Appunti di Campi elettromagnetici
Capitolo 8 – parte II
Linee di trasmissione

La carta di Smith

Introduzione

Vogliamo adesso descrivere uno strumento che, nel seguito dei nostri discorsi, si rivelerà particolarmente utile nella risoluzione degli esercizi, in quanto mette in rapido collegamento alcune delle grandezze più importati finora introdotte a proposito delle linee di trasmissione: in particolare, ci riferiamo alle *impedenze* (di ingresso e di carico) relative alla linea ed al *coefficiente di riflessione*.

Il punto di partenza sono sempre le equazioni delle linee di trasmissione: in presenza di perdite, si tratta del sistema

$$\begin{cases} V(z) = V_i e^{\gamma z} + V_r e^{-\gamma z} \\ I(z) = \dfrac{V_i}{z_C} e^{\gamma z} - \dfrac{V_r}{z_C} e^{-\gamma z} \end{cases}$$

Ricordandoci che il **coefficiente di riflessione sul carico** è stato definito come $\rho_L = V_r / V_i$, possiamo scrivere quel sistema anche nella forma

$$\begin{cases} V(z) = V_i \left(e^{\gamma z} + \rho_L e^{-\gamma z} \right) \\ I(z) = \dfrac{V_i}{z_C} \left(e^{\gamma z} - \rho_L e^{-\gamma z} \right) \end{cases}$$

Sulla base di questo sistema, abbiamo detto che si definisce **impedenza di ingresso**, in corrispondenza della generica sezione z della linea, la quantità

$$z_i(z) = \frac{V(z)}{I(z)} = z_C \frac{e^{\gamma z} + \rho_L e^{-\gamma z}}{e^{\gamma z} - \rho_L e^{-\gamma z}} = z_C \frac{1 + \rho_L e^{-2\gamma z}}{1 - \rho_L e^{-2\gamma z}}$$

Si definisce invece **impedenza di ingresso normalizzata** il rapporto tra l'impedenza di ingresso e l'impedenza caratteristica della linea:

$$z_N(z) = \frac{z_i(z)}{z_C} = \frac{e^{\gamma z} + \rho_L e^{-\gamma z}}{e^{\gamma z} - \rho_L e^{-\gamma z}} = \frac{1 + \rho_L e^{-2\gamma z}}{1 - \rho_L e^{-2\gamma z}}$$

Si definisce, inoltre, **coefficiente di riflessione sull'impedenza di ingresso normalizzata** la quantità seguente:

$$\rho_Z(z) = \rho_L e^{-2\gamma z} = \rho_L e^{-2(\alpha + j\beta) z} = \rho_L e^{-2\alpha z} e^{-j2\beta z} = \rho_L e^{-2\alpha z} \left(\cos(2\beta z) - j\sin(2\beta z) \right)$$

N.B. Si osserva immediatamente che, in assenza di perdite, ossia per $\alpha=0$, risulta $\rho_Z(z)=\rho_L e^{-j2\beta z}$: in base a questa relazione, ρ_Z ha modulo costante pari al modulo di ρ_L, mentre la fase è $2\beta z$, ossia presenta una dipendenza (di natura periodica) dalla distanza z dal carico alla quale ci poniamo. Quindi, *in una linea senza perdite, il coefficiente di riflessione $r_Z(z)$ ha modulo costante (pari al modulo di r_L), mentre la fase varia al variare della distanza dal carico.*

In base a questa definizione, l'impedenza di ingresso normalizzata si può esprimere come

$$z_N = \frac{1+\rho_Z}{1-\rho_Z}$$

e, viceversa, si può anche scrivere che

$$\rho_Z = \frac{z_N - 1}{z_N + 1}$$

Esprimiamo sia z_N sia ρ_Z , che sono numeri, in generale, complessi, in notazione cartesiana, ossia come somma di una parte reale e di una parte immaginaria: abbiamo qualcosa del tipo

$$z_N = \frac{1+\rho_Z}{1-\rho_Z} = r + jx$$

$$\rho_Z = \frac{z_N - 1}{z_N + 1} = u + jv$$

Ci proponiamo di esaminare quale legame intercorre tra le grandezze (tutte reali) r, x , u e v, al fine, evidentemente, di legare tra loro, a livello grafico, le grandezze (complesse) z_N e ρ_Z.

Ad esempio, se prendiamo l'espressione di ρ_Z e l'andiamo a sostituire nell'espressione di z_N , otteniamo

$$z_N = \frac{1+(u+jv)}{1-(u+jv)} = r + jx$$

Razionalizzando il denominatore della frazione, otteniamo che

$$r + jx = \frac{[1+(u+jv)][1-(u+jv)]}{(1-u)^2 + v^2}$$

Facendo i calcoli sul numeratore, si ottiene facilmente che

$$\begin{cases} r = \dfrac{1-u^2-v^2}{(1-u)^2+v^2} \\ x = \dfrac{2v}{(1-u)^2+v^2} \end{cases}$$

Possiamo adesso fare qualche calcolo al fine di evidenziare come queste due relazioni rappresentano, in realtà, due circonferenze nelle coordinate u e v: infatti, cominciamo a eliminare i denominatori, ottenendo

$$\begin{cases} \left[(1-u)^2+v^2\right]r = 1-u^2-v^2 \\ \left[(1-u)^2+v^2\right]x = 2v \end{cases}$$

Eseguendo i prodotti a primo membro, otteniamo

$$\begin{cases} r+ru^2-2ru+rv^2 = 1-u^2-v^2 \\ x+xu^2-2xu+xv^2 = 2v \end{cases}$$

Raggruppiamo a secondo membro i termini che dipendono solo da r e/o da x:

$$\begin{cases} u^2+v^2+ru^2-2ru+rv^2 = 1-r \\ xu^2-2xu+xv^2-2v = x \end{cases}$$

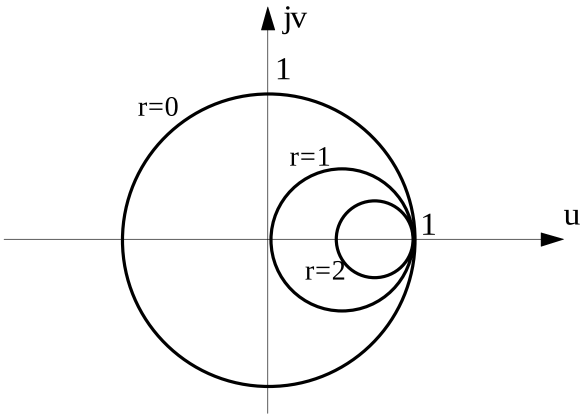
Raggruppiamo ora i termini comuni:

$$\begin{cases} (1+r)u^2+(1+r)v^2-2ru = 1-r \\ xu^2+xv^2-2xu-2v = x \end{cases}$$

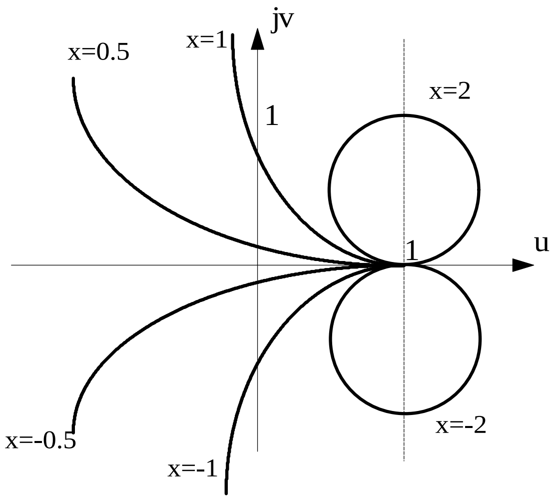
La prima equazione rappresenta, nel piano (u,v), una circonferenza di centro $\left(\dfrac{r}{r+1},0\right)$ e di raggio $\dfrac{1}{r+1}$; la seconda equazione, invece, rappresenta, sempre nel piano (u,v), una circonferenza di centro $\left(1,\dfrac{1}{x}\right)$ e di raggio $\dfrac{1}{|x|}$.

Naturalmente, al variare dei valori assunti da r e da x, ossia al variare dell'impedenza di ingresso normalizzata $z_N=r+jx$, è possibile avere circonferenze diverse. Allora, prendiamo un piano cartesiano (u,v) e rappresentiamo tali circonferenze al variare di r e di x.

