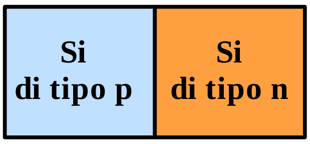
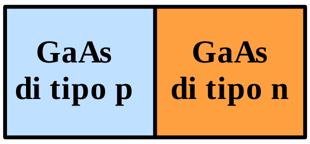
Appunti di Elettronica
Capitolo 3 – Parte I
Diodi: analisi statica e di piccolo segnale

Introduzione

Prende il nome di *diodo p-n* o *omogiunzione p-n* o semplicemente **diodo** un dispositivo elettronico realizzato ponendo in contatto due campioni dello stesso semiconduttore ([1]) uno *drogato di tipo p* (composto cioè da *atomi accettori*) e l'altro *drogato di tipo n* (composto cioè da *atomi donori*) ([2]), così come riportato nella figura seguente:



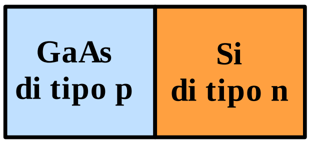
Omogiunzione in Si



Omogiunzione in GaAs

Si parla invece *eterogiunzione p*-n quando non solo il drogaggio è diverso, ma sono diversi anche i due semiconduttori, come ad esempio accade nella figura seguente:

Eterogiunzione in Si-GaAs



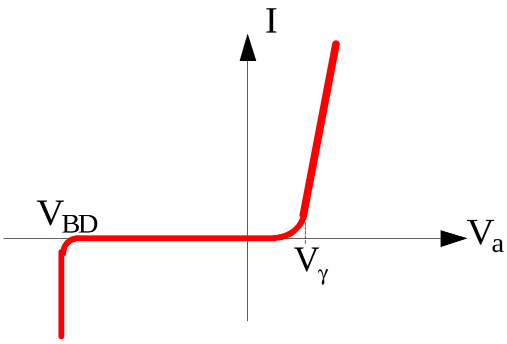
Eterogiunzione in GaAs-Si

Per semplicità, noi faremo sempre riferimento alle omogiunzioni.

La caratteristica fondamentale di un diodo pn sta nel fatto che esso consente alla corrente che lo attraversa di fluire con facilità in una sola direzione. Questo risulta particolarmente evidente dalla caratteristica tensione-corrente di un diodo, ossia dalla curva che rappresenta l'andamento della corrente che fluisce nel diodo in funzione della tensione applicata ai suoi capi:

[1] A rigore, sarebbe sufficiente considerare due semiconduttori aventi lo stesso valore dell'*intervallo di banda proibita* e della *costante reticolare*.

[2] A titolo di richiamo, spieghiamo rapidamente il concetto di "atomi donori" (mentre il concetto di "atomi accettori" è del tutto duale). Consideriamo un cristallo di *silicio intrinseco*, cioè privo di impurità: il silicio è un elemento del 4° gruppo e presenta perciò 4 *elettroni di valenza*; la struttura del cristallo consiste in un reticolo spaziale in cui ciascun atomo di silicio si lega con 4 altri atomi di silicio mediante altrettanti legami covalenti. Supponiamo ora di sostituire un atomo di silicio mediante uno di fosforo, che è una *impurità pentavalente*, che cioè presenta 5 elettroni, uno in più rispetto al silicio; allora, mentre 4 di questi 5 elettroni servono per formare altrettanti legami con i 4 atomi di silicio coordinati, rimane il 5° elettrone libero, non impiegato in alcun legame. Tra l'altro, esso è legato debolmente al proprio atomo, in quanto è debole la forza di attrazione con la carica positiva situata nel nucleo: è dunque sufficiente anche una piccola quantità di energia per rompere tale vincolo e per far sìche l'elettrone, una volta libero, possa passare nella banda di conduzione, diventando appunto *elettrone di conduzione*. Dato, quindi, che questo elettrone, una volta strappato al proprio nucleo, passa alla *banda di conduzione*, ossia viene "donato" a questa banda dal suo atomo, gli atomi droganti pentavalenti come il fosforo prendono il nome di *atomi donori* (o donatori).



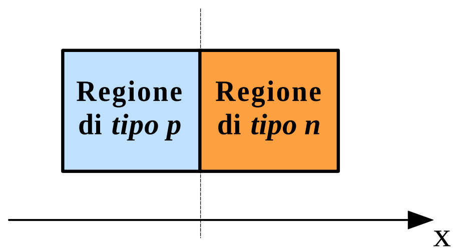
Questa caratteristica dice sostanzialmente quanto segue:

- in condizioni di **polarizzazione diretta** della giunzione, cioè quando la tensione applicata ai suoi capi è $V_a>0$, la giunzione lascia passare la corrente solo a partire da un valore $\mathbf{V_\gamma}$ di tensione (detta **tensione di gradino** o **tensione di accensione**) e tale corrente cresce anche molto rapidamente a seguito di aumenti piccoli della tensione applicata;
- al contrario, in condizioni di **polarizzazione inversa**, quando cioè $V_a<0$, la giunzione lascia passare solo un valore piccolissimo (che può ritenersi in prima approssimazione nullo) di corrente, almeno finché la tensione applicata non scende al di sotto di un valore critico $\mathbf{V_{BD}}$ (detta **tensione di break-down** o **tensione di rottura**); al di sotto di questo valore, la corrente aumenta in modo brusco anche per una tensione applicata che rimane costante.

Riepilogo sui principi di funzionamento del diodo

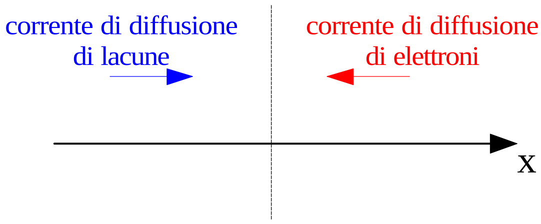
Descrizione fisica della omogiunzione all'equilibrio

Descriviamo velocemente cosa succede quando vengono posti in contatto il campione di semiconduttore drogato di tipo p e quello drogato di tipo n:

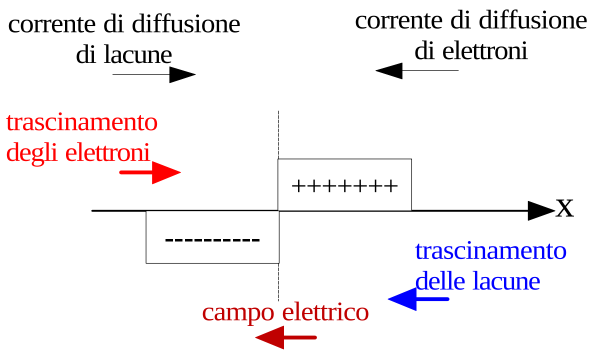


- innanzitutto, a causa della differenza $q\Phi_{S,p} - q\Phi_{S,n} > 0$ tra le *funzioni lavoro* delle due regioni, sorge spontaneo un *flusso di elettroni* che si portano dalla regione di tipo n (ad energia maggiore) verso la regione di tipo p;

- inoltre, a causa della presenza di un forte gradiente di *concentrazione dei portatori di carica* ([3]), nascono due **correnti di diffusione**, una di elettroni diretta verso la regione drogata di tipo p e una di lacune diretta verso la regione drogata di tipo n:



Le lacune che abbandonano la *regione p* lasciano, in prossimità della giunzione, atomi accettori non più compensati (i quali non possono infatti seguire le lacune nel loro moto essendo fissi nel reticolo cristallino); in modo analogo, mentre gli elettroni prendono a lasciare la regione di tipo n diretti verso la regione di tipo p, restano invece fissi vicino alla giunzione alcuni atomi donori, i quali risultano perciò ionizzati positivamente. La conseguenza di tutto questo è la formazione di una **regione di carica spaziale** in prossimità della giunzione:



Questa regione di carica spaziale, di estensione $x_d = x_n + x_p$, sostiene un campo elettrico (chiamato **campo elettrico di built-in**), diretto ovviamente dalla carica positiva verso la carica negativa: tale campo esercita un *trascinamento* su elettroni e lacune, spingendo i primi nuovamente verso la regione n e le seconde nuovamente verso la regione p.

