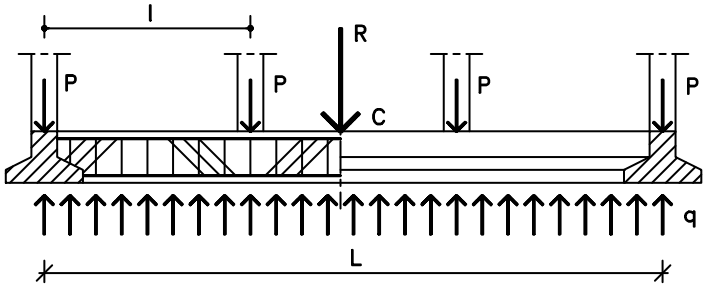
se risulta

$$\tau_{co} < \tau < \tau_{c1}$$

una parte delle armature per flessione viene *piegata a 45°* per assorbire le tensioni tangenziali.

TRAVE ROVESCIA IN C.A. 6.2.1

E' una ***trave continua*** su più appoggi **caricata dal basso verso l'alto**. Se è <u>*simmetrica*</u> la risultante R dei carichi assiali P passa per il centro C e il <u>diagramma della reazione del terreno è lineare</u>, cioè la ripartizione delle tensioni sul terreno è **uniforme**, quando il centro di pressione coincide con la mezzeria della trave.



$R = P_1 + P_2 + P_3 + ... + P_n$ per n pilastri *

- **carico gravante su 1 metro lineare** di trave

  $q = \frac{R}{L}$ kg/m

- calcolo **larghezza di base** della fondazione (b)

  $A = 100 \bullet b = \frac{Q}{\sigma_t}$

  $\sigma = \frac{Q}{A} \leq \sigma_t$

  Q = q + Pp (carico a ml + peso proprio presunto fondazione)

  σ_t = tensione ammissibile del terreno

- **calcolo sforzi**
  - **Taglio**

    $T = \sum -P + q$ kg
  - **Momento flett.**

    $M_f = \pm \frac{1}{2} q l^2$ kgm

  Il calcolo è come quello per una ***trave a T***

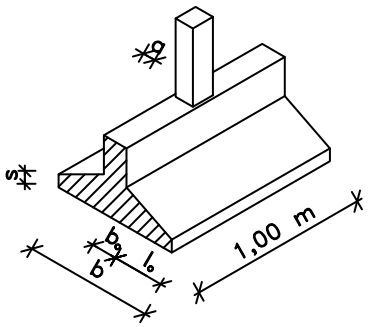
- **Dimensionamento ali laterali l_o**

  $l_o = \frac{b - b_o}{2}$ b_o assunto pari al lato a del pilastro

  - **carico unitario per un metro di lunghezza** (dal basso)

    $q' = \frac{q}{b} \bullet 100$ kg/m
  - **momento flettente nelle mensole**

    $M_f = \pm \frac{1}{2} q' l_o^2$ $\rightarrow$ con cui si calcola l'altezza s



  - **area acciaio**

    $A_a = \frac{M}{\overline{\sigma}_a 0,9h}$

- **altezza utile della trave rovescia h**

$$h = r \bullet \sqrt{\frac{M_{\max}}{b_o}}$$

- **armatura trave rovescia**

$$A_a = \frac{M}{\overline{\sigma}_a 0,9h}$$

Se **R non cade nel punto baricentrico**, ma ha una eccentricità il ***diagramma delle reazioni varia linearmente*** con un ***max*** e un ***min*** nei punti estremi, che sono forniti dalle *formule della pressoflessione:*

$$q_{\max} = \frac{R}{L} + \frac{R \bullet e}{L^2/6} \qquad q_{\min} = \frac{R}{L} - \frac{R \bullet e}{L^2/6}$$

se il **carico trasmesso dai pilastri è diverso***, esso si trasmette uniformemente sulla *metà delle 2 campate adiacenti:*

$$\frac{P_n}{L_1/2 + L_2/2}$$

PILASTRI IN C.A. 6.3.1

- *Dati noti*:
  P - carico trasmesso dai solai
  $\overline{\sigma}_c$ - tensione ammissibile cls $\rightarrow$ $\overline{\sigma}_c = 60 + \frac{R_{ck} - 150}{4}$ kg/cm2 (compressione per flessione o pressoflessione) - riduzione 30% per pilastri soggetti a compressione semplice
  $\overline{\sigma}_a$ - tensione ammissibile acciaio