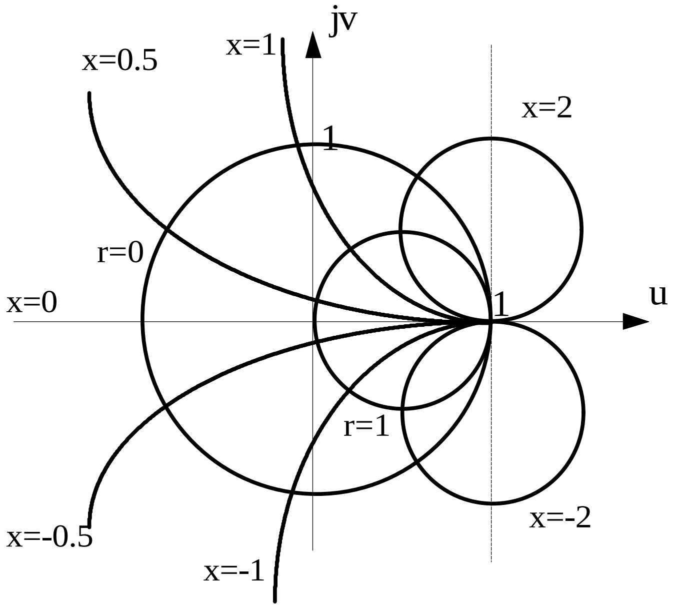
Per quanto riguarda la prima circonferenza, che dipende solo da r, abbiamo quanto segue:



Per quanto riguarda, invece, l'altra circonferenza, che dipende solo da x, abbiamo quanto segue:



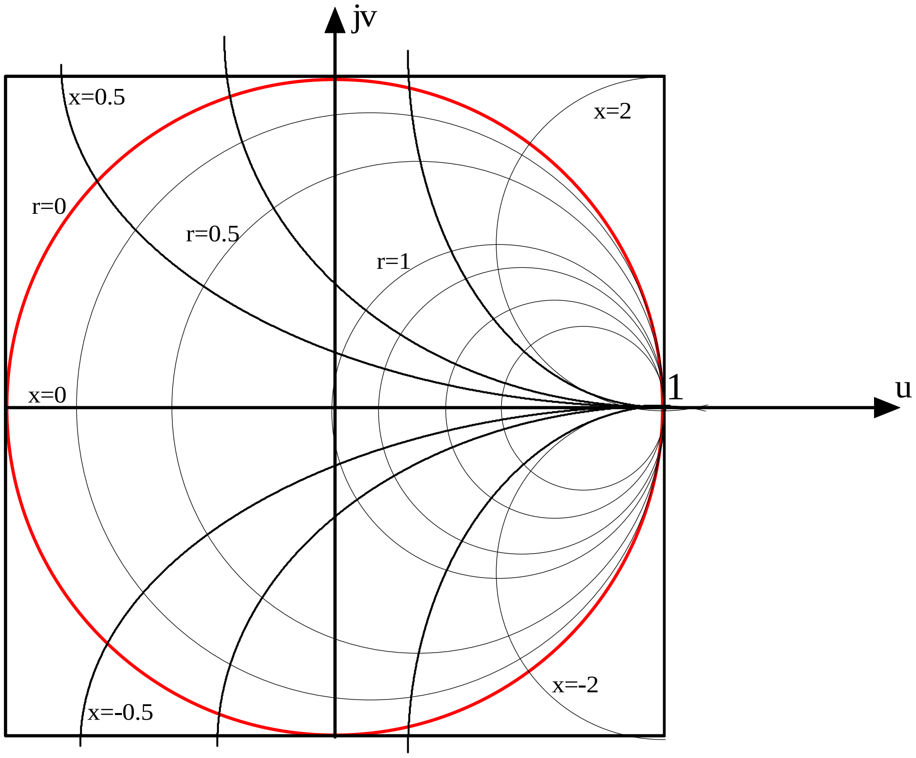
Mettendo insieme i due grafici otteniamo quanto segue:



Ciò che si nota subito è che tutti i cerchi passano per il punto (1,0).

Il grafico appena ottenuto prende il nome di **carta di Smith**. Al fine di mostrarne l'utilità, possiamo ulteriormente perfezionarla.

In primo luogo, evidenziamo la circonferenza di raggio pari ad 1, che poi corrisponde alla circonferenza che si ottiene per r=0:



Questa circonferenza contiene tutte quante le altre e viene normalmente graduata sia in gradi (i quali rappresentato la fase θ del coefficiente di riflessione ρ_Z) sia anche in frazioni di lunghezze d'onda (che rappresentano, invece, la distanza dal carico oppure quella dal generatore a seconda del verso secondo cui si legge la scala).

Visualizzazione di z_N, di y_N e di ρ_L

Una prima e immediata osservazione sulla carta di Smith è la seguente: il punto P di intersezione tra una delle circonferenze che si ottengono al variare di r (parte reale dell'impedenza di ingresso normalizzata) e una di quelle che si ottengono al variare di x (coefficiente della parte immaginaria dell'impedenza di ingresso normalizzata) individua evidentemente un preciso valore dell'impedenza di ingresso normalizzata $z_N = \frac{z_i}{z_C} = r + jx$, ossia è rappresentativo di tale impedenza. Quindi, *se conosciamo l'impedenza di ingresso z_i della linea, in corrispondenza di una certa sezione z, e conosciamo l'impedenza caratteristica z_C della linea stessa, possiamo calcolare z_N e possiamo associare a tale impedenza un preciso punto P sulla carta di Smith.*

Se poi uniamo questo punto P con l'origine O degli assi, otteniamo un vettore $\overline{OP}$ che rappresenta il coefficiente di riflessione sull'impedenza di ingresso normalizzata $\rho_Z = \rho_L e^{-2\gamma z}$. Questo significa che *la carta di Smith consente, tra le altre cose, di passare immediatamente dal coefficiente di riflessione r_Z alla impedenza z_N e viceversa*.

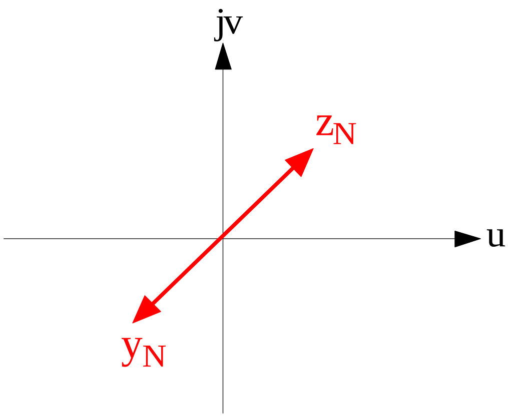
Oltre alla impedenza d'ingresso normalizzata z_N, è possibile anche ricavare il suo reciproco, ossia l'ammettenza normalizzata y_N: vediamo come si fa.

Abbiamo prima visto che l'impedenza di ingresso normalizzata e il coefficiente di riflessione su di essa valgono rispettivamente

$$z_N = \frac{1+\rho_Z}{1-\rho_Z} = r + jx$$

$$\rho_Z = \frac{z_N - 1}{z_N + 1} = u + jv$$

L'ammettenza di ingresso è allora $y_N = \frac{1-\rho_Z}{1+\rho_Z}$. Dalle espressioni di y_N e di z_N si osserva che, se sostituiamo formalmente ρ_Z con $-\rho_Z$, otteniamo proprio l'espressione di z_N. Essendo ρ_Z un numero complesso, sostituirlo con $-\rho_Z$ equivale semplicemente a ruotare il vettore rappresentativo di ρ_Z nella carta di Smith di 180°; deduciamo allora che *l'ammettenza di ingresso normalizzata si ottiene ruotando il punto rappresentativo di r_Z di 180° sulla carta di Smith*.



Quindi, <u>la carta di Smith può essere usata sia come carta delle impedenze sia come carta delle ammettenze</u>. Tocca semplicemente a noi stabilire se, sulla carta, leggiamo le impedenze oppure le ammettenze.

Visualizzazione dei valori di tensione e corrente in assenza di perdite

Un'altra possibilità fornita dalla carta di Smith è quella di studiare, per via grafica, le variazioni di ampiezza della tensione e della corrente lungo la linea di trasmissione considerata. In particolare, questo studio risulta abbastanza semplificato quando la linea non presenta perdite. Vediamo perché.