Si arriva in tal modo ad una situazione di *equilibrio dinamico*, in cui cioè, per una fissata temperatura ed in assenza di un qualunque campo elettrico applicato dall'esterno, il flusso netto di carica attraverso la giunzione risulta nullo: questo equivale a dire che, per ciascun tipo di portatore, la **corrente di trascinamento** deve bilanciare esattamente la corrente di diffusione.

[3] Gli elettroni sono in concentrazione enormemente maggiore nella regione di tipo n, dove si tratta dei *portatori maggioritari*, mentre, per lo stesso motivo, le lacune sono in concentrazione molto maggiore nella regione di tipo p.

Relazione tra drogaggio ed estensione della RCS

Una fondamentale relazione, relativa alla regione di carica spaziale (brevemente, **RCS**), si ricava facendo considerazioni sul valore massimo del campo elettrico all'interno della regione stessa (valore massimo che si ottiene in corrispondenza della sezione metallurgica): si trova infatti che

$$N_A x_p = N_D x_n$$

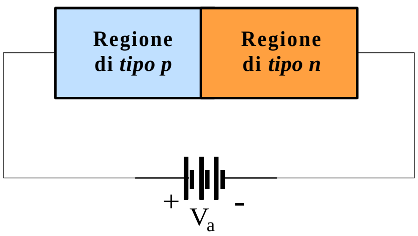
Questa relazione dice che *l'estensione della RCS varia in maniera inversamente proporzionale alla concentrazione di drogante.* Quanto più la concentrazione di drogante è elevata, tanto meno estesa è la RCS. Detta anche in altro modo, <u>la RCS si estende prevalentemente nella regione meno drogata</u>.

Polarizzazione di una omogiunzione

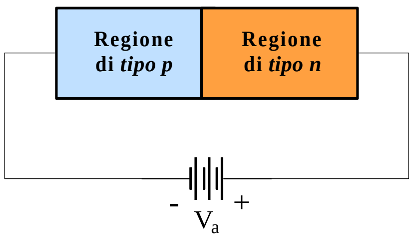
Vogliamo ora capire quale sia il *comportamento elettrico* di un diodo, ossia quello che succede quando colleghiamo i capi del diodo stesso ai morsetti di un generatore di tensione continua V_a. Vogliamo dunque giustificare, a livello essenzialmente qualitativo, il perché della caratteristica I-V illustrata prima.

Intanto, sono possibili due tipi di **polarizzazione**, a seconda di come colleghiamo i morsetti del generatore:

- se colleghiamo il morsetto positivo del generatore alla regione di tipo p, otteniamo la cosiddetta **polarizzazione diretta**;
- se invece colleghiamo il morsetto positivo del generatore alla regione di tipo n, otteniamo la **polarizzazione inversa**.



<u>**Polarizzazione *diretta***</u>



<u>**Polarizzazione *inversa***</u>

Assumendo valide le ipotesi di *svuotamento della regione di carica spaziale* e di *quasi neutralità delle regioni esterne alla RCS* ([4]), la tensione applicata, sia essa positiva o negativa, si localizza interamente ai bordi della RCS, modificando il

[4] Secondo queste ipotesi, la regione di carica spaziale può ritenersi del tutto priva dei portatori mobili di carica, il che significa, chiaramente, che essa presenta una resistenza, al passaggio della corrente, di gran lunga più elevata rispetto alle altre due regioni della giunzione, le quali sono dette "regioni quasi neutre" in quanto si assume che, in condizioni di equilibrio, la concentrazione dei portatori di carica, in tali regioni, sia approssimativamente pari alla concentrazione di drogante.

potenziale da essa sostenuto e quindi modificandone anche l'estensione: la tensione totale ai bordi della RCS può allora essere espressa mediante la relazione

$$\boxed{\Phi'_I = \Phi_I - V_A}$$

In questa relazione, bisogna avere l'accortezza di prendere $V_a>0$ quando si è in condizioni di polarizzazione diretta e $V_a<0$ in condizioni di polarizzazione inversa.

Appaiono inoltre ovvie due importanti considerazioni:

- quando $V_a>0$, la tensione ai bordi della RCS si riduce rispetto all'equilibrio, il che equivale a dire che risulta ridotta la barriera di potenziale che si oppone al movimento di diffusione dei portatori maggioritari, per cui la diffusione ne risulta avvantaggiata e quindi la RCS si restringe;
- viceversa, quando $V_a<0$, la barriera di potenziale aumenta, ostacolando quindi maggiormente la diffusione e aumentando l'estensione della RCS.

Resta da capire il motivo per cui, mentre nel primo caso (polarizzazione diretta) la corrente risulta anche notevole, nel secondo caso (polarizzazione inversa) essa risulta pressoché nulla ([5]). Il motivo è il seguente:

- in caso di *polarizzazione diretta*, il campo elettrico accelera gli elettroni dalla regione di tipo n verso la regione di tipo p e, viceversa, le lacune dalla regione di tipo p verso la regione di tipo n; gli elettroni sono i portatori maggioritari nella regione di tipo n, come anche le lacune sono i portatori maggioritari nella regione di tipo p, per cui ci sono molti elettroni e molte lacune a muoversi sotto l'effetto del campo elettrico, il che dà origine ad una corrente elevata;
- viceversa, in caso di *polarizzazione inversa*, il campo elettrico spinge gli elettroni dalla regione di tipo p (dove ce ne sono pochissimi) verso la regione di tipo n e spinge le lacune dalla regione di tipo n (dove ce ne sono pochissime) verso la regione di tipo p e sono questi portatori a determinare la corrente attraverso la giunzione; quindi, l'effetto del campo è questa volta limitato ad un numero molto basso di portatori mobili di carica, sia in un senso che nell'altro, il che spiega il bassissimo valore di corrente.

L'equazione del diodo reale

Per trovare l'equazione che lega la corrente in un diodo alla tensione applicata ai suoi capi, è possibile procedere in due modi diversi a seconda del grado di accuratezza che si vuole ottenere:

- facendo una analisi approssimata, è possibile fare riferimento al cosiddetto **diodo ideale**, dove l' "idealità" deriva dal fatto di considerare la giunzione perfettamente piana ed esente da difetti e dal fatto di trascurare ogni effetto esercitato sulla conduzione da parte della regione di carica spaziale; l'equazione che si ottiene in questo modo è la cosiddetta **equazione del diodo ideale**, di seguito riportata:

[5] Almeno fino ad un valore limite di tensione, che abbiamo chiamato "tensione di rottura", oltre la quale la giunzione si "rompe" e la corre cresce notevolmente

$$I = I_S\left(e^{\frac{V_a}{V_T}} - 1\right)$$

In questa equazione, $\mathbf{V_T}$=kT/q è la cosiddetta **tensione termica** (pari a circa 25mV quando T=300K), mentre IS è la cosiddetta **corrente inversa di saturazione**;

- viceversa, volendo fare una analisi più accurata, è necessario tenere conto dell'influenza della regione di carica spaziale, la quale influisce sulla conduzione a causa della presenza, in essa, dei cosiddetti **centri di generazione e ricombinazione di elettroni** ([6]): essi sono responsabili di una *corrente di ricombinazione* quando il diodo è polarizzato direttamente e di una *corrente di generazione* quando il diodo è polarizzato inversamente; a causa di queste correnti, la corrente reale che fluisce nel diodo è sempre maggiore rispetto a quella prevista teoricamente dall'equazione del diodo ideale, per cui essa viene modificata nel modo seguente:

$$I = I'_S\left(e^{\eta\frac{V_a}{V_T}} - 1\right)$$

In questa equazione, i coefficienti η (*coefficiente di idealità*) e I'_S (*corrente inversa di saturazione*) sono entrambi sperimentali e tengono conto rispettivamente della corrente di ricombinazione in polarizzazione diretta e di quella di generazione in polarizzazione inversa.

