

# Appunti di Elettronica

## Capitolo 6 – Transistori bipolari

### Analisi statica e di piccolo segnale

<i>Introduzione ai BJT: struttura fisica</i> .....	2
<b>RICHIAMI SUL FUNZIONAMENTO DI UN BJT</b> .....	3
<i>L'effetto transistorore</i> .....	3
<i>Regioni di funzionamento</i> .....	4
<i>Funzionamento in ZAD</i> .....	5
<i>Simbolo circuitale di un BJT</i> .....	7
<i>Configurazioni circuitali e guadagni di corrente in continua</i> .....	7
<i>Modello di Ebers-Moll</i> .....	10
<i>La corrente di base</i> .....	11
<i>Caratteristica statica di uscita</i> .....	12
<i>Transcaratteristica in ZAD</i> .....	14
<i>Transconduttanza</i> .....	15
<i>Effetto Early</i> .....	16
<i>Conduttanza di uscita</i> .....	17
<i>Caratteristica di ingresso</i> .....	18
<i>Funzionamento del BJT in saturazione</i> .....	19
<i>Tensioni di breakdown nel BJT</i> .....	19
<i>Diagramma tensione - zona di funzionamento</i> .....	21
<b>CIRCUITO INVERTITORE A BJT</b> .....	22
<i>Determinazione del punto di lavoro di un BJT</i> .....	22
<i>Metodo grafico</i> .....	24
<i>Caratteristica di trasferimento <math>V_{OUT}-V_{IN}</math></i> .....	25
<b>MODELLO DEL BJT PER PICCOLI SEGNALI</b> .....	29
<i>Introduzione</i> .....	29
<i>Modello incrementale del BJT</i> .....	29
<i>Modello circuitale incrementale: circuito a <b>p</b>-ibrido</i> .....	31
<i>Applicazione al circuito invertitore: guadagno di tensione</i> .....	32
<i>Modello a parametri ibridi</i> .....	36

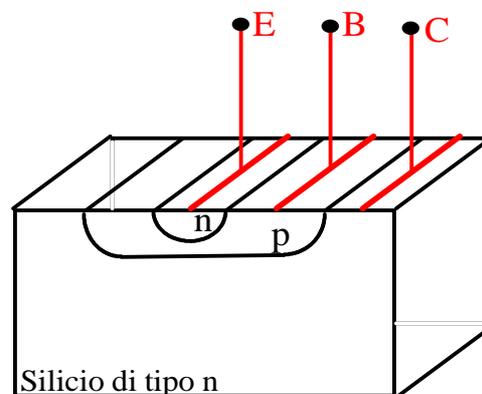
## Introduzione ai BJT: struttura fisica

Un **transistore bipolare a (omo)giunzione** (brevemente **BJT**, ossia *Bipolar Junction Transistor*) è un dispositivo attivo a semiconduttore realizzato, essenzialmente, ponendo in contatto tre regioni di semiconduttore in modo da formare due omogiunzioni p-n affiancate.

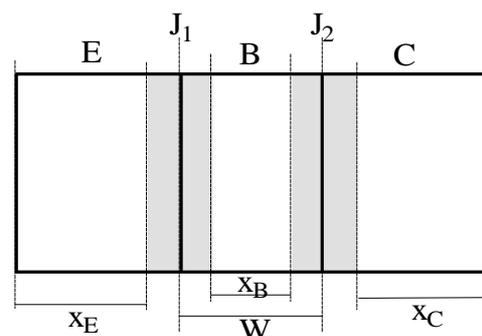
Analizziamo brevemente i passi tecnologici per la realizzazione di un BJT npn:

- il punto di partenza è una "fetta" di silicio (che è il semiconduttore principalmente utilizzato per la realizzazione di questi dispositivi) drogato di tipo n (con concentrazione il più possibile bassa);
- all'interno di questa fetta, che costituisce la regione cosiddetta di **collettore**, viene effettuata una prima diffusione al fine di creare una regione di tipo p che prende il nome di **base** (la concentrazione di drogante è in questo caso crescente andando dall'interfaccia con il collettore verso l'interfaccia con l'emettitore);
- all'interno della regione di base, viene effettuata una ulteriore diffusione, al fine di creare una regione, nuovamente di tipo n, che prende il nome di **emettitore** (la concentrazione di drogante è questa volta maggiore rispetto alle altre due regioni);
- in corrispondenza di queste tre regioni vengono infine realizzati tre contatti ohmici che servono ad applicare, ai capi di ciascuna regione, le tensioni di polarizzazione che consentono di impiegare il dispositivo nei normali circuiti elettronici.

Una visione schematica di questa struttura è riportata nella figura seguente:



Considerando tale struttura in sezione, si ha quanto segue:



## Richiami sul funzionamento di un BJT

### L'effetto transistorore

Il motivo fondamentale, alla base della struttura di un BJT, è quello per cui è possibile controllare la corrente che fluisce attraverso una delle due omogiunzioni pn che costituiscono il dispositivo agendo sulla tensione applicata alla giunzione adiacente: questo è appunto il concetto di **effetto transistorore**.

