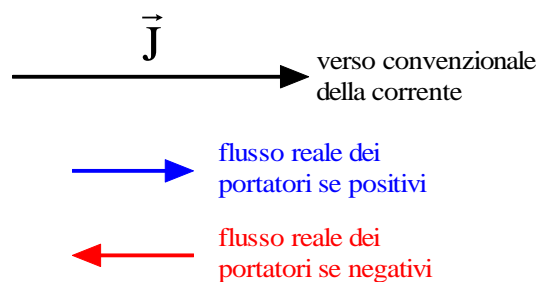


# Appunti di Fisica II

## Effetto Hall

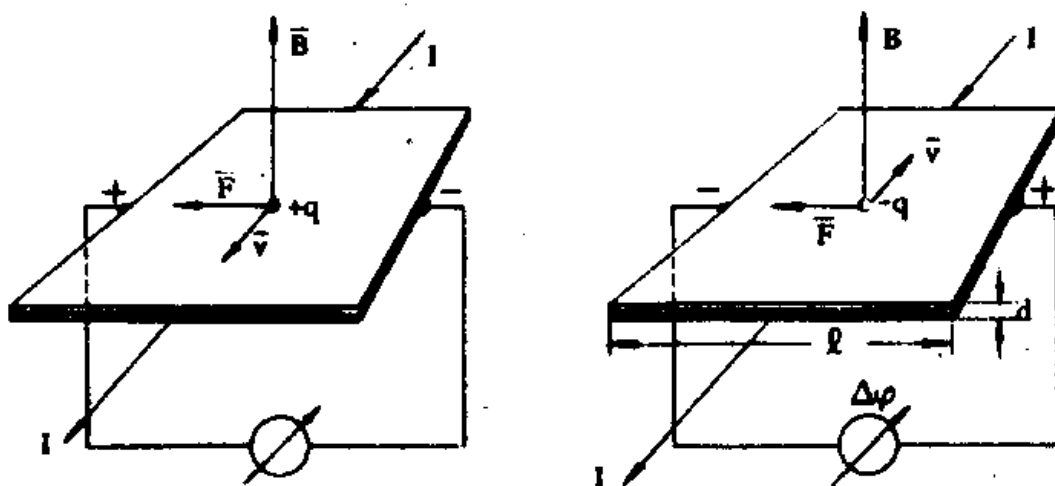
L'**effetto Hall** è un fenomeno legato al passaggio di una corrente  $I$ , attraverso ovviamente un conduttore, in una zona in cui è presente un campo magnetico diretto ortogonalmente alla corrente stessa: si tratta, come vedremo, di un fenomeno che permette di determinare due importanti caratteristiche del conduttore in questione: il segno dei portatori di carica e la loro densità.

Per descrivere l'effetto Hall, ricordiamo un importante concetto legato all'intensità di corrente  $I$  e della densità di corrente  $\vec{J}$ : la freccia con cui convenzionalmente indichiamo il verso di queste due grandezze è sempre il verso con cui scorrerebbe la corrente se i portatori di carica fossero positivi. *Dire, perciò, che una certa corrente scorre in un verso significa che tale corrente scorre realmente in quel verso se i portatori sono positivi, mentre invece scorre nel verso opposto se i portatori sono negativi.* Detto ancora in altre parole, quando i portatori di carica sono positivi, il vettore  $\vec{v}$  della loro velocità sarà parallelo e concorde al vettore  $\vec{J}$ ; quando invece i portatori sono negativi, allora i due vettori sono paralleli ma opposti in verso (cioè antiparalleli):



E' noto che l'uso di questa convenzione, cioè di rappresentare sempre le correnti positive, non comporta alcuna variazione sugli effetti elettrici che studiamo, salvo in rari casi in cui è necessario tenere conto del segno dei portatori di carica e quindi del verso effettivo della corrente. L'effetto Hall è uno di quei casi in cui bisogna tenere conto del verso effettivo della corrente. Vediamo subito perché.