- **Area strettamente necessaria cls**
  $A_{ic} = \frac{P}{\overline{\sigma}_c}$

- *area minima ferro*
  $A_a = \rho A_{ic}$ ρ - fissato dal progettista almeno 0,008 (norme → 0,8%), in genere tra 0,009 - 0,01 (0,9% - 1%)

- **Area effettiva cls**
  $A_c = \frac{P}{\overline{\sigma}_c(1 + n\rho)}$ n = 15
  0,003 -0,06 (norme → 0,3% - 6%)
  % che non deve essere inferiore a quella minima prima calcolata.

dimensioni sezione pilastro, in genere arrotondate ai 5 cm superiori:

- quadrata $l = \sqrt{A_c}$
- rettangolare $b = \frac{A_c}{a}$ prefissando *a*

- **Area acciaio**
  $A_a = \rho A_c$ fissato il valore più opportuno di ρ come detto sopra.

- *armature*

norme → ferri longitudinali ∅ ≥ 12 mm
staffe ∅ ≥ 6 mm

- *disposizione staffe*

d < 15 a_f ≤ 25 cm (d - distanza staffe; a_f - area ferri longitudinali)

- **VERIFICHE**
  - % ferro
    $0{,}003A_c < A_a < 0{,}06A_c$ (opp. 0,003 < ρ < 0,06)
  - tensione cls $\sigma_c = \frac{P}{A_c + nA_a} \leq \overline{\sigma}_c$
  - tensione acciaio $\sigma_a = n\sigma_c \leq \overline{\sigma}_a$

- **Verifica snellezza**

norme → occorre la verifica se $\lambda = \frac{l_0}{i_{\min}} > 50$

l_0 = h (altezza pilastro tra le travi)

(è consigliabile non superare il valore λ = 100)

$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_c + nI_a}{A_c + nA_a}}$

raggio **minore** di inerzia *sez. ideale*

si ha la presenza di *carico di punta* quando

- $\frac{l_o}{a} > 14{,}5$ (pil. sez. quadrata o rettangolare)
- $\frac{l_o}{a} > 12{,}5$ (pil. cerchiati)

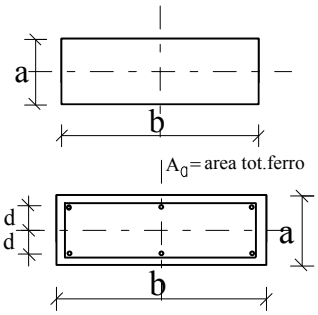
mom. di inerzia **minore** I_{min} :

$I_c = \frac{1}{12} b^4$ (sez. quadrata)

$I_c = \frac{1}{12} ba^3$ (sez. rettangolare)

In funzione di **λ → ϖ** Tabella c.a.

$$\sigma_c = \frac{\omega \cdot P}{A_c + nA_a} \leq \overline{\sigma}_c$$



- **verifica sezione di base**

$$\sigma_c = \frac{\omega P_{tot}}{A_c + nA_a} \leq \overline{\sigma}_c$$

(P_{tot} = N + p.p. pil.)

$I_a = A_a \bullet d^2$

• PILASTRI PRESSO-INFLESSI

Per sollecitazione composta o per carico eccentrico (e = M/N).
Si procede per approssimazione: **si progetta** la sezione a *compressione semplice* (o a trazione):

$$A_{ic} = \frac{P}{\overline{\sigma}_c} \qquad \text{e} \qquad A_a = \rho A_c \qquad \text{essendo } A_{ic} = A_c + n(A_a + A_a^{'})$$

e poi si effettua la **verifica** *a pressoflessione*

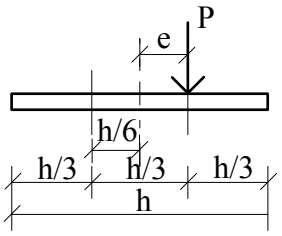
$$\sigma_{\max} = -\frac{P}{A_{ic}} \pm \frac{M}{W_{ic}} \le \overline{\sigma}_c \quad \text{in cui:}$$

$$W_{ic} = \frac{I_{ic}}{y_{\max}} \qquad I_{ic} = \frac{bh^3}{12} + n2\frac{A_a}{2}d^2 \qquad d = \frac{h}{2} - c$$