Più nel dettaglio, questo effetto si concretizza nel modo seguente:

- consideriamo la giunzione pn base-collettore e supponiamo che essa sia polarizzata inversamente con una tensione  $V_{BC} < 0$ ;
- il fatto che la giunzione sia polarizzata inversamente ci dice che essa conduce una corrente bassissima, praticamente nulla, dovuta al movimento dei portatori minoritari che la attraversano (elettroni dalla base nel collettore e lacune dal collettore nella base);
- tuttavia, se affianchiamo, alla regione di base, la regione di emettitore, drogata di tipo n, e polarizziamo direttamente la giunzione base(p)-emettitore(n) che si è adesso formata, abbiamo una iniezione di elettroni (portatori minoritari) nella base e quindi la corrente attraverso la giunzione base-collettore risulta adesso di gran lunga maggiore, proprio perché la popolazione di elettroni nella base è considerevolmente aumentata.

Questo è il principio, effettivamente geniale, su cui si basa il funzionamento del BJT.

L'equazione matematica che quantifica questo effetto è la seguente:

$$I_C = \underbrace{\frac{n_i^2 A^2 q^2 \tilde{D}_n}{Q_B}}_{I_S} e^{\frac{qV_{BC}}{kT}} - e^{\frac{qV_{BE}}{kT}}$$

Questa equazione mostra come la **corrente di collettore**  $I_C$ , ossia la corrente (positiva per un BJT npn e negativa per un BJT pnp) che fluisce attraverso il terminale di collettore (ossia attraverso la giunzione base-collettore), abbia una dipendenza esponenziale sia dalla tensione applicata alla giunzione base-collettore sia anche, soprattutto, dalla tensione applicata alla giunzione base-emettitore.

E' bene precisare che questa equazione si ricava con riferimento al cosiddetto *transistore prototipo*, ossia un transistorore caratterizzato fondamentalmente da un drogaggio uniforme di tutte le tre regioni del dispositivo e da una sezione costante della giunzione base-emettitore (di area A).

Nelle applicazioni che noi considereremo, la tensione  $V_{BE}$ , applicata alla giunzione base-emettitore, sarà sempre positiva, mentre quella  $V_{BC}$  applicata alla giunzione base-collettore sarà negativa: di conseguenza, l'espressione della  $I_C$  si ridurrà generalmente nella forma

$$I_C = I_S e^{\frac{qV_{BE}}{kT}}$$

Questa espressione indica che, in definitiva, si riesce a controllare la corrente attraverso una giunzione polarizzata inversamente mediante una tensione applicata ad una giunzione adiacente, polarizzata direttamente.

Per concludere, osserviamo che nell'equazione della  $I_C$  compaiono il termine  $\tilde{D}_n$ , detto **coefficiente medio di diffusione** e ricavabile solo su opportuni grafici, e la cosiddetta **carica maggioritaria di base**, definita nel modo seguente:

$$Q_B = Aq \int_0^{x_B} p dx$$

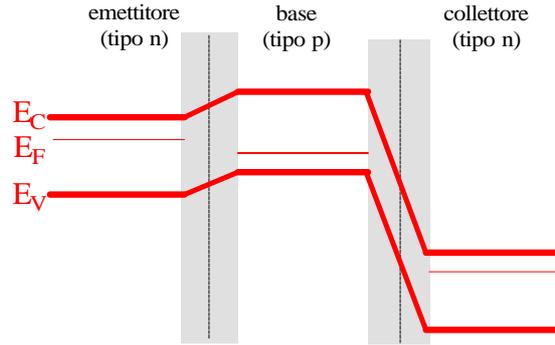
dove la funzione  $p(x)$  rappresenta la concentrazione di lacune nella base appunto.

## Regioni di funzionamento

Generalmente, si distinguono quattro distinte **regioni di funzionamento** di un BJT, in dipendenza della polarizzazione imposta alle due giunzioni che costituiscono il transistor.

Con riferimento ad un **BJT npn**, le 4 regioni di funzionamento sono le seguenti:

- si dice che il BJT lavora in  **saturazione**  quando entrambe le giunzioni sono polarizzate in modo diretto: in questa condizione di funzionamento, ci sono elettroni (portatori maggioritari) che fluiscono dalle regioni di emettitore e di collettore verso la base e lacune che, al contrario, fluiscono dalla base verso emettitore e collettore; da un punto di vista circuitale, il BJT si comporta approssimativamente come un *interruttore nello stato CHIUSO*;
- si dice che il BJT lavora in  **interdizione**  quando invece entrambe le giunzioni sono polarizzate inversamente: in questo caso, non ci sono flussi apprezzabili di portatori di carica maggioritari, per cui le correnti in gioco sono molto piccole; dal punto di vista circuitale, abbiamo un *interruttore nello stato APERTO*, nel senso che non fluisce corrente (o quasi) a prescindere dalla tensione applicata;
- si dice che il BJT lavora in  **Zona Attiva Diretta**  quando la giunzione base-emettitore è polarizzata direttamente mentre quella base-collettore è polarizzata inversamente: in questa situazione, ci sono elettroni che fluiscono dall'emettitore nella base e, successivamente, dalla base nel collettore, e poi lacune che fluiscono dalla base verso l'emettitore (in modo non consistente, visto che, pur trattandosi dei portatori maggioritari nella base, il drogaggio della base stessa è di gran lunga inferiore a quella dell'emettitore) e dal collettore verso la base (in quantità praticamente nulla visto che le lacune sono i portatori minoritari nel collettore); questa condizione di funzionamento è quella che viene usata quando il BJT viene impiegato in amplificazioni lineari e sarà perciò la condizione che analizzeremo nel dettaglio più avanti. In particolare, è opportuno riportare il *diagramma a bande di energia* per questa condizione di polarizzazione, che è fatto nel modo seguente:



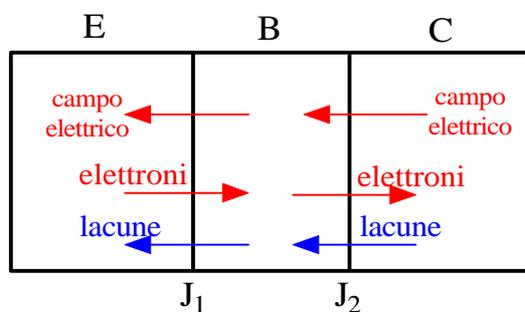
Questo diagramma evidenzia il fatto per cui la barriera di energia per elettroni e lacune, che vanno rispettivamente dall'emettitore verso la base e dalla base verso l'emettitore, si riduce a causa della tensione diretta applicata alla giunzione base-emettitore e come invece la barriera di energia per elettroni e lacune, che vanno rispettivamente dal collettore verso la base e della base verso il collettore, si incrementa a causa della tensione inversa applicata alla giunzione base-collettore;

- infine, si dice che il BJT lavora in **Zona Attiva Inversa** quando la giunzione base-emettitore è polarizzata inversamente e quella base-collettore direttamente: si tratta di una condizione di funzionamento duale rispetto a quella di prima, in quanto, adesso, il collettore si comporta da emettitore e, viceversa, l'emettitore si comporta da collettore.

## Funzionamento in ZAD

L'uso principale che viene fatto di un BJT (come per la maggior parte degli altri transistori) è come amplificatore di segnali. Affinché un BJT funzioni da amplificatore, è necessario che esso lavori in ZAD (Zona Attiva Diretta). In tale condizione di polarizzazione, si hanno i seguenti flussi netti di corrente:

- elettroni iniettati dall'emettitore nella base e poi dalla base nel collettore;
- lacune iniettate dalla base nell'emettitore;
- lacune iniettate dal collettore nella base.

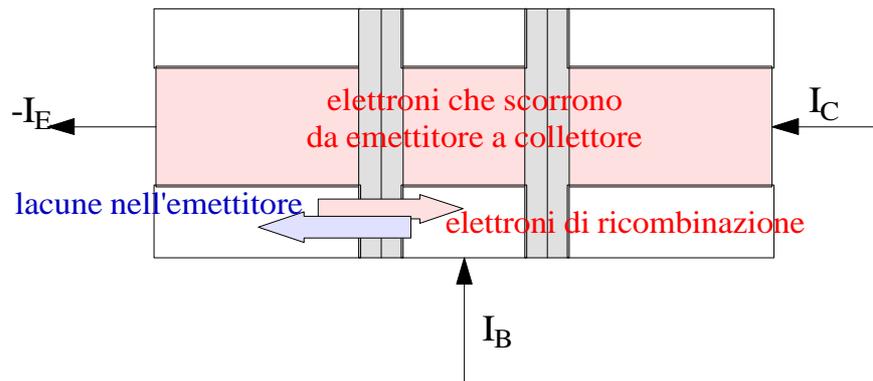


La prima osservazione da fare riguarda i due flussi di lacune: infatti, mentre il flusso di lacune dalla base nell'emettitore è consistente in virtù del fatto che le lacune sono i portatori maggioritari nella base, è invece del tutto trascurabile il

flusso di lacune dal collettore nella base, visto che le lacune sono i portatori minoritari nel collettore.

Di conseguenza, in ZAD si hanno fundamentalmente due flussi di corrente: da un lato, elettroni che vanno dall'emettitore al collettore passando per la base; dall'altro, lacune che vanno dalla base nell'emettitore.

Esiste, del resto, un ulteriore flusso di corrente da considerare, dovuto alla ricombinazione degli elettroni con le lacune nella base: dobbiamo tenere conto di questo in quanto la ricombinazione comporta che non tutti gli elettroni che passano dall'emettitore nella base riescono poi effettivamente a raggiungere il terminale di collettore (1).



Premesso questo, valutiamo la direzione di queste correnti, tenendo conto che, per convenzione, una corrente che fluisce attraverso il terminale di un dispositivo elettronico va presa positiva se entra nel dispositivo e negativa se vi esce:

- attraverso il terminale di collettore scorre una corrente, convenzionalmente positiva, pari alla corrente  $I_{nE}$  di elettroni che fluiscono da emettitore a collettore e che non sono soggetti alla ricombinazione nella base;
- attraverso il terminale di emettitore scorre una corrente, convenzionalmente negativa, somma di tre componenti: la componente  $I_{nE}$  dovuta agli elettroni che vanno da emettitore a collettore, la componente  $I_{pE}$  dovuta alle lacune iniettate dalla base nell'emettitore e, infine, la componente  $I_{rB}$  dovuta alla ricombinazione degli elettroni nella base;
- attraverso il terminale di base scorre infine una corrente, convenzionalmente positiva, somma di due componenti: la corrente  $I_{pE}$  di lacune iniettate dalla base nell'emettitore e la corrente  $I_{rB}$  di ricombinazione di elettroni nella base.