Nei nostri discorsi, useremo comunque sempre l'equazione del diodo ideale:

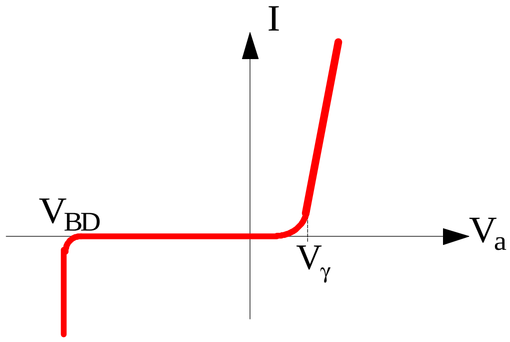
$$\boxed{I = I_S\left(e^{\frac{V_a}{V_T}} - 1\right)}$$

A titolo di richiamo, ricordiamo che l'espressione del termine I_S è diversa a seconda che l'**emettitore** (cioè la regione più drogata del diodo) e la **base** (cioè la regione meno drogata del diodo) siano "corti" o "lunghi", ossia a seconda che l'estensione della loro regione neutra sia confrontabile o meno con la cosiddetta *lunghezza di diffusione* dei portatori. In ogni caso, questa specifica tecnologica non entrerà praticamente mai nei problemi che ci troveremo davanti, nel senso che ci verrà sempre fornito un valore stabile e noto di I_S.

Fenomeno della rottura della giunzione

Riprendiamo la caratteristica I-V di una omogiunzione reale p-n:

[6] Si tratta di livelli energetici intermedi tra E_C (limite inferiore della banda di conduzione) ed E_V (limite superiore della banda di valenza), costituiti dagli atomi di impurezze oppure da imperfezioni reticolari.



Ci concentriamo sul tratto di curva per $V_a<0$:

- applicando alla omogiunzione una piccola tensione inversa di polarizzazione, la omogiunzione lascia passare solo un valore piccolissimo di corrente (detta *corrente di perdita* o, in inglese, **leakage current**);
- viceversa, quando la tensione applicata è sufficientemente elevata (in valore assoluto), cioè almeno pari al valore $|V_{BD}|$ (che è la cosiddetta **tensione di breakdown** o *tensione di rottura*), la omogiunzione prende a far circolare una corrente che può risultare anche particolarmente elevata nonostante la tensione rimanga pressoché costante.

Il fenomeno alla base di questo particolare comportamento è quello della cosiddetta **rottura** (in inglese **breakdown**) della giunzione. In verità, il termine "rottura" non è sempre appropriato, in quanto esso lascia presupporre un fenomeno distruttivo o irreversibile, quando invece non è sempre così: è più corretto parlare invece di **cedimento**.

Il valore della tensione di breakdown dipende essenzialmente dalla struttura della giunzione e dalla concentrazione di drogante: dato che entrambi questi fattori possono essere regolati durante il processo di fabbricazione della giunzione, è ovvio che è possibile realizzare giunzioni con caratteristiche di rottura ben definite. I valori tipici della tensione di breakdown variano da pochi volt a qualche migliaio di volt

La presenza di questo fenomeno di rottura era abbastanza prevedibile: infatti, la larghezza della RCS e l'intensità massima del campo elettrico in una giunzione pn aumentano quando aumenta la tensione di polarizzazione inversa, per cui è intuitivo prevedere l'esistenza di limiti fisici a tali aumenti.

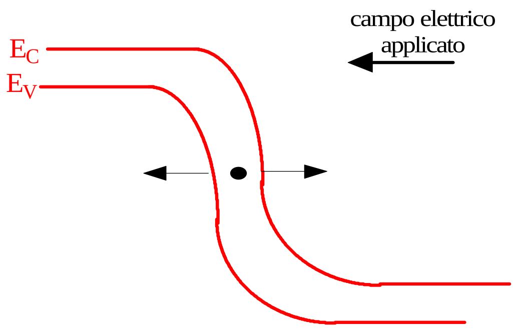
Per tensioni molto elevate, alcuni dei materiali impiegati nella realizzazione fisica del dispositivo, come gli *strati isolanti di biossido di silicio* oppure i *materiali di incapsulamento* del dispositivo stesso, possono rompersi, come anche può succedere che le correnti che attraversano la giunzione subiscano aumenti improvvisi e rapidi: nel primo caso, in genere le degradazioni subite dal dispositivo sono irreversibili, mentre nel secondo caso, se le correnti non fondono il dispositivo, è possibile che questo mantenga inalterate le proprie caratteristiche, a patto ovviamente che gli sbalzi scompaiano velocemente.

I meccanismi principali che comportano la rottura di una giunzione, quando il campo elettrico si fa elevato, sono due: l'**effetto tunnel** e la **moltiplicazione a valanga**. In particolare, vedremo tra un attimo che è proprio questo secondo meccanismo ad imporre il limite superiore della polarizzazione inversa per la maggior parte dei diodi.

Rottura per effetto tunnel

Il meccanismo di rottura della omogiunzione pn che è determinato, nel modo che vedremo, dall'effetto tunnel, prende il nome di **rottura Zener**.

Sappiamo che un elettrone all'interno di un semiconduttore si rende disponibile per la conduzione della corrente elettrica quando si svincola dall'atomo cui è legato e passa dalla banda di valenza a quella di conduzione. Sappiamo inoltre che questo passaggio è possibile se all'elettrone in questione viene somministrata una certa quantità di energia (quella necessaria a oltrepassare la barriera di energia costituita da $E_g=E_C-E_V$). Tuttavia, quando viene applicata, ai capi della omogiunzione, una tensione V_a di polarizzazione inversa, piuttosto elevata, il passaggio dalla banda di valenza a quella di conduzione può anche avvenire per **effetto tunnel**: l'elettrone, pur non possedendo inizialmente l'energia necessaria a superare la barriera di cui sopra, riesce ugualmente a oltrepassare la barriera stessa, per cui lo ritroviamo effettivamente al di là di essa, ossia in banda di conduzione.



La probabilità che si verifichi l'effetto tunnel dipende da due fattori: essa, infatti, aumenta al diminuire dell'altezza e della larghezza della barriera di energia. Nel nostro caso, la larghezza di questa barriera corrisponde all'estensione x_d della regione di carica spaziale: questa estensione è

$$\underbrace{x_d=\sqrt{\frac{2\varepsilon_S}{q}\left(\frac{1}{N_A}+\frac{1}{N_D}\right)(\Phi_I-V_a)}}_{\text{giunzione a gradino}}$$

$$\underbrace{x_d=\sqrt[3]{\frac{12\varepsilon_S}{aq}(\Phi_I-V_a)}}_{\text{giunzione a gradiente costante}}$$

dove Φ_I è la tensione di built-in e V_a la tensione di polarizzazione (da prendere negativa visto che siamo in condizioni di polarizzazione inversa).

Con riferimento alla giunzione a gradino ([7]), è evidente che x_d è tanto più piccola quanto maggiori sono i valori di N_A e N_D, ossia quanto maggiore è il drogaggio della due regioni della giunzione. Possiamo perciò affermare, in linea generale, che *il*

[7] E' una giunzione caratterizzata da una variazione netta e brusca della concentrazione di drogante in corrispondenza della giunzione.

fenomeno della rottura Zener è più probabile per le giunzioni fortemente drogate: quantitativamente, questa probabilità è consistente per drogaggi maggiori di 10^{18} atomi/cm^3, ossia per drogaggi degeneri di entrambe le regioni.