Intanto, ricordando che, in presenza di perdite, valgono le relazioni generali

$$\begin{cases} V(z) = V_i\left(e^{\gamma z} + \rho_L e^{-\gamma z}\right) \\ I(z) = \dfrac{V_i}{z_C}\left(e^{\gamma z} - \rho_L e^{-\gamma z}\right) \end{cases}$$

è chiaro che le ampiezze di tensione e corrente sono

$$\begin{cases} |V(z)| = |V_i|\left|e^{\gamma z} + \rho_L e^{-\gamma z}\right| \\ |I(z)| = \left|\dfrac{V_i}{z_C}\right|\left|e^{\gamma z} - \rho_L e^{-\gamma z}\right| \end{cases}$$

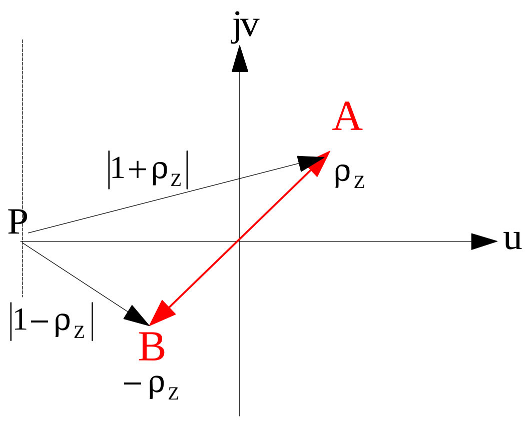
Inoltre, ricordando che $\rho_Z = \rho_L e^{-2\gamma z}$, possiamo anche scrivere che

$$\begin{cases} |V(z)| = |V_i|\left|e^{\gamma z}\left(1+\rho_L e^{-2\gamma z}\right)\right| = |V_i|\left|e^{\gamma z}\left(1+\rho_Z\right)\right| \\ |I(z)| = \left|\dfrac{V_i}{z_C}\right|\left|e^{\gamma z}\left(1-\rho_L e^{-2\gamma z}\right)\right| = \left|\dfrac{V_i}{z_C}\right|\left|e^{\gamma z}\left(1-\rho_Z\right)\right| \end{cases}$$

Nell'ipotesi di assenza perdite, la parte reale di γ, cioè la costante di attenuazione, vale 0, per cui il termine $e^{j\beta z}$ è puramente immaginario ed il suo modulo vale 1: quindi quelle relazioni si riducono a

$$\begin{cases} |V(z)| = |V_i||1+\rho_Z| \\ |I(z)| = \left|\dfrac{V_i}{z_C}\right||1-\rho_Z| \end{cases}$$

Riportiamo queste relazioni sulla carta di Smith: sia A il punto rappresentativo di ρ_Z e sia B quello di $-\rho_Z$; sia inoltre P il punto (-1,0) sulla carta: allora, con ovvie considerazioni geometriche deduciamo che il vettore che ha modulo $|1+\rho_Z|$ è quello che congiunge P con A, mentre quello che congiunge P con B ha modulo $|1-\rho_Z|$.



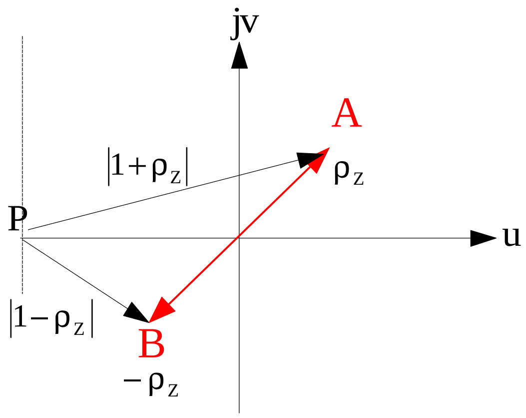
In definitiva, noto il punto A, ossia noto il valore dell'impedenza di ingresso normalizzata oppure del coefficiente di riflessione ρ_Z su di essa, siamo in grado di conoscere sia il valore di $|1+\rho_Z|$, dal quale risaliamo al modulo della tensione mediante la relazione $|V(z)| = |V_i||1+\rho_Z|$, sia il valore di $|1-\rho_Z|$, dal quale risaliamo al modulo della corrente mediante la relazione $|I(z)| = \left|\frac{V_i}{z_C}\right||1-\rho_Z|$.

Calcolo del ROS

Un ulteriore caratteristica per la quale è utile la carta di Smith è il calcolo del **rapporto d'onda stazionario**, che abbiamo definito come

$$\mathrm{ROS} = \frac{V_{MAX}}{V_{MIN}} = \frac{|V_i| + |V_r|}{|V_i| - |V_r|} = \frac{1+|\rho_L|}{1-|\rho_L|}$$

Infatti, consideriamo la figura seguente:



Confrontiamo le seguenti due relazioni:

$$z_N = \frac{1+\rho_Z}{1-\rho_Z}$$

$$\mathrm{ROS} = \frac{1+|\rho_L|}{1-|\rho_L|}$$

Si nota che, facendo ruotare i punti A e B entrambi in senso orario, fino a farli allineare con l'asse orizzontale, il ROS è fornito dalla impedenza normalizzata nel punto in cui ρ_Z è uguale al suo modulo $|\rho_L|$, ossia che il valore numerico del ROS può essere letto sulla scala delle resistenze a destra dell'origine O.

<u>Tutti i concetti esposti fino ad ora saranno adesso chiariti mediante degli esempi numerici</u>.

Esercizi numerici sulla carta di Smith

1) Determinazione di ρ_L a partire da z_L

Sia data una linea di trasmissione con impedenza caratteristica z_C nota e chiusa su di un carico di impedenza z_L. Calcolare il coefficiente di riflessione sul carico r_L.

Per prima cosa, ricordiamo che l'impedenza z_L non è altro che l'impedenza di ingresso z_i calcolata per z=0, cioè in corrispondenza della sezione di carico: questo lo si capisce sia in modo intuitivo, considerando la definizione data di impedenza di ingresso, sia anche in modo più analitico, in base alla relazione

$$z_i = z_L \frac{\cos(\beta z) + j\frac{z_C}{z_L}\mathrm{sen}(\beta z)}{\cos(\beta z) + j\frac{z_L}{z_C}\mathrm{sen}(\beta z)}$$

Di conseguenza, è chiaro che possiamo usare la carta di Smith anche con riferimento all'impedenza di carico.

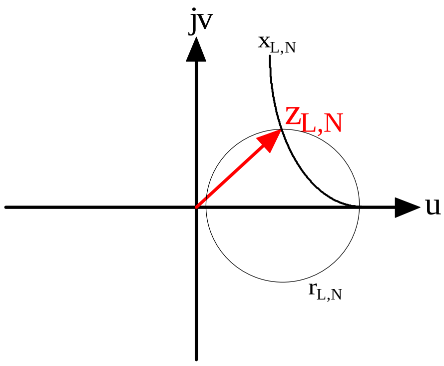
Ricordando che la carta di Smith si riferisce all'impedenza normalizzata, il primo passo consiste nel calcolare il valore della impedenza di carico normalizzata: la relazione da applicare è semplicemente

$$z_{L,N} = \frac{z_L}{z_C}$$

Successivamente, bisogna separare $z_{L,N}$ come somma di una parte reale e di una immaginaria:

$$z_{L,N} = r_{L,N} + jx_{L,N}$$

Il punto P che, sulla carta di Smith, rappresenta $z_{L,N}$ è quello di intersezione tra la circonferenza che si ottiene per $r = r_{L,N}$ e quella che si ottiene per $x = x_{L,N}$.



Questo punto P, unito con l'origine O, fornisce un vettore $\overline{OP}$ che rappresenta proprio ρ_L: la proiezione di questo vettore sull'asse delle ascisse dà evidentemente la parte reale di ρ_L, mentre la proiezione sull'asse delle ordinate dà il coefficiente della parte immaginaria. In alternativa, la lunghezza del vettore dà il modulo di ρ_L, mentre l'angolo che esso forma con l'asse delle ascisse (misurato in verso antiorario) dà la sua fase (che, ricordiamo, rappresenta lo sfasamento tra l'onda di tensione riflessa e quella diretta).

Osservazione

In questo esercizio, abbiamo ricavato il valore del coefficiente di riflessione sul carico ρ_L a partire dal valore dell'impedenza di carico z_L. E' ovvio che, noto ρ_L, siamo anche in grado di calcolare il coefficiente di riflessione ρ_Z di qualsiasi impedenza normalizzata: basta usare la relazione $\rho_Z = \rho_L e^{-2\gamma z}$, la quale dà il coefficiente di riflessione in corrispondenza di una generica distanza z dal carico.

Per esempio, il coefficiente di riflessione a distanza z=L dal carico sarà

$$\rho_Z = \rho_L e^{-2\gamma L}$$

2) Determinazione di z_L a partire da ρ_L

Sia data una linea di trasmissione di impedenza caratteristica nota z_C. Conoscendo il valore di r_L, calcolare l'impedenza di carico z_L .