Quindi, per un BJT n-p-n polarizzato in ZAD, la corrente di emettitore è negativa, mentre quelle di collettore e di base sono positive (si tenga presente che, in virtù della LKC, la somma di tali correnti deve essere sempre nulla):

$$I_E = -|I_{nE}| - |I_{pE}| - |I_{rB}|$$

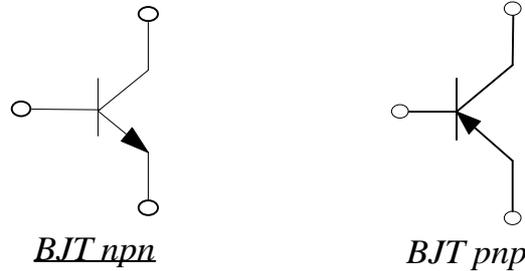
$$I_B = +|I_{rB}| + |I_{pE}|$$

$$I_C = +|I_{nE}|$$

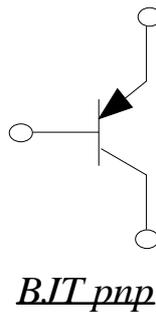
<sup>1</sup> Esiste un parametro, che prende il nome di **fattore di trasporto**, che tiene proprio in conto della perdita di elettroni per ricombinazione nella base

## Simbolo circuitale di un BJT

La corrente di emettitore risulta negativa per un BJT npn e positiva per uno pnp. Allora, i simboli circuitali adottati per i due tipi di BJT sono identici, salvo che per una freccia che indica appunto la direzione della corrente di emettitore:



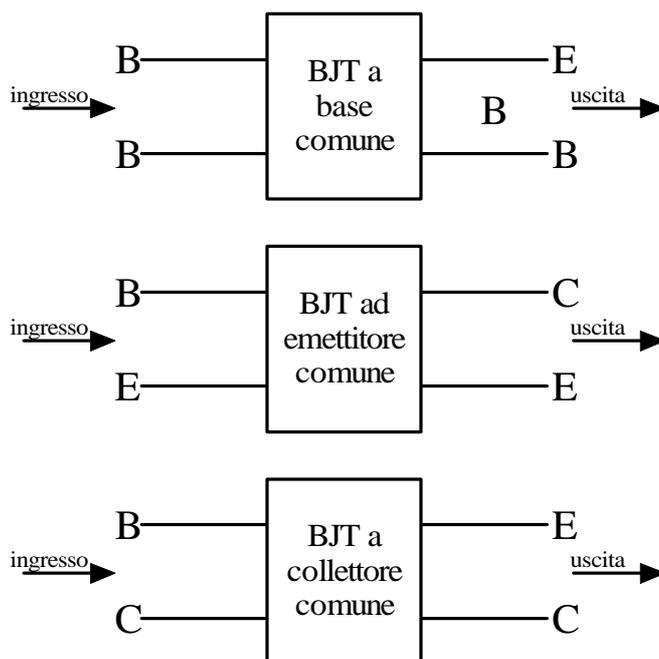
Tuttavia, per rendere più immediata l'analisi dei circuiti con cui avremo a che fare, riporteremo il BJT pnp con il terminale di emettitore in alto e quello di collettore in basso, al fine di individuare meglio i terminali a potenziale maggiore e quelli a potenziale minore:



## Configurazioni circuitali e guadagni di corrente in continua

Un BJT, essendo un dispositivo fisico a tre terminali, può essere rappresentato, a livello circuitale, come un *elemento biporta*, caratterizzato cioè da una porta di ingresso e una di uscita aventi un terminale in comune. A seconda di quale sia il terminale in comune, si hanno tre possibili **configurazioni circuitali** per un BJT:

- configurazione a **emettitore comune (E-C)**;
- configurazione a **base comune (B-C)**;
- configurazione a **collettore comune (C-C)**.



Le configurazioni maggiormente utilizzate sono la prima e la seconda:

- nella *configurazione E-C*, la porta di ingresso è quella B-E (per cui la corrente in ingresso è quella di base) mentre quella di uscita è quella C-E (per cui la corrente di uscita è quella di collettore);
- nella *configurazione B-C*, la porta di ingresso è quella E-B (per cui la corrente in ingresso è quella di emettitore) mentre quella di uscita è quella C-B (per cui la corrente di uscita è ancora quella di collettore).

Relativamente a queste due configurazioni si definiscono due **guadagni di corrente in continua**, ossia due rapporti tra la corrente di uscita e quella di ingresso:

- per la configurazione a emettitore comune, si considera il rapporto  $\beta_F$  tra corrente di collettore e corrente di base:

$$\beta_F = \frac{I_{uscita}}{I_{ingresso}} = \frac{|I_C|}{|I_B|}$$

- per la configurazione a collettore comune, si considera invece il rapporto  $\alpha_F$  tra corrente di collettore e corrente di emettitore:

$$\alpha_F = \frac{I_{uscita}}{I_{ingresso}} = \frac{|I_C|}{|I_E|}$$

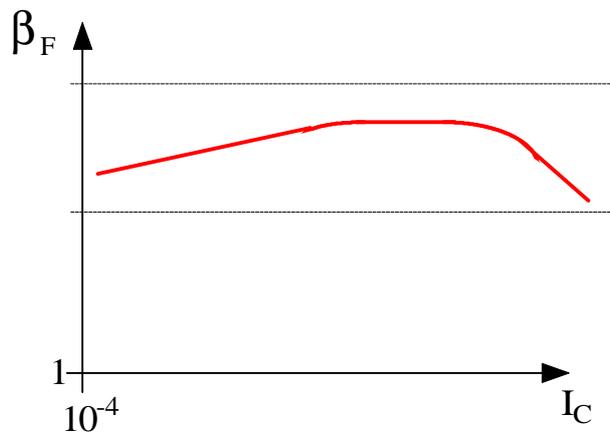
E' possibile far vedere, usando semplicemente le definizioni, che sussistono le seguenti relazioni:

$$\alpha_F = \alpha_T \gamma$$

$$\beta_F = \frac{I_C}{I_B} = \frac{\alpha_F}{1 - \alpha_F}$$

dove  $\alpha_T = \frac{|I_{nE}| - |I_{rB}|}{|I_{nE}|}$  è il cosiddetto **fattore di trasporto**, mentre  $\gamma = \frac{|I_{nE}|}{|I_{nE}| + |I_{pE}|}$  è la cosiddetta **efficienza di emettitore**, ossia il rapporto tra la corrente di elettroni che vanno dall'emettitore al collettore e la corrente di emettitore