Supponiamo di avere un conduttore a forma di nastro piano, largo e sottile: indichiamo con  $S$  la sua superficie e con  $d$  il suo spessore. Immaginiamo quindi di porre questo conduttore, ancora non percorso da corrente, in una regione che sia sede di un campo magnetico  $\vec{B}$ : supponiamo di disporre il conduttore il modo che il campo risulti ad esso ortogonale. Per visualizzare la situazione, quindi, consideriamo ad esempio il conduttore orizzontale e il campo verticale diretto verso l'alto, come illustrato nella figura seguente:



Adesso supponiamo che una corrente  $I$  prenda a percorrere il conduttore in senso longitudinale. Se indichiamo con una freccia il verso "convenzionale" della corrente, possiamo dire questo: se i portatori di carica sono positivi, allora la corrente scorre effettivamente in questo senso e quindi il vettore  $\vec{v}$  (velocità dei portatori) è diretto in questo verso (figura di sinistra); viceversa, se i portatori di carica sono negativi, la corrente scorre nel verso opposto ed anche il vettore velocità  $\vec{v}$  è diretto nel verso opposto (figura di destra).

Abbiamo detto che nella regione che stiamo considerando è presente un campo magnetico ortogonale al conduttore (e quindi alla direzione della corrente cioè alla direzione di  $\vec{v}$ ): tale campo esercita una azione sulla corrente; la **forza di Lorentz** su ciascun portatore è

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Immaginiamo di poter "guardare" il conduttore dall'alto, con la corrente che scorre quindi verso il basso. Quando i portatori di carica sono positivi, il vettore velocità è diretto anch'esso verso il basso, per cui, con la regola della mano destra, il vettore  $\vec{F}$  è diretto

orizzontalmente verso sinistra. Quando i portatori di carica sono negativi, la velocità è diretta verso l'alto, ma anche questa volta la forza risulta diretta come prima, cioè orizzontalmente verso sinistra.

In definitiva, *a prescindere dal segno dei portatori di carica, ossia a prescindere dal senso effettivo della corrente, l'azione del campo magnetico è sempre quella di spingere trasversalmente (rispetto alla direzione della corrente) i portatori di carica, addensandoli su un bordo del conduttore.*

Questo comporta che su tale bordo si crei un **eccesso di carica** (dello stesso segno dei portatori), con conseguente **carenza di carica** dello stesso segno sul bordo opposto. Si viene a formare cioè una **polarità**, che dà origine ad una differenza di potenziale  $\Delta\phi$  tra i bordi opposti del nastro conduttore. Basta allora stabilire il segno di questa differenza di potenziale per stabilire il segno dei portatori di carica: infatti, *se sul lato sinistro si verifica un potenziale minore di quello sul lato destro, significa che qui c'è un eccesso di carica negativa, da cui si deduce che i portatori di carica sono elettroni; viceversa, se il potenziale a sinistra risulta maggiore di quello a destra, allora si deduce che i portatori sono positivi.*

La presenza di questa differenza di potenziale trasversale nei conduttori percorsi da corrente e soggetti ad un campo magnetico ad essa ortogonale prende appunto il nome di **effetto Hall**.

Vediamo adesso come l'effetto Hall ci aiuti a determinare la densità dei portatori di carica. Il fatto che la forza di Lorentz faccia accumulare i portatori di carica su un bordo del conduttore, con conseguente creazione di una differenza di potenziale tra tale bordo e il bordo opposto, fa sì che si crei un campo elettrico  $\vec{E}_h$  trasversale, diretto cioè ortogonalmente alla direzione della corrente. Quanta più corrente scorre, tanti più portatori vengono spinti dalla forza di Lorentz e tanto maggiore sarà il valore di tale campo. E tanto maggiore sarà anche la forza  $\vec{F}_h$  che tale campo esercita sugli stessi portatori. La direzione di questa forza è la stessa del campo elettrico se i portatori sono positivi mentre è ad esso opposta se sono negativi: se i portatori sono positivi, c'è un eccesso di carica positiva sul bordo sinistro e il campo (che va dalle cariche positive verso quello negative) è diretto verso destra; la forza è allora diretta verso destra, in senso cioè opposto alla forza magnetica. Viceversa, se i portatori sono negativi, il campo è diretto verso sinistra e la forza elettrica, diretta in senso opposto, sarà diretta ancora una volta verso destra.