Condizione perché la sezione sia tutta compressa o anche tesa (centro di pressione interno o esterno al nocciolo) è nei solidi omogenei:

$e \le \frac{h}{6}$ (compressione)

$e > \frac{h}{6}$ (anche trazione - non ammessa)



per il **cemento armato**:

- *caso a* - centro di pressione <u>interno o al limite del nocciolo</u>, $e \le k$ (approssimativamente k = h/5,6): la sezione è interamente reagente e si verifica come sopra.
- *caso b* - centro di pressione <u>esterno al nocciolo</u>, $e \le k$ (approssimativamente k = h/5,6):

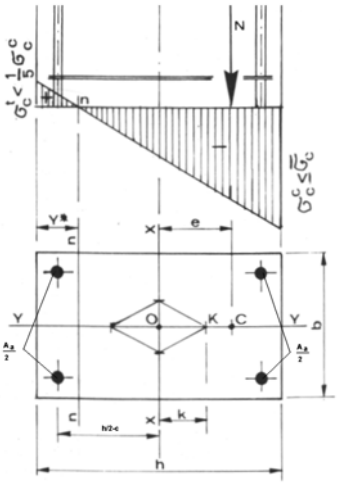
- se $\sigma_c^t \le \frac{1}{5}\sigma_c^c$ (trazione inferiore a un quinto della compressione)

la **sezione si considera interamente reagente** come sopra; ma **l'armatura in zona tesa deve assorbire interamente la trazione** (risultante delle tensioni di trazione R_t)

$$R_t = \frac{\sigma_c^t \cdot y^*}{2} b$$

distanza dell'asse neutro dal lembo teso: $y^* = \frac{h \cdot \sigma_c^t}{\sigma_c^c + \sigma_c^t}$

- se $\sigma_c^t > \frac{1}{5}\sigma_c^c$ allora si deve considerare la ***sezione parzializzata***, analogamente al caso della flessione ed occorre trovare la posizione dell'asse neutro, la cui formula di calcolo è un'equazione di 3° grado.



SOLETTE IN C.A. 6.4.1

Le solette vengono calcolate come ***travi affiancate***, tenendo conto che il comportamento può essere "*a trave*" o "*a piastra"*, quando i 2 lati hanno dimensioni diverse o simili tra loro. Si considerano **strisce larghe 1 m** per le *solette* o **1 interasse** tra le nervature per i *solai nervati.*
Nel comportamento *a piastra* il carico va applicato alle 2 serie di travi incrociate.

- *Dati noti*:
  - l - luce di calcolo = luce netta tra gli appoggi
  - Q - sovraccarico → TABELLA azioni sulle costruzioni
  - tensioni ammissibili:
  - $\overline{\sigma}_c = 60 + \frac{R_{ck} - 150}{4}$ per il cls kg/cm^2
  - $\overline{\sigma}_c$ - ridotta 30% per solette s < 5 cm
  - $\overline{\sigma}_c$ - ridotta 30%-10% per travi a T con soletta collaborante
  - $\overline{\sigma}_a$ - per i tondini → tipo acciaio impiegato

- **Analisi dei carichi**

sovraccarico accidentale			Q_1 kg/m^2
sottofondo	(s × 1 × 1) m × γ kg/m^3	=	Q_2 kg/m^2
pavimento	(s × 1 × 1) m × γ kg/m^3	=	Q_3 kg/m^2
peso proprio presunto struttura	(s × 1 × 1) m × γ(2500 kg/m^3)	=	Q_4 kg/m^2

		Tot.	Q kg/m^2

- *carico per metro lineare* Q_{tot} × 1,00 m = q kg/ml (striscia di 1 m)
- $M_{max} = \frac{ql^2}{12}$ (semincastro - strutt. c.a.) o $\frac{ql^2}{8}$ (appoggio - strutt. miste)