E' bene inoltre precisare che il guadagno  $\beta_F$  non è in realtà fisso, ma dipende dalla polarizzazione del transistor. Il grafico seguente mostra come varia approssimativamente  $\beta_F$  al variare di  $I_C$ :



Possiamo osservare quanto segue:

- per basse intensità di  $I_C$ , il guadagno di corrente è più basso rispetto a quello che si ha per valori maggiori di corrente: il motivo è che, quando  $V_{BE}$  è bassa, il contributo della corrente di ricombinazione nella regione di carica spaziale della giunzione emettitore-base non è trascurabile, per cui la corrente di base, che normalmente è  $I_B = +|I_{rB}| + |I_{pE}|$ , presenta una componente in più e aumenta; viceversa, rimane sostanzialmente invariata, al crescere della influenza della ricombinazione, la corrente di collettore: allora, se  $I_C$  rimane costante mentre  $I_B$  aumenta, è ovvio che  $\beta_F = I_C / I_B$  debba diminuire;
- per valori intermedi di  $I_C$ , compresi approssimativamente tra  $10^{-3}$  e poco meno di  $10^{-1}$ ,  $\beta_F$  si mantiene pressoché costante: si tratta dei valori di  $V_{BE}$  in corrispondenza dei quali la ricombinazione nella RCS comincia a farsi meno influente, per cui né  $I_B$  né  $I_C$  risentono particolarmente di tale corrente;
- per valori di  $I_C$  ancora più elevati,  $\beta_F$  prende infine a diminuire, a causa degli effetti della "alta iniezione" di portatori minoritari nella base (diminuisce l'efficienza di emettitore e aumenta la corrente di base)

## Modello di Ebers-Moll

Il **modello di Ebers-Moll** è un *modello matematico del BJT*, ossia un insieme di equazioni (tre per la precisione) che servono a caratterizzare il comportamento elettrico di questo dispositivo.

In particolare, questo modello risponde ai seguenti requisiti:

- in primo luogo, è valido per un qualsiasi BJT, sia esso di tipo n-p-n sia esso di tipo p-n-p;
- in secondo luogo, è valido per qualsiasi condizione di polarizzazione;
- in terzo luogo, è un *modello matematico per grandi segnali*, nel senso che si può applicare in presenza di segnali di qualsiasi ampiezza;
- infine, è un modello che tiene conto solamente dell'effetto transistorore, per cui rientra nella classe dei *modelli del primo ordine*, con i quali è cioè possibile condurre una analisi solo approssimata (ma comunque corretta) del funzionamento del dispositivo.

Il punto di partenza, per arrivare alle equazioni finali del modello, è quello di considerare che le correnti di emettitore e di collettore, per un BJT, sono entrambe frutto della somma di due componenti dovute alle due omogiunzioni di cui si compone il BJT stesso. In tal modo, è possibile pensare a ciascuna di queste correnti come somma di due contributi, ciascuno dei quali dovuto appunto ad una omogiunzione.

Partendo da questo principio, si trovano due equazioni che forniscono appunto i valori della corrente di collettore e di quella di emettitore:

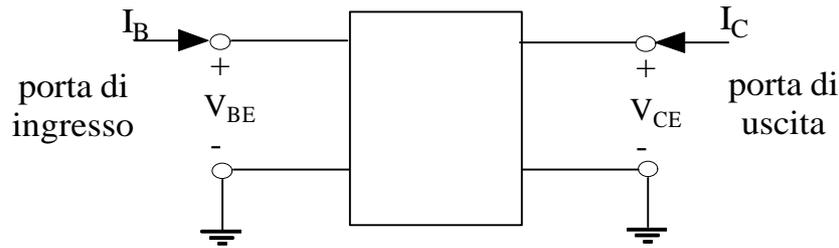
$$\begin{cases} I_E = -I_{ES} \left( e^{\frac{qV_{BE}}{kT}} - 1 \right) + \alpha_R I_{CS} \left( e^{\frac{qV_{BC}}{kT}} - 1 \right) \\ I_C = \alpha_F I_{ES} \left( e^{\frac{qV_{BE}}{kT}} - 1 \right) - I_{CS} \left( e^{\frac{qV_{BC}}{kT}} - 1 \right) \end{cases}$$

A queste equazioni potrebbe essere aggiunta una terza equazione che fornisce la corrente di base  $I_B$ : basta infatti considerare che le tre correnti di un BJT, come di un qualsiasi elemento a tre terminali, sono vincolate dalla relazione  $I_C + I_B + I_E = 0$  imposta dalla LKC.