Rottura per moltiplicazione a valanga

L'altro fenomeno che determina la rottura della omogiunzione pn può essere descritto nel modo seguente:

- consideriamo la nostra giunzione, con un drogaggio moderato (dell'ordine di 10^{16} o 10^{17} cm^3), sottoposta ad una certa tensione di polarizzazione inversa;
- in particolare, consideriamo un elettrone in banda di conduzione, il quale, a seguito dell'azione del campo elettrico, viene accelerato e quindi acquista una certa energia cinetica;
- gli elettroni, dato il loro movimento, sono sottoposti a urti continui sia con altri elettroni sia con gli atomi del reticolo cristallino che vibrano attorno alle proprie posizioni di equilibrio (fenomeni di **scattering**);
- quando il campo elettrico applicato è particolarmente intenso, è possibile che un elettrone, da esso accelerato, acquisti una energia sufficiente da eccitare un elettrone con il quale urta;
- a causa di questa eccitazione, è possibile che quest'altro elettrone rompa il legame cui è vincolato, ossia, in definitiva, rompa il legame covalente tra i due atomi che lo condividevano. Rompere un legame covalente tra due atomi significa creare una **coppia elettrone-lacuna**: l'elettrone è quello eccitato che ha rotto il legame ed è diventato mobile, la lacuna è invece rappresentata dal posto lasciato vuoto dall'elettrone stesso;
- quindi, ciascun portatore di carica crea due nuovi portatori (cioè l'elettrone e la lacuna) e tutti quanti possono successivamente concorrere alla formazione di ulteriori portatori a seguito di ulteriori collisioni;
- si genera perciò una improvvisa moltiplicazione dei portatori di carica all'interno della RCS e questo processo prende appunto il nome di "**moltiplicazione a valanga**" dei portatori di carica.

Sottolineiamo il fatto per cui *il fenomeno della moltiplicazione a valanga avviene all'interno della RCS e, in particolare, nella sua parte centrale*. Vediamo bene perché, facendo riferimento, per comodità, ad una *giunzione unilaterale a gradino*, in cui cioè la regione di tipo n sia molto più fortemente drogata della regione di tipo p: sotto questa ipotesi, la maggior parte dei portatori di carica che entrano nella RCS, in condizioni di debole polarizzazione inversa, sono elettroni che provengono dalla regione di tipo p, mentre le poche lacune che provengono dalla regione di tipo n possono essere trascurate; in prossimità dei bordi della RCS, il campo elettrico è debole, per cui nessun portatore, prima di perdere la propria energia a seguito di un urto con il reticolo, può acquistare energia sufficiente per generare una coppia elettrone-lacuna. Di conseguenza, l'effetto valanga è comunque confinato nella zona centrale della RCS, ossia nella zona in cui il campo, pur in presenza di debole polarizzazione, è comunque intenso.

Da un punto di vista analitico, il valore della corrente elettrica I che attraversa la giunzione dopo che si è verificata la moltiplicazione a valanga, è esprimibile mediante una formula sperimentale, che prende il nome di **formula di Miller**: essa dice che

$$\boxed{I = MI_S}$$

In questa formula, I_S è la **corrente inversa di saturazione** della giunzione, ossia la corrente che la attraversa in condizioni di polarizzazione inversa (ne parleremo più avanti). Il fattore di proporzionalità M, che lega la corrente I al valore della corrente di saturazione, è il cosiddetto **fattore di Miller**, il quale dipende dal valore della tensione di polarizzazione inversa applicata, dal valore della tensione di rottura, dal tipo di giunzione e, infine, dal tipo di semiconduttore.

Influenza della concentrazione di drogante sulla tensione di rottura

Vediamo ora rapidamente quali parametri determinano il valore della tensione di rottura $\mathbf{V_{BD}}$. Facciamo riferimento ad una *giunzione a gradino* e facciamo anche l'ipotesi che una delle due regioni della giunzione sia molto più drogata rispetto all'altra (*giunzione unilaterale*): per esempio, supponiamo che sia la regione di tipo n molto più drogata della regione di tipo p, il che significa che $N_D >> N_A$.

Per la giunzione a gradino, in condizioni di polarizzazione, il campo elettrico massimo (che si ha proprio in corrispondenza della giunzione) vale

$$E_{MAX} = \sqrt{\frac{2q}{\varepsilon_s}\left(\frac{1}{N_A}+\frac{1}{N_D}\right)(\Phi_I - V_a)}$$

Se siamo in condizioni di polarizzazione inversa, la tensione V_a deve essere presa negativa: allora, quando questa tensione è pari a quella di breakdown, ossia quando $V_a = -V_{BD}$, il campo elettrico massimo, che viene detto **campo elettrico critico**, è

$$E_{MAX} = \sqrt{\frac{2q}{\varepsilon_s}\left(\frac{1}{N_A}+\frac{1}{N_D}\right)(\Phi_I + V_{BD})} \xrightarrow{N_D >> N_A} E_C = \sqrt{\frac{2qN_A}{\varepsilon_S}(\Phi_I + V_{BD})}$$

Elevando al quadrato ambo i membri ed esplicitando la tensione di break-down, otteniamo

$$V_{BD} = \frac{\varepsilon_S}{2qN_A}E_C^2 - \Phi_I$$

Queste relazioni mostrano che *la tensione di breakdown è inversamente proporzionale alla concentrazione delle impurezze della zona meno drogata.*

Allo scopo di ricavare i valori numerici di E_C e di V_{BD}, in funzione di N_A, sono stati ricavati degli opportuni grafici sperimentali che sono proprio i diagrammi delle due relazioni prima ricavate (relativi, però, alle omogiunzioni a gradino unilaterale): quindi, ogniqualvolta sia noto il drogaggio della regione meno drogata della omogiunzione, il campo elettrico critico è univocamente determinato da questi grafici e quindi lo stesso vale anche per la tensione di breakdown V_{BD}.

Nei suddetti grafici sono state riportate, come quasi sempre accade, le curve relative al silicio ed all'arseniuro di gallio ed è emersa una cosa interessante: *a* *parità di N_A, l'arseniuro di gallio risulta avere tensioni di rottura più elevate rispetto al silicio*. Il motivo principale sta nella maggiore ampiezza della banda proibita: infatti, quanto più elevato è il valore di E_g, tanto più intenso deve essere il campo elettrico critico necessario perché il portatore di carica acquisti, dopo una collisione, l'energia necessaria a generare una coppia elettrone-lacuna.

Influenza della temperatura sulla tensione di rottura

Abbiamo detto che l'effetto tunnel e l'effetto della moltiplicazione a valanga sono i principali responsabili fisici della rottura della omogiunzione p-n. Viene allora da chiedersi se e come sia possibile stabilire quando uno dei due fenomeni è predominante rispetto all'altro e quando, invece, essi hanno uguale importanza.

Il criterio si basa sullo studio della dipendenza della tensione di breakdown V_{BD} dagli aumenti della temperatura. Ci sono ovviamente due sole possibilità:

- la prima è che V_{BD} diminuisca all'aumentare della temperatura, la quale quindi ha l'effetto di stimolare i meccanismi di rottura;
- la seconda è invece che V_{BD} diminuisca all'aumentare della temperatura, il che significa che la temperatura rende meno probabili i meccanismi di rottura.

Sono anche evidenti altre due osservazioni:

- quando la temperatura aumenta, certamente l'effetto tunnel risulta più probabile: infatti, all'aumentare di T, diminuisce l'estensione E_g della banda proibita, il che significa che diminuisce l'altezza della barriera di potenziale che gli elettroni devono oltrepassare per passare dalla banda di valenza a quella di conduzione; ma, se diminuisce questa altezza, aumenta la probabilità che un elettrone attraversi la barriera per effetto tunnel;
- al contrario, l'aumento della temperatura non favorisce la moltiplicazione a valanga: infatti, all'aumentare della temperatura, aumenta la probabilità di urto per ciascun elettrone e quindi diminuisce il libero cammino medio, con conseguente diminuzione dell'energia che un elettrone può acquistare durante il suo moto.