TAB. in corrispondenza valori σ → coefficienti α, β, γ (o *r*, *t*, *s*)

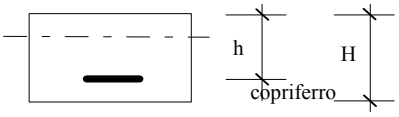
- **altezza teorica**

$h = r \bullet \sqrt{\frac{M}{b}} \geq \frac{1}{25} l \geq 8$ cm (normativa)

$H = h + 1{,}5cm$ (altezza totale soletta)

$A_a = t \bullet b \sqrt{\frac{M}{b}} = t \bullet \sqrt{bM}$ (area del ferro teso)

$A_{a_{rip}} = A_a \times 20\%$ (armatura di ripartizione)



- **Verifica al taglio**

T_{max} nella *sezione di appoggio*

$$T_{\max} = \frac{ql}{2} \qquad \text{kg}$$

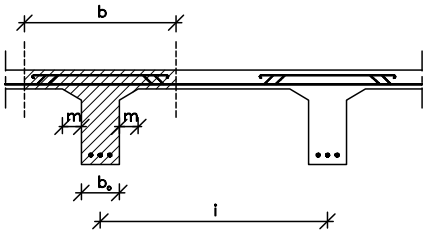
$$\tau_{\max} = \frac{T_{\max}}{0,9hb} \leq \tau_{co} \leq \tau_{c1} \qquad \text{Kg/cm}^2$$

(b = larghezza sezione in corrispondenza asse neutro - normalmente per le solette b = 100 cm)

Essendo la verifica soddisfatta per il cls, non è necessaria alcuna verifica per l'armatura.

NERVATURE SOLETTE 6.5.1

Poiché la soletta è collaborante si considera una sezione a T (**Trave a T** con *soletta collaborante*)



- **Larghezza soletta collaborante**
  si può assumere la maggiore tra

$$\begin{cases} b \le b_o + 2 \bullet \frac{1}{10} l \le i \\ b \le b_o + 2(5s) + 2m \le i \end{cases}$$

- **Analisi dei carichi**
  - *carico* trasmesso dalla soletta Q kg/m^2
  - *peso proprio* presunto della trave Pp kg/m^2

(si considera *solo la parte all'intradosso* della soletta in quanto la parte restante è inglobata nella soletta)

- **Carico a metro lineare**
  (Q + Pp) × i kg/m
- **Luce teorica** = luce netta + 5%
- **Momenti flettenti**

$M_{max} = \frac{ql^2}{8}$ (kg/cm^2 o N/cm^2) in **mezzeria** per *trave appoggiata*

$M_{max} = \pm \frac{ql^2}{12}$ (kg/cm^2 o N/cm^2) in **mezzeria** per *trave continua*

M_{max} **positivo** *in campata* e M_{max} **negativo** *sugli appoggi* per trave continua su più appoggi.

- **Dimensionamento**

$h = r \bullet \sqrt{\frac{M^+_{max}}{b}}$ in campata

$h = r \bullet \sqrt{\frac{M^-_{max}}{b_o}}$ sugli appoggi

per realizzare una *trave a sezione costante* si assume una **altezza intermedia** H + 2-3 cm copriferro.

$A_a = t \bullet \sqrt{M^+ b}$ in campata

$A_a = t \bullet \sqrt{M^- b_o}$ agli appoggi

ricorrendo alla ***doppia armatura*** *sugli appoggi* si fissa il rapporto $\frac{A'_a}{A_a} = \beta$ e $\frac{h'}{h} = \alpha$

$\rightarrow A_a = t' \bullet \sqrt{M^- b_o}$

$A'_a = \beta \bullet A_a$ (armatura superiore)

- **VERIFICHE**

  - **campata** $y = \frac{nA_a}{b}\left[-1+\sqrt{1+\frac{2bh}{nA}}\right]$ (*calcolo posizione asse neutro*)

$$\sigma_c = \frac{2M^+}{by \bullet 0,9h} \leq \overline{\sigma}_c$$ (calcolo *tensione cls*)

$$\sigma_a = \frac{M^+}{A_a \bullet 0,9h} \leq \overline{\sigma}_a$$ (calcolo *tensione acciaio*)