Si tratta dell'esercizio inverso al precedente. Intanto, conoscere il valore del coefficiente di riflessione sul carico ρ_L significa conoscerne modulo e fase, per cui siamo subito in grado di individuare il punto P corrispondente sulla carta di Smith. Questo punto P è anche quello rappresentativo dell'impedenza di carico normalizzata, che sarà nella forma

$$z_{L,N} = r_{L,N} + jx_{L,N}$$

I due coefficienti $r_{L,N}$ e $x_{L,N}$ si trovano nel modo seguente:

- la parte reale $r_{L,N}$ è quella cui corrisponde l'unica circonferenza, variabile con r, che passa per P;
- il coefficiente della parte immaginaria $x_{L,N}$ è invece quello cui corrisponde l'unica circonferenza, variabile con x, che passa per P.

Individuate queste due circonferenze, ossia trovato il valore di $z_{L,N}$, ci calcoliamo il valore di z_L semplicemente moltiplicando per il valore dell'impedenza caratteristica.

3) Determinazione di z_i a partire da z_L

Sia data una linea senza perdite, con impedenza caratteristica $z_C = 300(\text{ohm})$, *chiusa su un carico* $z_L = 180 + j240(\text{ohm})$, *a lunghezza d'onda* $\lambda = 2(\text{metri})$. *Calcolare il valore dell'impedenza di ingresso a distanza* $L = 0.375(\text{metri})$ *dal carico.*

Questo esercizio può essere risolto in vari modi, sia per via analitica sia per via grafica:

- per quanto riguarda la **via analitica**, abbiamo già esaminato in precedenza un metodo abbastanza comodo che sfrutta la cosiddetta "*matrice ABCD*" della linea; c'è poi anche un'altra strada analitica, che si basa sulla definizione di "coefficiente di riflessione";
- per quanto riguarda, invece, la **via grafica**, si tratta evidentemente di utilizzare la carta di Smith.

Cominciamo dalla via analitica che si basa sull'impiego del coefficiente di riflessione. Il primo passo è quello di calcolare l'impedenza di carico normalizzata:

$$z_L = \frac{z_{LOAD}}{z_C} = 0.6 + j0.8$$

Successivamente, calcoliamo il coefficiente di riflessione sul carico:

$$\rho_L = \frac{z_L - 1}{z_L + 1} = \frac{-0.4 + j0.8}{1.6 + j0.8} = \ldots$$

Noto questo coefficiente, possiamo calcolare il coefficiente di riflessione a distanza L dal carico:

$$\rho_Z(z = L) = \left[\rho_L e^{-2\gamma z}\right]_{z=L} = \left[\rho_L e^{-j2\beta z}\right]_{z=L} = \rho_L e^{-j2\beta L} = \ldots$$

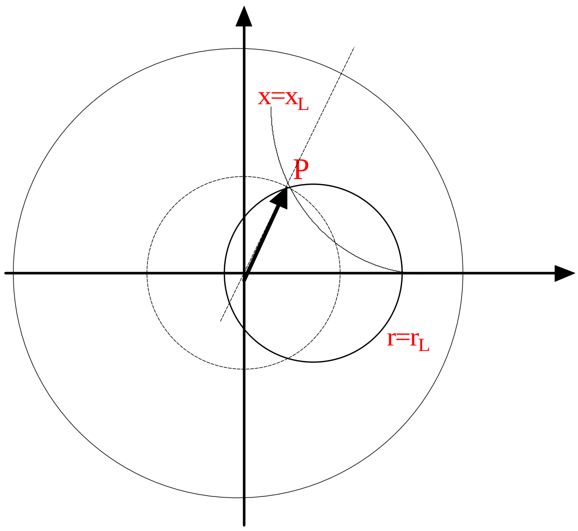
Infine, noto questo coefficiente, possiamo calcolarci l'impedenza di ingresso normalizzata, a distanza L dal carico, mediante la formula

$$z_{ing,N}(L) = \frac{1 + \rho_Z(L)}{1 - \rho_Z(L)} \xrightarrow{\text{denormalizzando}} z_{ing}(L) = z_{ing,N}(L) z_C = \frac{1 + \rho_Z(L)}{1 - \rho_Z(L)} z_C$$

Questo è dunque il procedimento analitico migliore per risolvere l'esercizio. Adesso facciamo vedere come gran parte di tutti questi passaggi analitici possa essere effettuata mediante la carta di Smith.

Il calcolo dell'impedenza di carico normalizzata va fatto comunque, visto che la carta di Smith vale solo per le impedenze (o le ammettenze) normalizzate, per cui partiamo dal valore di z_L.

Individuiamo il punto P rappresentativo di $z_L = r_L + jx_L = 0.6 + j0.8$, ossia l'intersezione tra la circonferenza per r=0.6 e quella per x=0.8. Congiungendo P con l'origine O della carta di Smith, otteniamo un vettore $\overline{OP}$ che rappresenta, sia in modulo sia in fase, il coefficiente di riflessione ρ_L: il modulo di $\overline{OP}$ si misura semplicemente con un righello (oppure mediante una apposita scala collocata generalmente sulla parte inferiore della carta di Smith), mentre la fase di $\overline{OP}$ può essere sia letta col goniometro (sarebbe l'angolo che $\overline{OP}$ forma con l'asse delle ascisse) sia mediante la scala graduata esterna (basta prolungare $\overline{OP}$ fino ad intersecare la scala stessa e leggere il valore corrispondente all'intersezione).



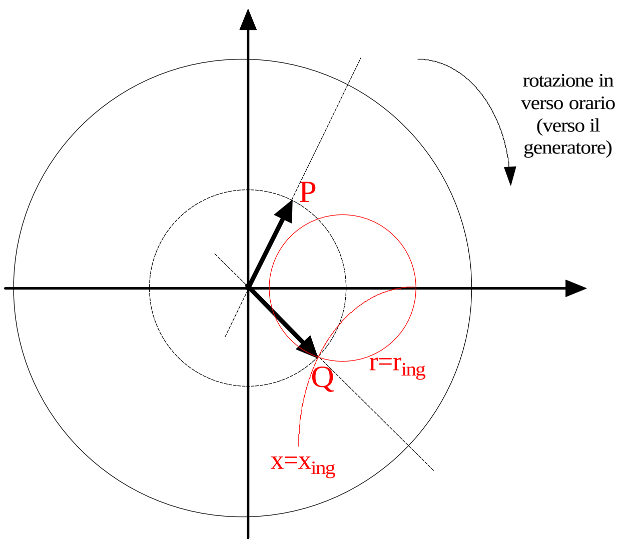
A questo punto, considerando che la linea è senza perdite (cioè α=Re(γ)=0), sappiamo che vale la relazione $\rho_Z = \rho_L e^{-j2\beta z}$, in base alla quale il modulo di $\rho_Z(z)$ coincide con quello di ρ_L, mentre è incognita (per cui va calcolata) la fase di $\rho_Z(z)$.

Sempre in base alla suddetta relazione, questa fase è legata a quella di ρ_L dalla relazione seguente:

$$\langle \rho_Z(z) = \langle \rho_L - 2\beta z = \langle \rho_L - 2\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)z = \langle \rho_L - \frac{4\pi z}{\lambda}$$

Quindi, riepilogando, possiamo affermare quanto segue: *partendo dal punto P, se ci muoviamo, in senso orario, lungo la circonferenza di centro O e raggio* $\overline{OP}$, *otteniamo i valori di $r_Z(z)$ in corrispondenza di distanze z crescenti dal carico; in particolare, il modulo di $r_Z(z)$ rimane costante e pari al modulo di r_L, mentre la fase varia proporzionalmente a z secondo un coefficiente $2b(=4p/l)$*

Partendo dunque da P ed effettuando una rotazione in senso orario di un angolo di valore $\frac{4\pi L}{\lambda}$ (da leggere, sull'opportuna scala graduata, sia in termini di gradi sia in termini di frazioni di lunghezza d'onda), otteniamo il punto Q rappresentativo di $z_{ing}(L)$.



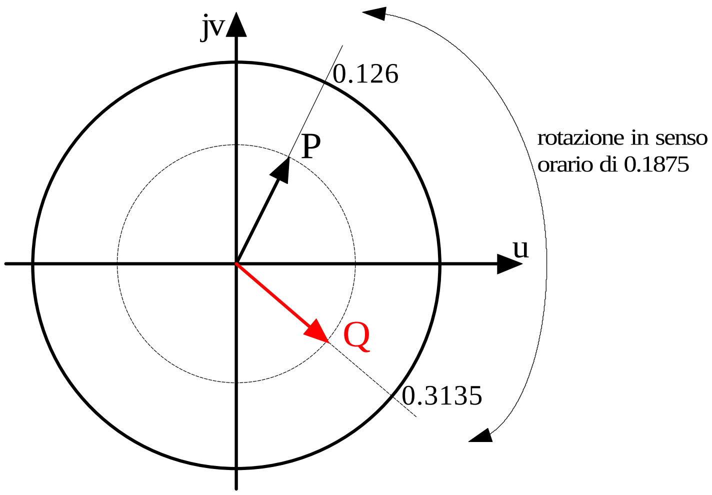
A questo punto, il punto Q è individuato da una circonferenza per $r = r_{ing}(L)$ e da una per $x = x_{ing}(L)$, dal che deduciamo che $z_{ing}(L) = r_{ing}(L) + jx_{ing}(L)$.