Allora, *se, all'aumentare della temperatura, la tensione di breakdown diminuisce (in valore assoluto), l'effetto predominante è quello tunnel, il quale risulta infatti avvantaggiato dall'aumento di T; in caso contrario, l'effetto predominante non può che essere quello della moltiplicazione a valanga*.

Comportamento elettrico di un diodo a giunzione ideale p-n

Capacità di transizione e di diffusione

Un diodo presenta due diversi **effetti capacitivi**:

- l'effetto principale è legato al fatto che, essendo l'estensione della RCS legata alla tensione applicata, anche la carica elettrica contenuta nella RCS dipende dalla tensione applicata; questo comportamento capacitivo può essere modellato mediante la cosiddetta **capacità di transizione**:

$$C_t = A\frac{\varepsilon_S}{x_d}$$

  Essa corrisponde evidentemente alla capacità di un condensatore piano avente le armature di area A, distanti x_d e separate da un dielettrico di costante ε_S;

- il secondo effetto capacitivo, senz'altro minore rispetto al precedente, è dovuto al fatto che, al variare della tensione applicata, varia anche la distribuzione delle cariche elettriche immagazzinate nelle regioni quasi neutre della giunzione; ancora una volta, è possibile modellare questo effetto capacitivo mediante la cosiddetta **capacità di diffusione**, che è definita come la somma delle capacità associate alle due regioni quasi neutre: essa ha espressione

$$C_d = A\frac{q^2}{kT}\left(p_{n0}(x_n)L_p + n_{p0}(-x_p)L_n\right)e^{\frac{qV_a}{kT}}$$

  Questa formula di consente di fare un paio di osservazioni:

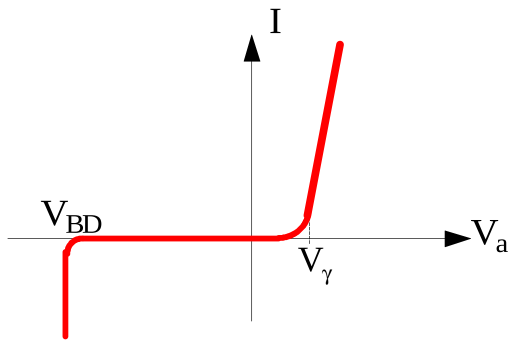
  * in condizioni di polarizzazione diretta, il termine esponenziale ha un valore elevato e quindi il valore di C_d risulta confrontabile con quello della capacità di transizione, per cui, in queste condizioni, dobbiamo considerare entrambi i comportamenti capacitivi;
  * al contrario, in condizioni di polarizzazione inversa, il termine esponenziale ha un valore prossimo a zero e quindi il valore di C_d risulta molto piccolo, per cui è senz'altro lecito trascurarlo rispetto a C_t.

Circuito equivalente di un diodo in regime stazionario

Riprendiamo ancora una volta l'espressione analitica della caratteristica tensione-corrente del diodo a giunzione ideale:

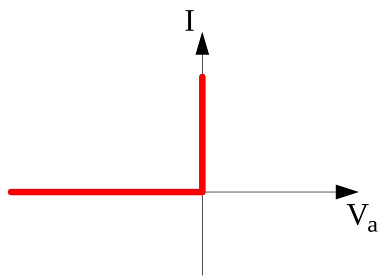
$$I = I_S \left(e^{\frac{V_a}{V_T}} - 1 \right)$$

Sappiamo che, graficamente, questa relazione ha la seguente rappresentazione:



Da un punto di vista dell'analisi circuitale, non è molto comodo utilizzare una caratteristica di funzionamento come questa, per cui, ogniqualvolta non sia richiesta una grande precisione, si preferisce adottarne una versione semplificata.

Una semplificazione molto "spinta" è la seguente:



Questa caratteristica corrisponde al seguente comportamento circuitale:

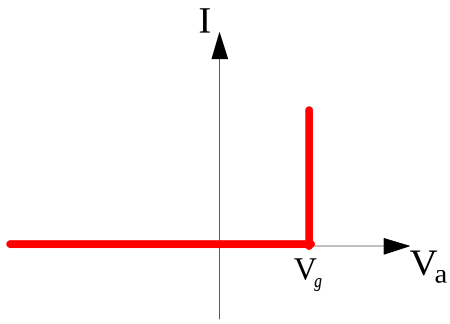
- in condizioni di polarizzazione diretta, il diodo si comporta come un cortocircuito;
- in condizioni di polarizzazione inversa, esso si comporta invece come un circuito aperto.

Vengono quindi del tutto trascurate la tensione di accensione V_γ, la tensione di rottura V_{BD} e la *conduttanza* del diodo in conduzione ([8]).

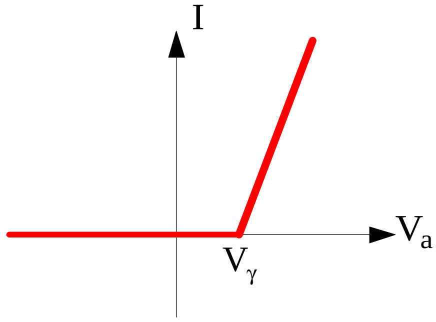
Spesso, l'uso di questa semplice caratteristica è di notevole aiuto per la determinazione del *punto operativo* di un circuito impiegante diodi.

Volendo ridurre leggermente questa approssimazione, si può utilizzare anche quest'altra caratteristica:

[8] Ossia il fatto che, per una data tensione diretta V_a applicata, superiore alla tensione di accensione, la corrente nel diodo si ottenga tramite una relazione approssimata del tipo $I_d = g_d \cdot V_a$

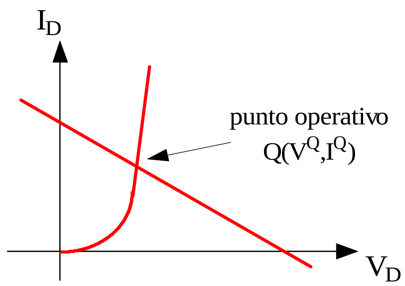


Rispetto al caso precedente, viene cioè introdotta la tensione di accensione.
E' possibile anche andare oltre, usando quest'altra caratteristica:



In questo caso, si introduce una **conduttanza** nella zona in cui il diodo è in conduzione. Bisogna però fare attenzione ad una cosa: questa conduttanza, che corrisponde alla pendenza di quella retta inclinata, in realtà non è costante quale che sia la coppia di valori (V_a,I), come suggerito dalla figura, ma varia al variare di V_a ed I. Di conseguenza, si tratta di capire come fissare il suo valore.

Il procedimento da seguire è il seguente. Supponiamo che il circuito in cui il diodo è inserito porti il diodo stesso a lavorare in un certo punto operativo $Q\left(V_D^Q, I_D^Q\right)$, come illustrato nella figura seguente:



La relazione che lega la corrente alla tensione del diodo nel punto di lavoro è ovviamente

$$I_D^Q = I_S\left(e^{\frac{V_D^Q}{V_T}} - 1\right)$$

Se il diodo è in conduzione, è facile accorgersi che il termine -1 può essere trascurato rispetto al termine esponenziale: per esempio, se la tensione nel punto di lavoro è $V_D^Q \cong 600mV$, risulta $e^{\frac{V_D^Q}{V_T}} \cong e^{\frac{600mV}{25mV}} >> 1$.