In definitiva, anche qui, a prescindere dal segno dei portatori di carica, la forza elettrica  $\vec{F}_h$  si oppone sempre alla forza magnetica. Arriverà un momento in cui le due forze si equilibrano perfettamente, in cui cioè la forza di Lorentz risulta nulla:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} + q\vec{E}_h = 0$$

Ricavando il valore del campo all'equilibrio abbiamo evidentemente che

$$\vec{E}_h = -\vec{v} \times \vec{B}$$

La velocità che dobbiamo considerare deve essere quella **media** dei portatori di carica, per cui la relazione diventa

$$\vec{E}_h = -\langle \vec{v} \rangle \times \vec{B}$$

Se ora indichiamo con N il numero totale di portatori di carica per unità di volume, sappiamo che la densità di corrente vale  $\vec{J} = Nq \langle \vec{v} \rangle$ , da cui ricaviamo che  $\langle \vec{v} \rangle = \frac{\vec{J}}{Nq}$ : sostituendo nell'espressione del campo elettrico, otteniamo

$$\vec{E}_h = -\frac{1}{Nq} (\vec{J} \times \vec{B})$$

Per definizione, la **densità di corrente** che scorre lungo il conduttore è data, in modulo, dal rapporto tra la corrente I e l'area S del conduttore attraversata dalla corrente stessa: avendo detto che il conduttore è spesso d e supponendo che sia largo  $\ell$ , deduciamo che tale area è  $S = d\ell$ , per cui  $J = I/d\ell$ . Sostituendo nell'espressione del campo elettrico e calcolando il modulo di tale campo, abbiamo

$$E_h = -\frac{J \cdot B}{Nq} \sin\theta = -\frac{I \cdot B}{Nqd\ell} \sin\theta$$

dove ovviamente abbiamo indicato con  $\theta$  l'angolo formato dai vettori  $\vec{J}$  e  $\vec{B}$ ; d'altra parte, quest'angolo è di  $90^\circ$  in quanto il campo è per ipotesi ortogonale alla direzione della corrente: deduciamo allora che il modulo del campo elettrico trasversale è

$$E_h = -\frac{I \cdot B}{Nq d \ell}$$

Dal valore del campo all'equilibrio possiamo risalire al valore della differenza di potenziale  $V_h$  all'equilibrio:

$$V_h = -E_h \ell = \frac{I \cdot B}{Nq d}$$

Si deduce che, a parità di forma del conduttore e a parità di campo magnetico, la differenza di potenziale che si manifesta ai bordi del conduttore (una volta raggiunto l'equilibrio) cresce al crescere di  $I$  ed al diminuire del fattore  $Nq$ , che è appunto la **densità spaziale di carica** e che si può ricavare facilmente da quella relazione. Il suo valore lo si ottiene dunque facendo passare per il conduttore una corrente  $I$  nota, andando poi a misurare la d.d.p. all'equilibrio e sostituendo i valori trovati in quella relazione.

Tutto il discorso fatto fino ad ora fa uso di una importante approssimazione: non è stato infatti considerato l'effetto dei ripetuti **urti** tra i portatori di carica. Tuttavia, a livello sperimentale si è verificato che quando il *periodo di rotazione*

$$T = 2\pi m/qB$$

(dovuto al campo magnetico che, come noto, tende ad incurvare le traiettorie) è molto maggiore dell'intervallo di tempo  $dt$  tra due urti consecutivi, l'equazione dell'equilibrio diventa

$$\vec{F} = \frac{2}{3}q(\vec{v}_m \times \vec{B}) + q\vec{E}_h = 0$$

Qui si tiene conto del fatto che, essendo  $T$  molto maggiore di  $dt$ , i portatori percorrono solo una minima parte delle orbite circolari su cui sono stati spediti dal campo magnetico, in quanto urti successivi provvedono a ridisegnare continuamente le loro traiettorie. Seguendo allora un procedimento di calcolo analogo a quello di prima, si ottiene, a partire da quella relazione, il valore

$$V_h = \frac{2}{3} \frac{I}{Nq d} B$$

dal quale si può risalire facilmente al valore di  $Nq$ .

Autore: **SANDRO PETRIZZELLI**  
e-mail: [sandry@iol.it](mailto:sandry@iol.it)  
sito personale: <http://users.iol.it/sandry>  
succursale: <http://digilander.iol.it/sandry1>