Da un punto di vista operativo, dobbiamo dunque scegliere se valutare la rotazione $\frac{4\pi L}{\lambda}$ in termini di gradi oppure in termini di frazioni di lunghezza d'onda. In termini di gradi, la cosa è immediata, in quanto basta usare un righello oppure l'apposita scala graduata di cui la carta di Smith è fornita. Vediamo perciò il procedimento da seguire nel caso si voglia utilizzare la scala graduata in funzioni di lunghezze d'onda.

La prima cosa da fare è leggere, sulla suddetta scala, il valore corrispondente al carico: per fare questo, basta prolungare il segmento OP fino ad intersecare la scala e leggere il valore nel punto di intersezione. Nel caso che stiamo esaminando, si legge il valore $\frac{\ell_1}{\lambda} = 0.126$.

Questo è dunque il valore in corrispondenza della sezione di carico; in corrispondenza, invece, della distanza L=0.375m dal carico, il valore da leggere è chiaramente $\frac{L}{\lambda} = \frac{0.375}{2} = 0.1875$.

Allora, sommando $\frac{\ell_1}{\lambda} + \frac{L}{\lambda} = 0.3135$, otteniamo il valore ℓ_2/λ sulla scala graduata che corrisponderà alla posizione del coefficiente di riflessione a distanza z=L dal carico (facciamo anche osservare che questo valore ℓ_2/λ deve essere pari a 2βL, il che ci consentirebbe di ricavare il valore di β).



In altre parole, congiungendo l'origine O con il punto 0.3135 sulla scala graduata (quella verso il generatore), otteniamo il segmento sul quale giace ρ_Z. Avendo poi detto che il modulo di ρ_Z è costante e pari a ρ_L, deduciamo che il punto Q rappresentativo di $\rho_Z(L)$ corrisponde all'intersezione del suddetto segmento con la circonferenza prima tracciata di centro O e raggio $\overline{OP}$.

Una volta trovato Q, siamo in grado di trovare, così come fatto nell'esercizio numero 2, la parte reale e quella immaginaria dell'impedenza di ingresso in corrispondenza della distanza L dal carico: ciò che si trova è r=1.4 e x=-1.2, per cui l'impedenza di ingresso a distanza L=0.375 metri dal carico è

$$z_{ing}(L) = r_{ing}(L) + jx_{ing}(L) \xrightarrow{\text{denormalizzando}} z_i(L) = z_{ing}(L) * z_C = (1.4 - j1.2) * 300$$

Osservazione: periodicità (λ/2) della carta di Smith

Abbiamo detto che prima che la fase del coefficiente di riflessione sul carico ρ_L è legata alla fase del coefficiente di riflessione $\rho_Z(z)$ nella generica sezione z dalla relazione

$$\angle\rho_Z(z) = \angle\rho_L - 2\beta z = \angle\rho_L - 2\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)z = \angle\rho_L - \frac{4\pi z}{\lambda}$$

Questa formula dice che, allontanandoci dal carico di una distanza z, la rotazione del coefficiente di rotazione vale $4\pi z/\lambda$. Allora, supponiamo di allontanarci dal carico di una distanza $z=\lambda/2$: andando a sostituire, otteniamo che

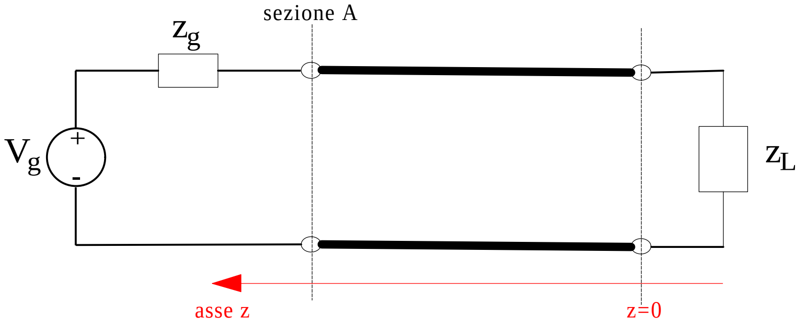
$$\angle\rho_Z\left(\frac{\lambda}{2}\right) = \angle\rho_L - 2\pi = \angle\rho_L$$

Abbiamo cioè trovato che, a distanza $\lambda/2$ dal carico, la fase del coefficienti di riflessione non cambia (e non cambia nemmeno il modulo visto che siamo nell'ipotesi di assenza di perdite). In altre parole, allontanandoci dal carico di una quantità multipla intera di $\lambda/2$, vediamo sempre la stessa impedenza di ingresso (pari a quella di carico), ossia osserviamo una rotazione completa del coefficiente di riflessione. Per questo motivo si dice che *la carta di Smith è periodica di periodo l/2.*

Osservazione: utilità del concetto di impedenza di ingresso

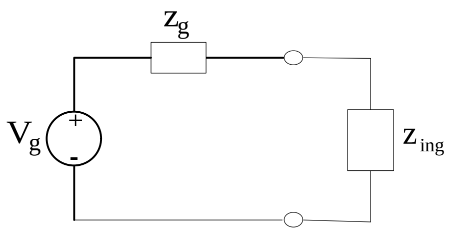
Vogliamo adesso far vedere quale possa essere l'utilità del concetto di impedenza di ingresso presentata da una linea di una certa lunghezza ℓ.

Supponiamo di avere un generatore di tensione sinusoidale V_g, dotato di impedenza interna z_g, che alimenta un carico z_{LOAD} mediante una linea di trasmissione di lunghezza ℓ:



Vogliamo calcolare l'andamento V(z) della tensione e I(z) della corrente lungo la linea.

Il primo passo è quello di andare a calcolare la tensione nella sezione indicata con A nella figura precedente; per fare questo, dobbiamo semplicemente costruire e risolvere il "circuito equivalente concentrato" rappresentato nella figura seguente:



In questo circuito, z_{ing} è l'impedenza di ingresso calcolata prima, la quale rappresenta l'insieme della linea di lunghezza ℓ e del carico z_{LOAD} vero e proprio.

Questo circuito si risolve con i metodi tradizionali dell'elettrotecnica: la tensione ai capi di z_{ing}, ossia la tensione alla sezione A, è

$$V_A = \frac{z_{ing}}{z_{ing} + z_g} V_g \longrightarrow I_A = \frac{V_A}{z_{ing}} = \frac{V_g}{z_{ing} + z_g}$$

A questo punto, ci ricordiamo che l'andamento della tensione e della corrente lungo la linea è dato, in linea del tutto generale, dalla soluzione dell'equazione dei telegrafisti:

$$\begin{cases} V(z) = V_i e^{\gamma z} + V_r e^{-\gamma z} \\ I(z) = \dfrac{V_i}{z_C} e^{\gamma z} - \dfrac{V_r}{z_C} e^{-\gamma z} \end{cases}$$

In queste espressioni, z_C è l'impedenza caratteristica della linea. Inoltre, in assenza di perdite, risulta $\gamma = j\beta$.