Possiamo dunque scrivere che la corrente diretta nel diodo, con ottima approssimazione, vale

$$I_D^Q = I_S e^{\frac{V_D^Q}{V_T}}$$

Allora, si definisce **conduttanza** del diodo la quantità

$$g_D = \left.\frac{\partial I_D}{\partial V_D}\right|_Q$$

Essa corrisponde quindi *alla variazione della corrente, dovuta ad una variazione della tensione, valutata però non in un punto qualsiasi, ma nel punto operativo prescelto*. Detto anche in altre parole, la g_D rappresenta la pendenza della retta che si ottiene linearizzando la caratteristica del diodo nell'intorno del punto operativo prescelto.

In ogni caso, ciò che importa sapere è che *la g_D è un parametro differenziale del diodo, il cui valore cambia se cambia il punto operativo in cui viene valutata.*

Possiamo anche calcolare quanto vale la g_D nel punto operativo prescelto: infatti, sostituendo l'espressione della corrente e calcolandone la derivata rispetto alla tensione, abbiamo che

$$g_D = \frac{\partial}{\partial V_D}\left.\left(I_S e^{\frac{V_D}{V_T}}\right)\right|_Q = \left.\frac{q}{kT} I_S e^{\frac{V_D}{V_T}}\right|_Q = \frac{I_D^Q}{V_T} \longrightarrow \boxed{g_D = \frac{I_D^Q}{V_T}}$$

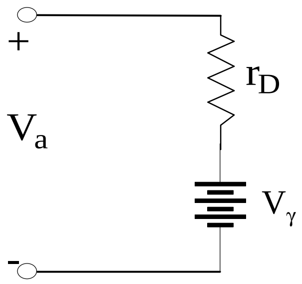
La relazione trovata dice che *la conduttanza nel diodo, nell'intorno del punto operativo prescelto, è pari al rapporto tra la corrente (costante) corrispondente al punto operativo e la tensione termica.*

Questa conclusione è molto importante, in quanto mostra <u>la possibilità di valutare un parametro differenziale, quale è appunto g_D, attraverso il valore di una grandezza costante quale è la corrente nel punto di lavoro</u>.

Fatta questa premessa, osserviamo che la caratteristica del diodo linearizzata a tratti suggerisce, per questo dispositivo, il seguente comportamento circuitale:

- quando $V_a \leq V_\gamma$, il diodo si comporta ancora una volta come un circuito aperto, ossia non lascia passare alcuna corrente;

- quando $V > V_\gamma$, invece, il diodo si comporta come un collegamento in serie tra un resistore ed una batteria: il resistore è lineare ed ha resistenza $r_D = 1/g_D$ pari al reciproco della pendenza della retta; la batteria genera invece una tensione costante pari proprio a V_γ:

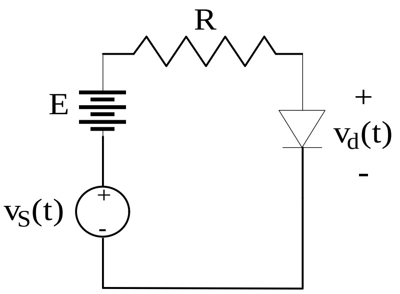


Quest'ultimo circuito prende il nome di **circuito equivalente statico, per grandi segnali, di un diodo a giunzione** e, come detto, è relativo solo a situazioni in cui il diodo è in conduzione.

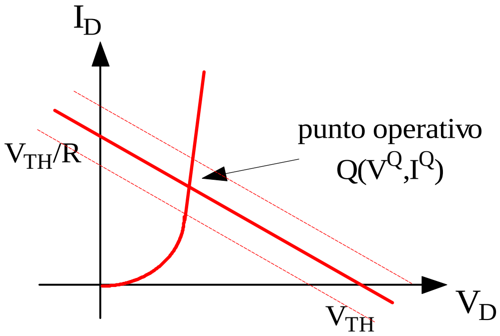
Comportamento del diodo per piccoli segnali

Introduzione

Consideriamo il seguente circuito:

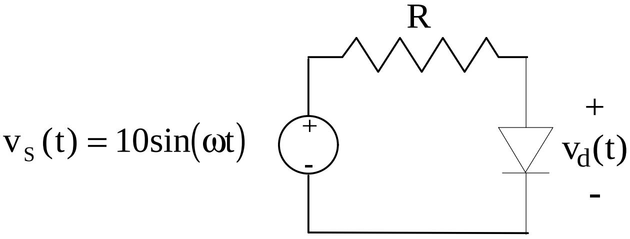


Abbiamo un generatore di tensione costante E, dotato di resistenza serie R, che serve a polarizzare un diodo nel punto operativo desiderato:

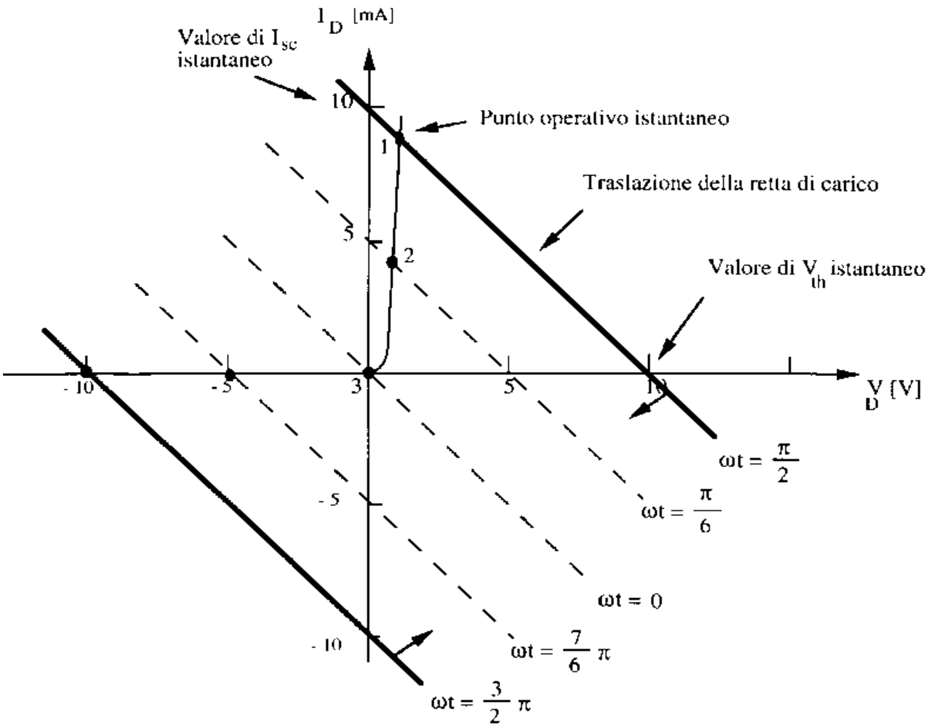


Al segnale costante di polarizzazione si sovrappone un piccolo segnale $v_S(t)$ (ad esempio un segnale sinusoidale), il quale determina delle <u>fluttuazioni del punto di lavoro</u> rispetto alla posizione $\left(V_D^q, I_D^q\right)$ assunta in presenza di soli segnali costanti: graficamente, queste fluttuazioni sono dovute al movimento continuo, causato appunto da $v_S(t)$, della retta di carico, la quale, mantenendo costante la propria pendenza (che vale sempre 1/R), sale e scende in conseguenza del fatto che aumenta e diminuisce il valore di V_{TH}.

Tanto per fare un esempio numerico, consideriamo il circuito precedente, privo però della sorgente di tensione costante:



Supponendo R=1kΩ, la figura seguente mostra come si sposta la retta di carico, e quindi il punto operativo, al variare del termine ωt:



Nella tabella seguente sono riassunti i dati forniti dal diagramma:

Punto Operativo	Tempo (ωt)	sin(ωt)	V_{th}(t) [V]	V_D [V]	I_D [mA]
3	0	0	0	0	0
2	$\pi/6$	1/2	5	0.7	4.3
1	$\pi/2$	1	10	0.7	9.3
2	$5\pi/6$	1/2	5	0.7	4.3
3	π	0	0	0	0
4	$7\pi/6$	-1/2	-5	-5	$-I_0$
5	$3\pi/2$	-1	-10	-10	$-I_0$
4	$11\pi/6$	-1/2	-5	-5	$-I_0$
3	2π	0	0	0	0

Le fluttuazioni del punto di lavoro producono dunque delle variazioni della corrente nel diodo, ossia della corrente nell'intero circuito, rispetto al valore che essa assume in presenza del solo segnale di polarizzazione. Siamo interessati a valutare queste variazioni per un segnale $v_S(t)$ generico.