  - **appoggi** $y = \frac{n(A_a + A'_a)}{b_o}\left(-1+\sqrt{1+2b_o\frac{A_a h + A'_a h'}{n(A_a + A'_a)^2}}\right)$ (*asse neutro*)

$$\sigma_c = \frac{M^- y}{I_{in}} \leq \overline{\sigma}_c$$ (*tensione cls*)

$$\sigma_a = n\frac{M^-(h-y)}{I_{in}} \leq \overline{\sigma}_a$$ (*tensione acciaio*)

- **TAGLIO**

$$T_{\max} = \frac{ql}{2}$$

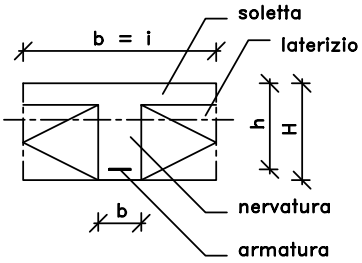
$$\tau_{\max} = \frac{T_{\max}}{0,9hb_o} \qquad \tau_{co} < \tau_{\max} < \tau_{c1}$$

SOLAI MISTI IN C.A. E LATERIZI 6.6.1

Solai in c.a. e laterizio con funzione principalmente di *alleggerimento*. Può essere considerato il laterizio aderente al cls (*laterizio collaborante*) purché sia $\sigma \leq 65$ kg/cm^2 (sforzo di compressione agente nella direzione dei fori) e lo spessore dei setti sia ≥ 8 mm (orizzontali) e 7 mm (altri).

- si fissa **l'interasse delle nervature** (in genere 40-50 cm), in relazione a: luce, sovraccarico, spessore.
- si fissa **l'altezza dei blocchi** (normalmente 16 cm - può essere: 12-14-16-18-20 cm)
- si fissa **l'altezza della solettina** (4-5 cm)
  - *spessore solaio* $\geq \frac{1}{25}l$ > 12 cm

    oppure $\geq \frac{1}{30}l$ per i solai con travetti precompressi
- si considera la **sezione a T** di una nervatura, di cui si conosce l'altezza teorica *h* e la larghezza dell'ala *b* = *i* (interasse)



- **Analisi dei carichi**

  sovraccarico accidentale (TAB. azioni sulle costruzioni)

  Q_1 kg/m^2

  caldana di sottofondo (TAB. pesi pesi mat. e strutt.) Q_2 kg/m^2

  pavimento " " Q_3 kg/m^2

  tramezzi (equivalenti a 70-100 kg/m^2) Q_4 kg/m^2

  intonaco di intradosso Q_5 kg/m^2

  peso proprio presunto struttura (2500 kg/m^3) Q_6 kg/m^2

  Tot. Q kg/m^2

  - *carico che compete a 1 nervatura per metro lineare*

    $q_i = Q_{tot} \times 1{,}00 \text{ m} \times i$ kg/ml (striscia di 1 m)
- **luce teorica di calcolo**

  = *luce netta* (+5% per tener conto della deformabilità di strutture poco rigide)
- ***condizioni di vincolo***: in genere semincastro
- calcolo **momenti flettenti massimi** negativo (appoggio) e positivo (campata)
  - $M_{max} = \pm \frac{ql^2}{12}$ (incastro parziale)

  (o $M_a = 1/18ql^2$ - M_b $1/12ql^2$ - $M_{l/2}=1/10ql^2$ nel caso di trave continua)

  si usano le *formule per l'armatura semplice*:
- fissata la $\bar{\sigma}_a$ **dell'acciaio** → FeB22 → $\bar{\sigma}_a$ 1200 kg/cm^2

  FeB32 → $\bar{\sigma}_a$ 1600 kg/cm^2

  FeB44 → $\bar{\sigma}_a$ 2600 kg/cm^2 / $\bar{\sigma}_a$ 2200 kg/cm^2

$$r = \frac{h}{\sqrt{\frac{M}{b}}}$$

($r = \alpha$)
b - interasse nervature (es. 40-50 cm)
h - altezza teorica (es 18 cm)