Se mettiamo in evidenza, sia nell'espressione di V(z) sia in quella di I(z), il termine $V_i e^{\gamma z}$ (cioè l'onda diretta), otteniamo

$$\begin{cases} V(z) = V_i e^{\gamma z}\left(1 + \dfrac{V_r}{V_i} e^{-2\gamma z}\right) = V_i e^{\gamma z}\left(1 + \rho_L e^{-2\gamma z}\right) = V_i e^{\gamma z}\left(1 + \rho_Z(z)\right) \\ I(z) = \dfrac{1}{z_C} V_i e^{\gamma z}\left(1 - \dfrac{V_r}{V_i} e^{-2\gamma z}\right) = \dfrac{V_i}{z_C} e^{\gamma z}\left(1 - \rho_Z(z)\right) \end{cases}$$

In base a queste equazioni, essendo noto ρ_L ed essendo perciò nota la legge $\rho_Z(z) = \rho_L e^{-2\gamma z}$, tutto sta a calcolare V_i. Il calcolo di questa ampiezza si effettua a partire dal valore di V_A calcolato prima: infatti, V_A è la tensione V(z) calcolata in $z = \ell$, per cui abbiamo che

$$V(z = \ell) = V_A = V_i e^{\gamma \ell}\left(1 + \rho_Z(\ell)\right) \longrightarrow V_i = \frac{V_A}{e^{\gamma \ell}\left(1 + \rho_Z(\ell)\right)}$$

Andando a sostituire, otteniamo

$$\begin{cases} V(z) = \dfrac{1+\rho_Z(z)}{1+\rho_Z(\ell)} V_A \\ I(z) = \dfrac{1-\rho_Z(z)}{1+\rho_Z(\ell)} \dfrac{V_A}{z_C} \end{cases}$$

4) Determinazione di z_L a partire da z_i

Sia data una linea senza perdite, con impedenza caratteristica $z_C = 300(\text{ohm})$, *chiusa su un carico* z_L *ignoto, a lunghezza d'onda* $\lambda = 2(\text{metri})$. *Calcolare il valore dell'impedenza di carico sapendo che l'impedenza di ingresso, a distanza* $L = 0.375(\text{metri})$ *dal carico, vale* $z_i = 420 - j360(\text{ohm})$.

Si tratta evidentemente dell'esercizio inverso al precedente, per cui le considerazioni da fare sono le stesse.

In primo luogo, ci calcoliamo il valore dell'impedenza di ingresso normalizzata:

$$z_{i,N} = \frac{z_i}{z_C} = 1.4 - j1.2(\text{ohm})$$

Il punto P rappresentativo di questa impedenza è quello di intersezione tra la circonferenza che si ottiene per r=1.4 e quella che si ottiene per x=-1.2. Unito questo punto con l'origine, otteniamo il vettore $\overline{OP}$ rappresentativo del coefficiente di riflessione $\rho_Z(L)$ in corrispondenza della distanza L dal carico.

Prolungando il vettore fino ad intersecare la scala graduata esterna (sempre quella verso il generatore), leggiamo il valore $\frac{\ell_1}{\lambda} = 0.3135$.

A questo valore, se sottraiamo $\frac{L}{\lambda} = \frac{0.375}{2} = 0.1875$, otteniamo fino a quanto deve ruotare il vettore $\overline{OP}$, in senso questa volta antiorario, per darci la nuova posizione del coefficiente di riflessione, quella corrispondente al carico z_L: ciò che si ottiene è $\frac{\ell_2}{\lambda} = 0.126$.

Individuando allora il valore 0.126 sulla scala e congiungendolo con l'origine, otteniamo la direzione su cui giace ρ_L; avendo supposto la linea senza perdite, il modulo di ρ_L è pari a quello di ρ_Z, per cui basta puntare il compasso in O, tracciare la circonferenza di raggio $\overline{OP}$ e intersecare il segmento appena tracciato per individuare il punto Q rappresentativo di ρ_L. Questo punto Q è anche rappresentativo di $z_{L,N}$: infatti, la parte reale di tale impedenza è quella cui corrisponde l'unica circonferenza, con r variabile, passante per Q, mentre il coefficiente della parte immaginaria è quello cui corrisponde l'unica circonferenza, con x variabile, passante sempre per Q. Ciò che si ottiene è $z_{L,N} = 0.6 + j0.8$.

Nota l'impedenza di carico normalizzata, basta moltiplicarla per l'impedenza caratteristica per ottenere l'impedenza di carico reale z_L.

5) Determinazione di L a partire da z_i e z_L

Sia data una linea senza perdite, con impedenza caratteristica $z_C = 300(\text{ohm})$, *chiusa su un carico* z_L *ignoto, a lunghezza d'onda* $\lambda = 2(\text{metri})$. *Sapendo che l'impedenza di ingresso della linea vale* $z_i = 420 - j360(\text{ohm})$, *calcolare la lunghezza L della linea stessa.*

Anche questo esercizio è analogo ai due precedenti: conosciamo il valore dell'impedenza di carico e conosciamo l'impedenza di ingresso della linea a distanza L dal carico. Vogliamo calcolare L.

Per prima cosa, <u>normalizziamo sia l'impedenza di carico sia quella di ingresso, al fine di poterle riportare sulla carta di Smith</u>: siano perciò P e Q i rispettivi punti rappresentativi.

Congiungendo P e Q con l'origine, abbiamo i vettori $\overline{OP}$ e $\overline{OQ}$ rappresentativi, rispettivamente, del coefficiente di riflessione sul carico e del coefficiente di riflessione a distanza L. Prolungando i due vettori fino ad intersecare la scala graduata esterna (sempre verso il generatore) leggiamo rispettivamente i valori $\frac{\ell_1}{\lambda} = 0.3135$ e $\frac{\ell_2}{\lambda} = 0.126$.

La differenza tra questi due valori indica quanto vale la rotazione, ossia

$$\frac{L}{\lambda} = \frac{\ell_1}{\lambda} - \frac{\ell_2}{\lambda} = 0.1875$$

Da qui otteniamo infine che $L = 0.1875\lambda = 0.375(\text{metri})$.

6) Determinazione di z_i a partire da z_L

Sia data una linea con perdite, con impedenza caratteristica $z_C = 300(\text{ohm})$, *chiusa su un carico* $z_L = 180 + j240(\text{ohm})$, *a lunghezza d'onda* $\lambda = 2(\text{metri})$. *Calcolare il valore dell'impedenza di ingresso a distanza* $L = 20.375(\text{metri})$ *dal carico, sapendo anche che la costante di attenuazione vale* $\alpha = 0.08(\text{dB}/\text{metro})$

Questo esercizio è identico al numero 3, salvo per il fatto che, in questo caso, <u>la linea presenta delle perdite</u>, come testimoniato dal valore non nullo della costante di attenuazione α. La risoluzione, quindi, è analoga a quella dell'esercizio 3, salvo a considerare le perdite.

Per prima cosa, normalizziamo il valore dell'impedenza di carico:

$$z_{L,N} = \frac{z_L}{z_C} = 0.6 + j0.8$$

Il punto P di intersezione tra la circonferenza per r=0.6 e quella per x=0.8 è il punto rappresentativo di $z_{L,N}$. Invece, il vettore $\overline{OP}$ è quello che ci fornisce il valore di ρ_L (coefficiente di riflessione sul carico). Prolungando questo vettore fino ad intersecare la scala graduata esterna (quella verso il generatore), leggiamo il valore $\frac{\ell_1}{\lambda} = 0.126$.

A questo punto, dobbiamo determinare sia di quanto ruota il vettore $\overline{OP}$ per darci la nuova posizione del coefficiente di riflessione (che ora diventa ρ_Z) sia di quanto cambia il suo modulo in conseguenza delle perdite.

Cominciamo dalla rotazione, in quanto il discorso è analogo a quello di tutti gli esercizi precedenti: in corrispondenza della distanza L=20.375(ohm), otteniamo un valore, sulla scala graduata, pari a $\frac{L}{\lambda}=\frac{20.375}{2}=10.1875$. Dove si trova questo valore? Osservando proprio la scala graduata, si nota come essa parta dal valore iniziale 0 e, dopo un giro completo, termini al valore 0.5. Ciò significa che il valore 10 si otterrà dopo 20 rotazioni complete e che, quindi, il valore 10.1875 sarà in corrispondenza di 0.1875. Allora, la nuova posizione del coefficiente di riflessione sarà data da

$$\frac{\ell_2}{\lambda}=\frac{\ell_1}{\lambda}+\frac{L}{\lambda}=0.3135$$

Letto questo valore sulla scala e congiuntolo con l'origine, otteniamo la direzione sulla quale giacerà il coefficiente di riflessione ρ_Z a distanza L=20.375 metri dal carico: abbiamo cioè individuato la fase di ρ_Z. Resta da vedere quanto è "lungo" il vettore rappresentativo di ρ_Z, ossia quanto vale il suo modulo.