Inoltre, mentre le due equazioni di prima sono state espresse in funzione delle tensioni  $V_{BE}$  e  $V_{BC}$ , è spesso opportuno sostituire la  $V_{BC}$  con la  $V_{CE}$ : per effettuare questo "cambio", è sufficiente considerare che

$$\boxed{V_{BC} = V_{BE} - V_{CE}}$$

Il motivo per cui si effettua questo "cambio" è nel fatto che la configurazione circuitale maggiormente utilizzata nelle applicazioni del BJT è quella *ad emettitore comune*:



In tale configurazione, la porta di ingresso è base-emettitore, caratterizzata dalla coppia  $(V_{BE}, I_B)$ , mentre la porta di uscita è la porta collettore-emettitore, caratterizzata dalla coppia  $(V_{CE}, I_C)$ : di conseguenza, esprimendo la  $I_C$  e la  $I_B$  in funzione di  $V_{CE}$  e di  $V_{BE}$  otteniamo evidentemente la caratteristica di uscita  $I_C = f(V_{CE}, \bar{V}_{BE})$ , la caratteristica di ingresso  $I_B = f(V_{BE}, \bar{V}_{CE})$  e la transcaratteristica  $I_C = f(V_{BE}, \bar{V}_{CE})$ .

N.B. Con la notazione  $I_C = f(V_{CE}, \bar{V}_{BE})$  abbiamo inteso indicare le curve della  $I_C$  in funzione della  $V_{CE}$  ed al variare del valore scelto per  $V_{BE}$ .

## La corrente di base

Da quanto detto nei precedenti paragrafi, possiamo già cogliere una prima grande differenza tra quanto abbiamo visto nei FET (JFET e MOSFET) e quanto stiamo per vedere nei BJT: *infatti, mentre nei FET la corrente  $I_C$  al terminale di controllo è stata sempre ritenuta nulla, nei BJT la corrente  $I_B$  al terminale di controllo (nella configurazione ad emettitore comune si tratta della base), non è più nulla.*

Questo comporta che, mentre nei FET non ha molto senso parlare della caratteristica di ingresso, nei BJT è invece indispensabile valutare come varia la corrente in ingresso al variare delle tensioni in ingresso e in uscita. La principale complicazione che deriva da questo fatto è, come vedremo tra un attimo, nella determinazione del punto di lavoro di un BJT.

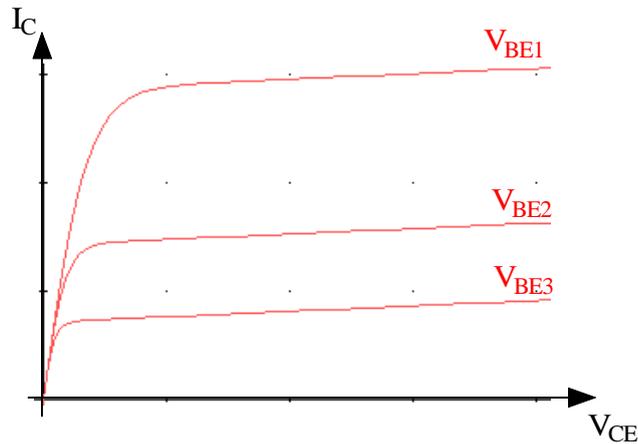
Da un punto di vista fisico, abbiamo visto che la corrente di base, in ZAD, è dovuta essenzialmente alla corrente di ricombinazione di portatori nella base ed alla iniezione di portatori dall'emettitore in base. Analiticamente, allora, la corrente di base, per funzionamento in ZAD, è espressa dalla equazione seguente:

$$I_B = \frac{I_S}{\beta_F} e^{\frac{qV_{BE}}{kT}}$$

## Caratteristica statica di uscita

Come accennato già in precedenza, se consideriamo un BJT npn impiegato nella configurazione ad emettitore comune, prendono il nome di **caratteristiche statiche di uscite** le curve  $I_C = f(V_{CE}, \bar{V}_{BE})$  della corrente di collettore tracciate in funzione della tensione di ingresso  $V_{CE}$  e per diversi valori della tensione di ingresso  $V_{BE}$ .

Tali curve, risultano essere fatte nel modo seguente:



In questo grafico è possibile individuare le seguenti regioni di funzionamento del BJT:

- la **regione di interdizione**, corrispondente ad entrambe le giunzioni polarizzate inversamente, corrisponde alla regione adiacente all'asse delle ascisse, in quanto si tratta di una regione nella quale la corrente che fluisce al collettore (ma anche all'emettitore e alla base) è praticamente nulla;
- la **regione di saturazione**, corrispondente ad entrambe le giunzioni polarizzate direttamente, è quella adiacente all'asse delle ordinate;
- la **zona attiva diretta**, invece, racchiude il resto del diagramma ed è evidentemente una zona estremamente vasta.