$\Rightarrow$ si cerca nella relativa tab. il valore **r** , controllando che $\sigma_c \leq \overline{\sigma}_c$ (fissato con la formula, in base alla classe di cls)

- *se la tensione risultasse superiore* a quella amm. occorre:
  migliorare la ***classe del cls o***
  maggiorare l'***altezza del solaio***

$\Rightarrow$ si legge in corrispondenza il *coefficiente t* (β)

- **si progetta l'area del ferro**:

$$A_a = t \bullet b\sqrt{\frac{M}{b}} = t \bullet \sqrt{bM}$$

tale are viene normalmente **distribuita in 2 tondini**: 1 dritto, l'altro *piegato* a 45° agli estremi, aggiungendo agli appoggi uno *spezzone.*

- **Verifiche**
  - **asse neutro**

$$y = \frac{nA_a}{b}\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2bh}{nA_a}}\right)$$

  - **tensioni:**
  - **cls** $\quad \sigma_c = \dfrac{2M}{by(h - y/3)} \leq \overline{\sigma}_c$
  - **acciaio** $\quad \sigma_a = \dfrac{M}{A_a(h - y/3)} \leq \overline{\sigma}_a$

$$(h - \frac{y}{3} \cong 0{,}9h)$$

  - **freccia massima**

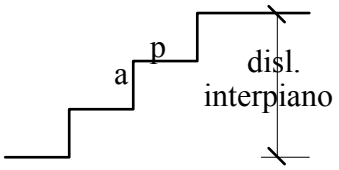
$$f = \frac{M_{\max}}{EI} \leq \frac{1}{500}l$$

con $E = 18.000\sqrt{R_{ck}}$ kg/cm^2
($5700\sqrt{R_{ck}}$ N/mm^2)

Impostazione strutturale:

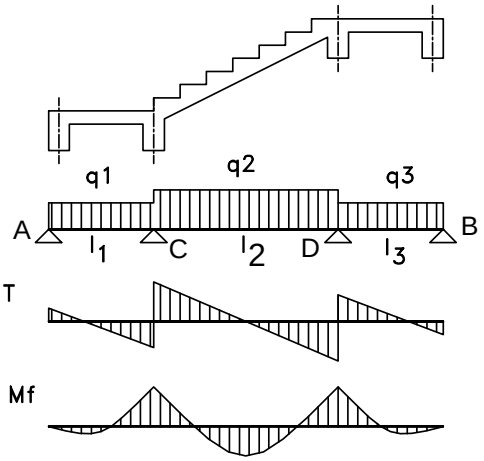
1. ***Dimensionamento*** planimetrico in relazione al dislivello o interpiano, al numero di rampe e al rapporto di alzata / pedata (geometria della scala).

$$2a + p = 62 \div 64 \quad - \quad Na = \frac{dislivello}{alzata}$$



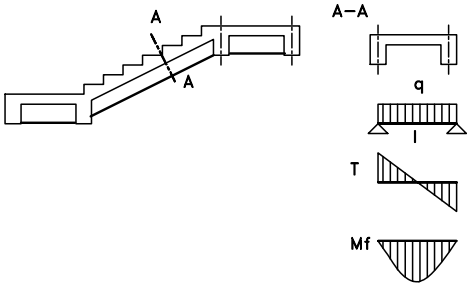
2. Studio dello ***schema strutturale***.
   - Tipologie strutturali più comuni

A. **Scala costituita da solette rampanti continue** con quelle dei pianerottoli appoggiate su travi di pianerottolo.
   • si considera una *striscia di larghezza unitaria* (o uguale alla rampa se < 2 m) e si calcola la *soletta come trave continua* su più appoggi (tanti appoggi quante sono le travi di pianerottolo), quindi si calcola lo spessore della soletta e l'armatura come di consueto.



la soletta viene trattata come trave continua e si calcolano le incognite iperstatiche (momenti sugli appoggi intermedi) con l'***equazione dei 3 momenti.***