Nel caso della mancanza di perdite, il modulo era costante e pari a ρ_L, per cui era immediato ricavarsi il vettore finale. Al contrario, dobbiamo qui considerare le perdite. In base alla relazione $\rho_Z=\rho_L e^{-j2\gamma z}$, essendo $\gamma=\alpha+j\beta$, si deduce che $|\rho_Z|=|\rho_L|e^{-2\alpha z}$, per cui, a distanza z=L dal carico, il modulo del coefficiente di riflessione è

$$|\rho_Z|=|\rho_L|e^{-2\alpha L}$$

Facciamo i calcoli: intanto si ha che

$$\alpha L=0.08\left(\frac{dB}{metro}\right)20.375(metri)=1.63(dB)$$

Passando da dB a Neper, otteniamo

$$\alpha L=1.63(dB)*8.086\left(\frac{Neper}{dB}\right)=0.188(Neper)$$

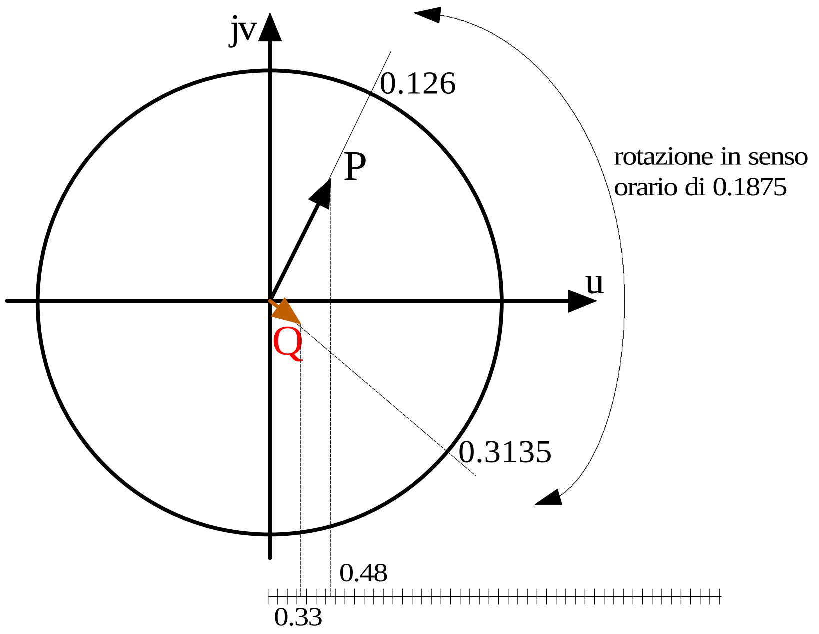
e quindi $|\rho_Z|=|\rho_L|e^{-2*0.188}$.

Ci serve il valore del modulo di ρ_L: questo lo si ottiene sull'apposita scala graduata sistemata in basso a destra sulla carta di Smith: prolungando il punto P su tale scala, si legge $|\rho_L|=0.48$, per cui

$$|\rho_Z|=0.48e^{-2*0.188}=0.33$$

Sempre sulla stessa scala di prima, andiamo a leggere questo valore e mandiamo la verticale passante per esso: questa verticale interseca il segmento che ci dà la direzione di ρ_Z in un punto Q, per cui ρ_Z è rappresentato dal vettore $\overline{OQ}$.

Infine, noto il coefficiente di riflessione a distanza L, siamo in grado di calcolare quanto vale l'impedenza di ingresso normalizzata a tale distanza dal carico e quindi quanto vale la z_i richiesta.



Il risultato finale è $z_i = 420 - j216(\text{ohm})$.

7) Determinazione di z_L a partire da z_i

Sia data una linea senza perdite, con impedenza caratteristica $z_C = 300(\text{ohm})$*, chiusa su un carico* z_L *ignoto, a lunghezza d'onda* $\lambda = 4(\text{metri})$*. Calcolare il valore dell'impedenza di carico sapendo che l'impedenza di ingresso, a distanza* $L = 0.5(\text{metri})$ *dal generatore, vale* $z_i = 414 + j735(\text{ohm})$.

Questo esercizio è identico al numero 4, salvo il fatto che la distanza L è questa volta misurata a partire dal generatore e non più a partire dal carico. Di conseguenza, la risoluzione è identica a quella dell'esercizio numero 4, tranne per il fatto che, come scala graduata, dobbiamo usare quella *verso il carico* e non più quella verso il generatore.

Il primo passo è sempre la normalizzazione dell'impedenza di ingresso:

$$z_{i,N} = \frac{z_i}{z_C} = 1.38 + j2.45(\text{ohm})$$

Il punto P di intersezione tra la circonferenza che si ottiene per r=1.38 e quella che si ottiene per x=2.45 è quello rappresentativo di $z_{i,N}$, mentre il vettore $\overline{OP}$ è quello che rappresenta il coefficiente di riflessione ρ_Z a distanza L=0.5 (metri).

Prolungando il suddetto vettore fino ad intersecare la scala graduata (abbiamo detto quella verso il carico), si legge il valore $\frac{\ell_1}{\lambda} = 0.3$.

Il valore della scala in corrispondenza di una distanza L dal generatore è invece $\frac{L}{\lambda} = \frac{0.5}{4} = 0.125$.

Quindi, dobbiamo ruotare il vettore $\overline{OP}$, in senso questa volta antiorario, di un tratto pari a 0.3, ossia dobbiamo arrivare al valore

$$\frac{\ell_2}{\lambda} = \frac{\ell_1}{\lambda} + \frac{L}{\lambda} = 0.425$$

La direzione individuata dall'origine e da questo valore è quella su cui si trova il coefficiente di riflessione ρ_L sul carico: dato che siamo nell'ipotesi di assenza di perdite, il punto Q che, unito all'origine, dà il vettore $\overline{OQ}$ rappresentativo di tale coefficiente si ottiene puntando il compasso nell'origine, tracciando la circonferenza di raggio $\overline{OP}$ e intersecando la direzione prima individuata.

Noto il punto Q, siamo in grado di leggere sulla carta i valori della parte reale e del coefficiente della parte immaginaria dell'impedenza di carico normalizzata: si trova $z_{L,N} = 0.2 + j0.5$. Moltiplicando per l'impedenza caratteristica della linea, otteniamo z_L.

8) Determinazione di z_L noti che siano il ROS ed il 1° minimo di tensione

Sia data una linea di trasmissione, senza perdite, di impedenza caratteristica $z_C = 300(\text{ohm})$ *e che lavora a lunghezza d'onda* $\lambda = 0.8(\text{metri})$. *Sapendo che* $ROS = 3$ *e che la distanza dal carico del 1° minimo di tensione è* $d = 0.26(\text{metri})$, *calcolare il valore dell'impedenza di carico* z_L.

Esaminiamo prima da un punto di vista qualitativo il collegamento esistente tra la carta di Smith, i massimi e minimi di tensione ed il valore del ROS.

Supponiamo che il punto rappresentativo di una certa impedenza di ingresso normalizzata $z_{i,N}$ sia il punto Q, per cui il vettore $\overline{OQ}$ è quello rappresentativo del coefficiente di riflessione ρ_Z.

Se facciamo ancora una volta l'ipotesi che la linea sia esente da perdite, possiamo verificare facilmente che l'ampiezza della tensione, a distanza z dal carico, è proporzionale al valore di ρ_Z. Infatti, in assenza di perdite, sappiamo che valgono le relazioni

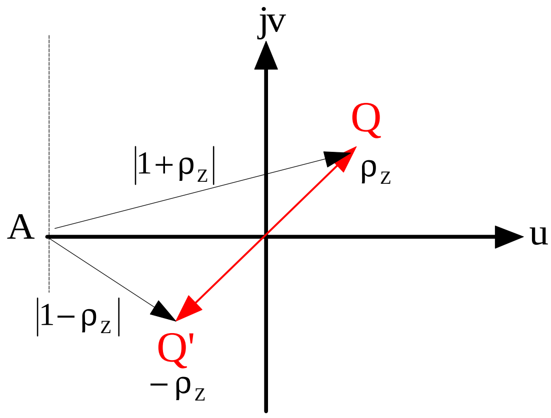
$$\begin{cases} V(z) = V_i e^{\gamma z} + V_r e^{-\gamma z} = V_i e^{\gamma z}\left(1 + \frac{V_r}{V_i} e^{-2\gamma z}\right) = V_i e^{\gamma z}\left(1 + \rho_L e^{-2\gamma z}\right) = V_i e^{\gamma z}\left(1 + \rho_Z(z)\right) \\ I(z) = \frac{1}{z_C} V_i e^{\gamma z} - \frac{1}{z_C} V_r e^{-\gamma z} = \frac{1}{z_C} V_i e^{\gamma z}\left(1 - \frac{V_r}{V_i} e^{-2\gamma z}\right) = \frac{V_i}{z_C} e^{\gamma z}\left(1 - \rho_Z(z)\right) \end{cases}$$

Da queste relazioni, se calcoliamo il modulo di V(z) e di I(z), otteniamo che

$$\begin{cases} |V(z)| = |V_i||1+\rho_Z(z)| \\ |I(z)| = \left|\frac{V_i}{z_C}\right||1-\rho_Z(z)| \end{cases}$$

In base a queste relazioni, tenendo conto che V_i è una ampiezza costante al variare di z, è evidente che $|V(z)|$ (e quindi anche $|I(z)|$) è proporzionale al valore del coefficiente ρ_Z.