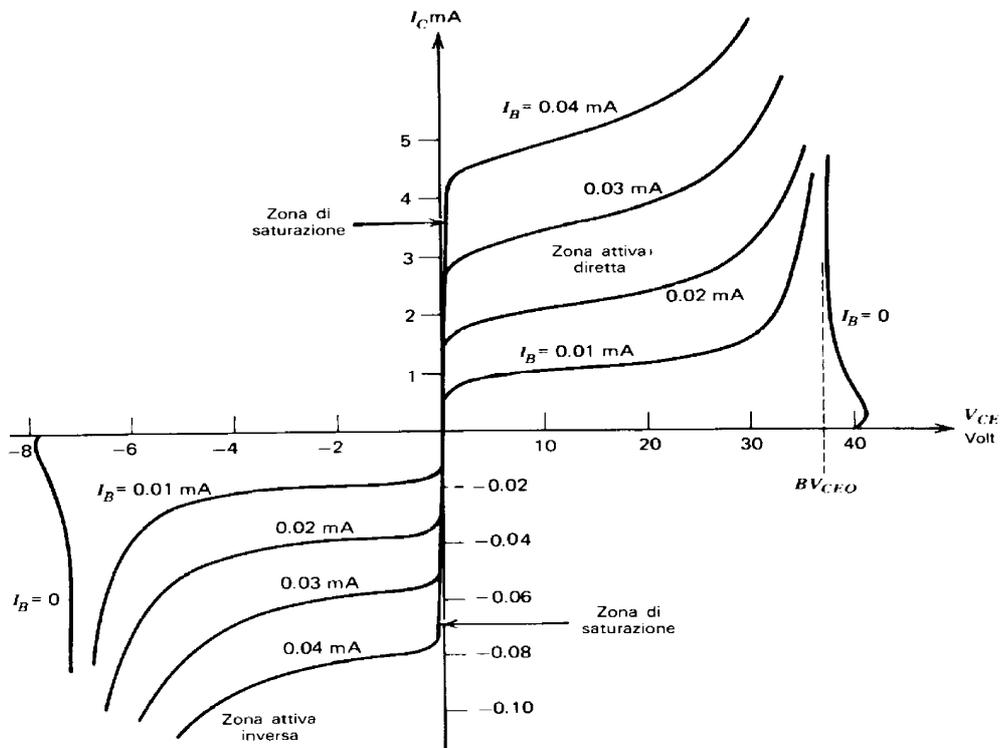
Possiamo fare inoltre una serie di importanti osservazioni:

- la prima riguarda il fatto che *il termine "saturazione" indica, nel BJT, una cosa del tutto diversa rispetto ai FET*: per questi ultimi, infatti, abbiamo visto che si parla di "regione di saturazione" per riferirsi alla regione in cui la corrente è approssimativamente costante con la tensione, mentre decisamente lo stesso non vale per i BJT, per i quali è la zona attiva diretta quella in cui è possibile ritenere la corrente costante con la tensione;
- sempre a proposito della regione di saturazione, essa corrisponde a quei valori della  $V_{CE}$  inferiori ad un certo valore convenzionalmente indicato con  $V_{CE,sat}$ ; questo valore è funzione delle correnti di base e di collettore ed è possibile trovare una sua espressione, in funzione di tali correnti, utilizzando il modello di Ebers-Moll ricavato, appunto, per il funzionamento in saturazione:

$$V_{CE,sat} = \frac{kT}{q} \log \left( \frac{I_B + (1 - \alpha_R) I_C}{(\alpha_F - 1) I_C + \alpha_F I_B} \frac{I_{C0}}{I_{E0}} \right)$$

Aggiungiamo inoltre che questa tensione  $V_{CE,sat}$  assume generalmente valori non superiori a  $0.2V$ , il che consente, spesso, di ritenerla nulla, ossia di assumere che, quando il BJT è in saturazione, non ci sia alcuna caduta di tensione tra collettore ed emettitore;

- la terza ed ultima osservazione riguarda il fatto per cui, nel diagramma  $I_C - V_{CE}$ , è possibile anche tracciare le curve relative al funzionamento in *zona attiva inversa*: queste curve si troveranno, evidentemente, nel 3° quadrante, in quanto corrispondono a valori negativi sia della tensione  $V_{CE}$  sia della corrente  $I_C$ . Si potrebbe anche pensare che tali curve, data l'analogia con il funzionamento in ZAD, siano perfettamente simmetriche rispetto a quelle tracciate in ZAD; in realtà non è così ed il motivo risiede nella struttura geometrica del dispositivo: in primo luogo, possono essere diverse le aree AE e AC, rispettivamente, della giunzione base-emettitore e di quella base-collettore; in secondo luogo, sono senz'altro diversi i valori di drogaggio dell'emettitore e del collettore. In particolare, essendo l'emettitore sicuramente più drogato del collettore, i valori della corrente di uscita sono di gran lunga maggiori in ZAD che non in ZAI, il che significa, da un punto di vista delle caratteristiche di uscita, che, a parità di valore assoluto della  $V_{CE}$ , le curve della corrente in ZAI sono molto più vicine all'asse delle ascisse rispetto a quelle in ZAD (questo, tra l'altro, è il motivo per cui un BJT non viene mai fatto funzionare in ZAI). Il grafico seguente mostra qualitativamente quanto appena detto:

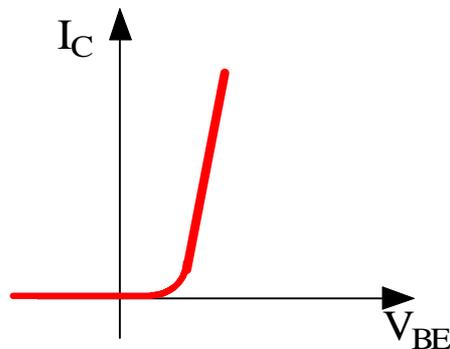


Segnaliamo che, in questo diagramma, le scale utilizzate sull'asse delle ordinate sono diverse a seconda che  $I_C$  sia positiva e negativa e lo stesso vale per l'asse delle ordinate a seconda del segno della  $V_{CE}$ .

Inoltre, volendo fare un confronto tra il funzionamento in ZAD e quello in ZAI, bisognerebbe a rigore riportare le curve  $I_C(V_{CE}, I_B)$  per il funzionamento in ZAD e le curve  $I_E(V_{EC}, I_B)$  per il funzionamento in ZAI.