Per fare questo, possiamo applicare il *principio di sovrapposizione degli effetti*: quando l'unico ingresso attivo è la tensione continua E, la tensione ai capi del diodo è $V_D=V_{TH}$ e il diodo lascia passare nel circuito una corrente continua I_D; quando l'unico ingresso attivo è la tensione di segnale $v_S(t)$, la tensione ai capi del diodo è $v_d(t)$ e la corrente nel circuito è $i_d(t)$; applicando la sovrapposizione, in presenza della tensione $V_d(t)=V_D+v_d(t)$ ai capi del diodo, la corrente nel circuito è $I_d(t)=I_D+i_d(t)$.

Ovviamente, questa corrente $I_d(t)$ deve soddisfare l'equazione del diodo, per cui possiamo scrivere che

$$I_d(t) = I_D + i_d(t) = I_S e^{\frac{V_d(t)}{V_T}}$$

Sostituendo al posto di $V_d(t)$ la sua espressione, abbiamo che

$$I_d(t) = I_D + i_d(t) = I_S e^{\frac{V_D + v_d(t)}{V_T}} = I_S e^{\frac{V_D}{V_T}} e^{\frac{v_d(t)}{V_T}}$$

Del resto, è chiaro che anche i valori I_D e V_D soddisfano alla condizione $I_D = I_S e^{\frac{V_D}{V_T}}$, per cui possiamo anche scrivere che

$$I_d(t) = I_D e^{\frac{v_d(t)}{V_T}}$$

A questo punto, possiamo sviluppare in serie di Taylor quel termine esponenziale, arrestandoci però al secondo termine: otteniamo

$$I_d(t) = I_D\left(1 + \frac{v_d(t)}{V_T}\right) = I_D + \frac{I_D}{V_T} v_d(t)$$

Da questa relazione, ricordando che $I_d(t) = I_D + i_d(t)$, deduciamo che

$$i_d(t) = \frac{I_D}{V_T} v_d(t)$$

Abbiamo inoltre trovato prima che il rapporto tra la corrente di polarizzazione e la tensione termica è pari alla conduttanza g_D del diodo nell'intorno del punto di lavoro, per cui concludiamo che la **corrente di segnale** del diodo, ossia la corrente dovuta solo al segnale $v_S(t)$, è

$$\boxed{i_d(t) = g_D v_d(t)}$$

Questa relazione mostra una *dipendenza lineare, secondo il coefficiente g_D, della corrente di segnale $i_d(t)$ dalla tensione di segnale $v_d(t)$:* questo deriva appunto dal fatto di aver approssimato il termine esponenziale (che è non lineare) mediante un termine lineare.

Se volessimo anche la corrente totale, ci basterebbe sommare, istante per istante, $i_d(t)$ con la corrente I_D dovuta alla sola polarizzazione:

$$I_d(t) = g_D v_d(t) + I_D$$

Esempio numerico

Nel procedimento teorico appena esposto ci siamo riferiti solo alla tensione ai capi del diodo. Vediamo adesso di estendere il discorso, in modo da legare la corrente di segnale nel circuito direttamente alla tensione di segnale $v_S(t)$.

Supponiamo, in particolare, che il segnale variabile applicato dal generatore sia un classico segnale sinusoidale nella forma

$$v_S(t) = V_S \sin(\omega t)$$

Supponiamo inoltre che sia I_D^Q la corrente che scorre nel diodo (e quindi nel circuito) in presenza del solo generatore di polarizzazione. Vogliamo calcolare la corrente di segnale $i_d(t)$, ossia la variazione di corrente nel diodo rispetto al valore nel punto di lavoro.

Intanto, supponendo di metterci in un intorno del punto di lavoro e di linearizzare il comportamento del circuito, possiamo applicare la sovrapposizione degli effetti (che vale solo per circuiti lineari), il che ci consente di scrivere che

$$V_d(t) = V_D^Q + v_d(t)$$

dove V_D^Q è la tensione ai capi del diodo in presenza del solo segnale E di polarizzazione, mentre $v_d(t)$ è la variazione di tensione ai capi del diodo rispetto al valore nel punto di lavoro (variazione dovuta alla presenza di dovuta a $v_S(t)$).

Applicando le leggi di Kirchoff e la relazione di lato del resistore, abbiamo evidentemente che

$$V_D^Q = E - RI_D^Q$$
$$v_d(t) = V_S \sin(\omega t) - Ri_d(t)$$

Da qui, deduciamo che la tensione complessiva ai capi del diodo vale

$$V_d(t) = V_D^Q + v_d(t) = \left(E - RI_D^Q\right) + \left(V_S \sin(\omega t) - Ri_d(t)\right)$$

Per quanto riguarda, invece, solo il segnale $v_S(t)$, avendo detto che esso vale $v_d(t) = V_S \sin(\omega t) - Ri_d(t)$ e sapendo che $i_D(t) = \frac{v_D(t)}{V_T} I_D^Q$ deduciamo che sussiste la relazione

$$i_d(t) = \frac{I_D^Q}{V_T}\left[V_S \sin(\omega t) - Ri_d(t)\right]$$

dove $i_d(t)$ è appunto la corrente di segnale. Facendo un po' di passaggi su questa relazione, è immediato ricavarsi l'espressione di tale corrente:

$$i_d(t) = \frac{V_S}{\frac{V_T}{I_D^Q} + R} \sin(\omega t)$$

Si tratta, evidentemente, di una sinusoide, avente la stessa pulsazione e la stessa fase di quella alimentazione, in accordo al fatto che si è scelto per il diodo (e quindi per l'intero circuito) un comportamento lineare.

Errore di non-linearità

Il ragionamento fatto nel paragrafo precedente per valutare la corrente di segnale $i_d(t)=g_D v_d(t)$ è un <u>ragionamento approssimato</u>: questa approssimazione viene evidentemente dal fatto di considerare lo sviluppo in serie di Taylor dell'esponenziale arrestato al secondo termine. In pratica, mentre la legge esponenziale è una legge del tutto generale, nel senso che include una legge lineare, una quadratica, una cubica e così via, <u>noi abbiamo considerato solo la legge lineare</u>. Questo ci ha mostrato un comportamento lineare del diodo, ma ha comportato inevitabilmente una approssimazione.