Questo fatto può anche essere evidenziato sulla carta di Smith, come illustrato nella figura seguente:

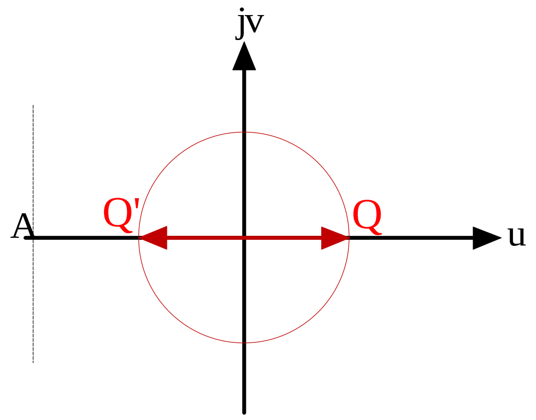


Da un punto di vista geometrico, è immediato verificare che il vettore $\overline{AQ}$ ha modulo $|1+\rho_Z|$, mentre il vettore $\overline{AQ'}$ ha modulo $|1-\rho_Z|$.

> Consideriamo per esempio $\overline{AQ}$: da un punto di vista geometrico, questo vettore si ottiene come somma del vettore $\overline{OQ}$ e del vettore $\overline{AO}$; in termini di coefficiente di riflessione, il primo vettore è rappresentativo della quantità complessa ρ_Z, mentre il secondo è rappresentativo della quantità 1+j0, per cui $\overline{AQ}$ è rappresentativo della quantità $1+\rho_Z$ e quindi il suo modulo è $|1+\rho_Z|$. Il discorso è ovviamente analogo per $\overline{AQ'}$, che si ottiene questa volta sottraendo $\overline{OQ'}$ da $\overline{AO}$, ossia sommando $-\overline{OQ}$ ad $\overline{AO}$.

Detto questo, è ovvio che, se modifichiamo la distanza z (dal carico) alla quale ci poniamo, cambia il valore di $\rho_Z(z)$ e quindi cambia il valore di $|V(z)|$. In particolare, il massimo valore di ρ_Z , cui corrisponde il massimo valore di $|V(z)|$ ed il minimo di $|I(z)|$, si ottiene quando i punti Q e Q’ (quest’ultimo è rappresentativo dell’ammettenza di ingresso a distanza z), ruotando in senso orario (visto che ci allontaniamo dal carico), si portano entrambi sull’asse delle ascisse; dire che Q si trova sull’asse delle ascisse equivale a dire due cose:

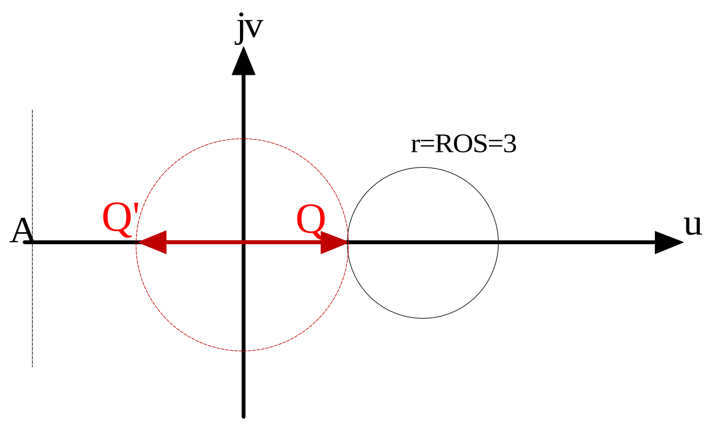
- in primo luogo, l'impedenza di ingresso è una pura resistenza, visto che l'asse delle ascisse corrisponde ad x=0;
- in secondo luogo, il valore dell'impedenza di ingresso è anche numericamente pari al coefficiente di riflessione ρ_Z, visto che questo valore corrisponde al modulo del vettore $\overline{OQ}$.



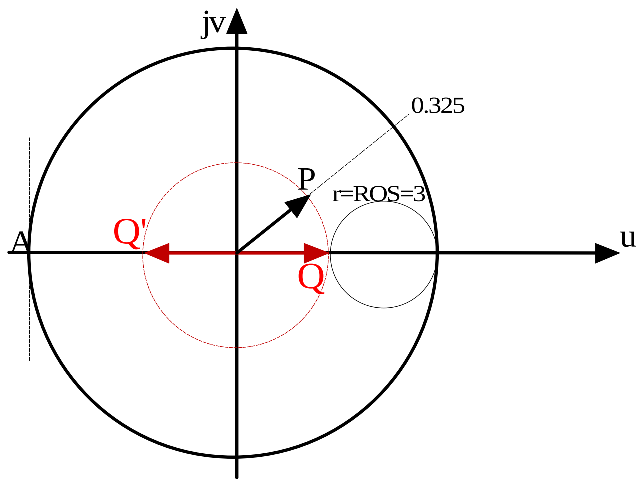
Sulla base di queste considerazioni, possiamo concludere che *il valore numerico del ROS corrisponde al valore numerico dell'impedenza di ingresso normalizzata corrispondente al punto Q, ossia al valore di r in corrispondenza del quale si ottiene l'unica circonferenza, variabile appunto con r, che passa per il punto Q.*

Vediamo allora come sfruttare tutto ciò nel nostro esercizio.

In primo luogo, dato che ROS=3, cerchiamo la circonferenza che si ottiene per r=3 e, in particolare, consideriamo il punto Q in cui essa interseca l'asse delle ascisse: puntando il compasso nell'origine, tracciando la circonferenza di raggio OQ e intersecando l'asse dell'ascisse sul suo ramo negativo, otteniamo il punto Q' che corrisponde al minimo di tensione, mentre Q corrisponde al massimo.



Ora, in corrispondenza della distanza d dal carico, otteniamo il valore $\frac{d}{\lambda}=0.325$ da leggere sulla scala graduata esterna (quella verso il carico): questo valore ci dà la direzione su cui giace il coefficiente di riflessione sul carico. Intersecando tale direzione con la circonferenza tracciata per ottenere Q', otteniamo proprio il punto P rappresentativo del carico:



Questo punto P corrisponde ai valori r=1.1 e x=1.3, per cui l'impedenza di carico normalizzata vale $z_{L,N} = 1.1 + j1.3$ e da essa possiamo ricavare z_L.

Osservazioni sul R.O.S.

Torniamo un attimo sulle relazioni

$$\begin{cases} |V(z)| = |V_i||1+\rho_Z(z)| \\ |I(z)| = \left|\dfrac{V_i}{z_C}\right||1-\rho_Z(z)| \end{cases}$$

In base a queste relazioni, siamo in grado di calcolare il valore massimo ed il valore minimo di $|V(z)|$: si ha infatti che

$$\begin{cases} |V(z)|_{MAX} = |V_i|(1+|\rho_Z(z)|) \\ |V(z)|_{MIN} = |V_i|(1-|\rho_Z(z)|) \end{cases}$$

Da qui siamo in grado di calcolare il valore del ROS.: applicando la semplice definizione, abbiamo che

$$R.O.S. = \frac{|V(z)|_{MAX}}{|V(z)|_{MIN}} = \frac{|V_i|(1+|\rho_Z(z)|)}{|V_i|(1-|\rho_Z(z)|)} = \frac{1+|\rho_Z(z)|}{1-|\rho_Z(z)|}$$

Ricordando, infine, che, per una linea senza perdite, risulta $|\rho_Z(z)| = |\rho_L|$, possiamo concludere che

$$\boxed{R.O.S. = \frac{1+|\rho_L|}{1-|\rho_L|}}$$

In base a questa espressione, deduciamo che il ROS è un parametro caratteristico della linea assegnata (visto che non dipende da z) e che il suo valore è univocamente determinato una volta che sia assegnato il valore del carico z_L (cioè il valore di ρ_L). Questo vale, ovviamente, nell'ipotesi di partenza che la linea sia senza perdite.

Per quanto riguarda i valori numerici del ROS, è evidente che esso varia tra 1 ed infinito:

- la condizione ROS=1 si ottiene quando ρ_L=0, ossia quando siamo in condizioni di adattamento;
- se, invece, risulta ρ_L=1 (cioè quando il carico è puramente reattivo), allora ROS=∞.

Da qui deduciamo che il valore del ROS diventa indicativo della condizione di adattamento del carico.

Autore: **Sandro Petrizzelli**
e-mail: sandry@iol.it
sito personale: http://users.iol.it/sandry