B. **Scala con soletta appoggiata su travi rampanti** (sistema adottato quando si hanno maggiori lunghezze di rampa o forti sovraccarichi)
   • ***calcolo soletta:***
   - *striscia di larghezza unitaria* con asse ortogonale alle travi rampanti
   - schema statico: *trave incernierata alle estremità* delle travi portanti e di luce pari all'interasse di queste (ipotesi di vincolo con cerniere a vantaggio della stabilità, data la difficoltà di valutare l'imperfezione degli incastri).
   - calcolato il M_f si determina come al solito lo spessore di soletta
   • **calcolo travi rampanti**
   - schema di *trave continua* su più appoggi, oppure di *trave a ginocchio* (trave ad asse spezzato)



C. **Scala con soletta rampante**, solidale ai ripiani e vincolata alle estremità.

- schema tra i più usuali: trave ad asse spezzato o *a ginocchio*, che non richiede pilastri o muri portanti lungo i lati maggiori del vano scala. I vincoli d'estremità possono essere appoggio semplice, o cerniera o incastro (casi più frequenti).

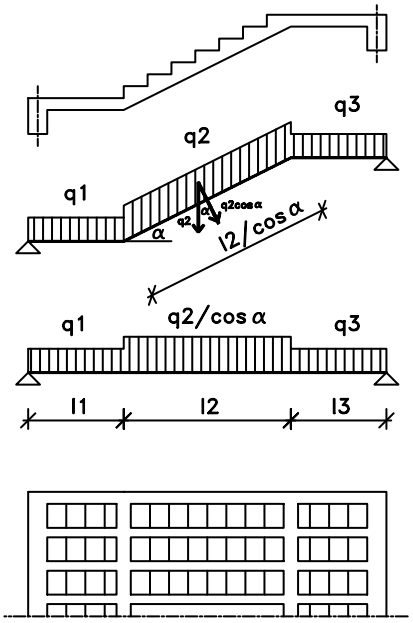
la **soletta** si considera come una ***trave incernierata*** (ipotesi semplificativa a vantaggio della stabilità) alle estremità delle travi portanti, di luce pari all'interasse di queste. Le **travi rampanti** sono ***travi continue*** su tanti appoggi quante sono le travi di pianerottolo.

- **calcolo trave**

- nel caso semplice di *trave a doppio ginocchio* ***simmetrica***, incernierata alle estremità e con ripiani di eguale luce, non generandosi reazioni orizzontali nelle cerniere, lo schema statico si riduce a quello di una *trave semplicemente appoggiata* alle estremità di luce $L = l_1 + l_2$, *isostatica.*

- nel caso di *trave a doppio ginocchio* ***asimmetrica***, incernierata (o incastrata), si immaginano 2 appoggi fittizi in corrispondenza dei ginocchi e si risolve la trave continua a 3 campate su 4 appoggi

- si considera quindi la trave a ginocchio, liberata degli appoggi intermedi fittizi e caricata in corrispondenza di essi dalle loro reazioni cambiate di segno e si completa lo studio della trave iperstatica (per la presenza di reazioni orizzontali nelle cerniere) con il calcolo delle sollecitazione.



la linea d'asse della trave rampante può essere **rettificata in proiezione orizzontale** (riduzione della trave a doppio ginocchio simmetrica ad una trave isostatica ad asse rettilineo) con la **riduzione del carico unitario *q*** per m^2 effettivo, al valore ***P/cosα*** corrispondente alla proiezione orizzontale di 1 m essendo α l'angolo di inclinazione della rampa.

rampa a doppio ginocchio con *solaio misto* in c.a. e laterizio.

D. **Scale a sbalzo**, in cui i gradini sono direttamente incastrati al muro perimetrale del vano scala o alla trave rampante.

schema statico del gradino è quello di una *mensola incastrata soggetta a momento flettente negativo*.

L'armatura è disposta nella zona superiore tesa con reggistaffe nella zona inferiore. La lunghezza dei gradini non dev'essere eccessiva (≅ 1 m).

---

(1) $$\begin{cases} M_A l_1 + 2M_C(l_1 + l_2) + M_D l_2 = -6(C_s^* + C_d^*) \\ M_C l_2 + 2M_D(l_2 + l_3) + M_B l_3 = -6(D_s^* + D_d^*) \end{cases} \qquad M_A = M_B = 0 \qquad C^* = D^* = \frac{ql^3}{24}$$