L'entità di questa approssimazione può essere valutata facendo ricorso al cosiddetto **errore di non-linearità**, definito mediante la seguente relazione:

$$\varepsilon_{nl}(\%)=\frac{\Delta I_D-\Delta I'_D}{\Delta I_D}*100$$

In questa definizione, ΔI_D e $\Delta I'_D$ rappresentano entrambe la variazione della corrente nel diodo, dovuta al segnale alternato, rispetto al valore che essa assume in continua; tuttavia, mentre ΔI_D è la <u>variazione reale</u>, calcolata cioè usando l'equazione del diodo, $\Delta I'_D$ rappresenta la <u>variazione approssimata</u>, calcolata usando lo sviluppo in serie di Taylor arrestato al secondo termine: in termini analitici, abbiamo cioè che

$$\Delta I_D=I_d-I_D^Q=I_S e^{\frac{V_D+v_d}{V_T}}-I_S e^{\frac{V_D}{V_T}}=I_S e^{\frac{V_D}{V_T}}\left(e^{\frac{v_d}{V_T}}-1\right)=I_D^Q\left(e^{\frac{v_d}{V_T}}-1\right)$$

$$\Delta I'_D=I_d-I_D^Q=I_D^Q\left(1+\frac{v_d}{V_T}\right)-I_D^Q=I_D^Q\frac{v_d}{V_T}$$

Andando allora a sostituire nella definizione dell'errore di non linearità, abbiamo quanto segue:

$$\varepsilon_{nl}(\%)=\frac{I_D^Q\left(e^{\frac{v_d}{V_T}}-1\right)-I_D^Q\frac{v_d}{V_T}}{I_D^Q\left(e^{\frac{v_d}{V_T}}-1\right)}*100=\frac{e^{\frac{v_d}{V_T}}-1-\frac{v_d}{V_T}}{e^{\frac{v_d}{V_T}}-1}*100$$

A questo punto, usiamo nuovamente lo sviluppo in serie di Taylor per esprimere il termine $e^{\frac{v_d}{V_T}}$ presente sia al numeratore sia al denominatore; in particolare, a denominatore usiamo lo sviluppo arrestato al secondo termine, mentre al numeratore usiamo quello arrestato al terzo termine: così facendo, otteniamo evidentemente

$$\varepsilon_{nl}(\%)\cong\frac{\left(1+\frac{v_d}{V_T}+\frac{1}{2}\frac{v_d^2}{V_T^2}\right)-1-\frac{v_d}{V_T}}{\left(1+\frac{v_d}{V_T}\right)-1}*100$$

Da qui possiamo concludere che

$$\boxed{\varepsilon_{nl}(\%) = \frac{1}{2}\frac{v_d}{V_T}*100}$$

Questa relazione può dunque essere usata per capire se il segnale variabile $v_S(t)$ applicato al diodo è tale da poter impiegare la linearizzazione del comportamento del diodo o meno: *se l'errore di non linearità non supera un certo valore limite, l'analisi lineare è accettabile; in caso contrario, è invece necessario tenere conto della non-linearità del dispositivo.*

Il valore limite tollerabile dell'errore di non linearità è quello che si ottiene quando il segnale $v_S(t)$ ha una ampiezza pari alla tensione termica v_T=26(mV): in questo caso, ponendo cioè v_d=26(mV), si ottiene un valore dell'errore di non linearità pari al 50%.

Quindi, *quando si parla di "**comportamento del diodo in regime di piccolo segnale**", ci si riferisce implicitamente ad una condizione in cui la tensione di segnale ai capi del diodo ha una ampiezza che non supera la tensione termica.*

Distorsione armonica

In base a quanto visto nel paragrafo precedente, vogliamo adesso vedere più nei dettagli quali conseguenze derivano dal fatto che il diodo è un elemento non lineare.

Indichiamo ancora una volta con $v_d(t)$ la tensione di segnale che risulta applicata ai capi del diodo; in particolare, supponiamo che si tratti di una tensione sinusoidale del tipo $v_d(t) = V_m \sin(\omega t)$. Se assumiamo per il diodo un comportamento lineare, ci basta applicare la relazione $i_d(t) = g_D v_d(t)$ per affermare che la corrente di segnale nel circuito vale

$$i_d(t) = g_D V_m \sin(\omega t)$$

Otteniamo dunque che la corrente di segnale ha la stessa frequenza di quella della tensione in ingresso.

Vediamo, invece, che cosa succede se il segnale è tale che il diodo presenti, oltre ad un comportamento lineare, anche un comportamento quadratico: questo significa che, nel fare lo sviluppo in serie di Taylor del termine esponenziale $e^{\frac{qv_d}{kT}}$, ci dobbiamo arrestare al terzo termine (quello appunto quadratico), per cui, ripetendo lo stesso ragionamento di prima, risulta

$$i_d(t) = g_D v_d(t) + k v_d^2(t)$$

Andiamo allora a sostituire l'espressione della tensione di segnale, al fine di ricavare la corrente di segnale:

$$i_d(t) = g_D V_m \sin(\omega t) + k V_m^2 \sin^2(\omega t)$$

Applicando adesso una nota formula trigonometrica, possiamo scrivere che

$$i_d(t) = g_D V_m \sin(\omega t) + kV_m^2\left(\frac{1-\cos(2\omega t)}{2}\right) = g_D V_m \sin(\omega t) + \frac{k}{2}V_m^2 - \frac{k}{2}V_m^2\cos(2\omega t) =$$
$$= g_D v_d(t) + \frac{k}{2}V_m^2 - \frac{k}{2}V_m^2\cos(2\omega t)$$

La cosa fondamentale che ricaviamo da questa relazione è che, oltre al termine $g_D v_d(t)$, isofrequenziale con l'ingresso, la corrente di segnale presenta un termine costante $\frac{k}{2}V_m^2$ ed anche un termine $\frac{k}{2}V_m^2\cos(2\omega t)$ a frequenza doppia rispetto a quella in ingresso (*termine quadratico*). Abbiamo cioè ricavato che, ***andando oltre i limiti della linearità, si ottengono delle armoniche a frequenza multipla rispetto a quella di alimentazione.***

Se, per esempio, considerassimo, oltre al termine quadratico, anche quello cubico, avremmo sia l'armonica a frequenza doppia sia una armonica a frequenza tripla e così via per leggi via via più complesse.

Questo fatto a volte è deleterio, in quanto le armoniche a frequenza multipla dell'ingresso sono indesiderate e dannose per le applicazioni, ma altre volte è indispensabile: il caso più classico è quello della cosiddetta **moltiplicazione di frequenza**, ossia di quelle particolari applicazioni in cui, dato un segnale in ingresso ad una certa frequenza, si vuole produrre un identico segnale, ma con frequenza multipla.

Adesso ripetiamo lo stesso discorso nell'ipotesi che la tensione di segnale $v_d(t)$ ai capi del diodo sia la somma di due distinti segnali sinusoidali: poniamo perciò

$$v_d(t) = V_{m1}\sin(\omega_1 t) + V_{m2}\sin(\omega_2 t)$$

La corrispondente corrente di segnale, ottenuta considerando sempre il contributo lineare e quello quadratico, è allora

$$i_d(t) = g_D v_d(t) + kv_d^2(t) = g_D\left(V_{m1}\sin(\omega_1 t) + V_{m2}\sin(\omega_2 t)\right) + k\left(V_{m1}\sin(\omega_1 t) + V_{m2}\sin(\omega_2 t)\right)^2 =$$
$$= g_D v_{d1}(t) + g_D v_{d2}(t) + k\left(V_{m1}^2\sin^2(\omega_1 t) + V_{m2}^2\sin^2(\omega_2 t) + 2V_{m1}V_{m2}\sin(\omega_1 t)\sin(\omega_2 t)\right) =$$
$$= g_D v_{d1}(t) + g_D v_{d2}(t) + kV_{m1}^2\sin^2(\omega_1 t) + kV_{m2}^2\sin^2(\omega_2 t) + V_{m1}V_{m2}\left[\cos((\omega_1 - \omega_2)t) + \cos((\omega_1 + \omega_2)t)\right]$$

In questo caso, abbiamo ottenuto un risultato ancora diverso rispetto al caso precedente: infatti, oltre ai termini aventi la stessa frequenza dei segnali in ingresso e ai termini aventi frequenza doppia rispetto ai segnali in ingresso, compaiono anche altri due termini, $\cos((\omega_1 - \omega_2)t)$ e $\cos((\omega_1 + \omega_2)t)$, aventi frequenze ulteriormente diverse, date rispettivamente dalla differenza e dalla somma delle frequenze in ingresso. Questi termini prendono il nome di **prodotti di intermodulazione** e vengono anch'essi spesso sfruttati nelle tecniche di modulazione in frequenza.

Autore: **Sandro Petrizzelli**
e-mail: sandry@iol.it
sito personale: http://users.iol.it/sandry