## Transcaratteristica in ZAD

Un'altra curva molto importante per studiare il comportamento di un BJT è quella della corrente di uscita  $I_C$  in funzione della tensione di ingresso  $V_{BE}$ ; questa curva prende il nome di **transcaratteristica** e, nell'ipotesi che il dispositivo lavori in ZAD, è fatta approssimativamente nel modo seguente:



Si nota l'analogia di questa curva con la caratteristica I-V di un diodo. La cosa non è casuale, ma dipende essenzialmente dal fatto che *un BJT, che si vuole polarizzare in ZAD, comincia a condurre corrente apprezzabile, mentre la giunzione base-collettore è polarizzata inversamente, solo a partire dal momento in cui si accende la giunzione di emettitore: ecco, quindi, che la corrente di collettore è nulla (o quasi) finché la giunzione di emettitore è spenta, mentre, non appena la  $V_{BE}$  supera il valore  $V_\gamma$  di circa 0.5V, la suddetta giunzione si accende, si innesca l'effetto transistor e quindi il dispositivo va in conduzione.*

L'equazione corrispondente alla transcaratteristica appena descritta si ricava molto facilmente sia dal modello di Ebers-Moll sia anche, in modo ancora più immediato, dall'equazione dell'effetto transistor: abbiamo infatti visto che, quando il BJT lavora in ZAD, questa equazione è

$$I_C = I_S e^{\frac{qV_{BE}}{kT}}$$

ed essa indica evidentemente una dipendenza esponenziale della corrente di collettore dalla tensione base-emittitore.

A proposito di questa relazione, è opportuno fare una osservazione che risulta di notevole aiuto nella pratica: il fatto che la  $I_C$  abbia una dipendenza esponenziale dalla  $V_{BE}$  implica, evidentemente, che la  $V_{BE}$  abbia una dipendenza logaritmica dalla  $I_C$ ; questa dipendenza logaritmica è dunque tale che, anche in corrispondenza di una consistente variazione della  $I_C$ , la tensione  $V_{BE}$  vari molto poco; di conseguenza, quando si studia il comportamento di un BJT inserito in un circuito comunque

complesso, si sfrutta spesso questo fatto per dire che, *quando il BJT è in conduzione, la  $V_{BE}$  è praticamente costante sul valore di 0.6-0.7V, quale che sia il valore della  $I_C$ . Si tratta, ovviamente, di una semplificazione non solo concettuale, ma anche analitica*: essa comporta infatti che, nelle equazioni in cui compare la  $V_{BE}$ , essa si possa considerare costante e pari ad un valore tipico del transistor bipolare in considerazione.

## Transconduttanza

Anche per i BJT, così come per i FET, è possibile definire un parametro, che prende il nome di **transconduttanza**, che quantifica le variazioni della corrente di uscita dovute a variazioni della tensione in ingresso:

$$g_m = \left. \frac{\partial I_C}{\partial V_{BE}} \right|_Q$$

*Si tratta sempre di un parametro differenziale che viene calcolato nell'intorno del punto di lavoro del dispositivo, ossia linearizzando la transcaratteristica nell'intorno di tale punto di lavoro e valutando la pendenza della retta così ottenuta.*

E' facile ricavare l'espressione della transconduttanza quando il BJT lavora in ZAD: indicata infatti con  $(I_C^Q, V_{BE}^Q)$  la coppia (corrente in uscita, tensione in ingresso) corrispondente al punto di lavoro del BJT, è chiaro che questi due valori sono legati dalla relazione

$$I_C^Q = I_S e^{\frac{qV_{BE}^Q}{kT}}$$

e possiamo perciò scrivere che

$$g_m = \left. \frac{\partial I_C}{\partial V_{BE}} \right|_Q = \left. \frac{\partial}{\partial V_{BE}} \left( I_S e^{\frac{qV_{BE}}{kT}} \right) \right|_Q = \left( I_S e^{\frac{qV_{BE}^Q}{kT}} \right) \frac{q}{kT} = \frac{I_C^Q}{V_T}$$

Abbiamo dunque trovato che la transconduttanza di un BJT in zona attiva diretta vale

$$\boxed{g_m = \frac{I_C^Q}{V_T}}$$

Su questa relazione possiamo fare alcune importanti considerazioni:

- in primo luogo, così come avevamo trovato per i FET, anche nel BJT è possibile calcolare questo parametro differenziale a partire dal valore (costante) della corrente corrispondente al punto operativo;
- in secondo luogo, esiste una fondamentale differenza con quanto trovato nei FET: infatti, la formula trovata per quel tipo di transistori indicava una dipendenza diretta della  $g_m$  dalla radice della corrente, mentre in questo caso la  $g_m$  dipende linearmente dalla corrente. Questa dipendenza lineare di  $g_m$  da  $I_C^Q$  deriva evidentemente dal fatto che la corrente di collettore ha una

dipendenza esponenziale dalla tensione, mentre invece, nei FET, la dipendenza era di tipo quadratico: questo per dire che un BJT è un elemento molto più non-lineare rispetto ai FET.

## Effetto Early

La corrente di collettore di un BJT, oltre a dipendere dalla tensione  $V_{BE}$  (in accordo all'effetto transistor), dipende anche dalla tensione applicata alla giunzione base-collettore (tensione che è inversa quando il BJT lavora in ZAD), il che equivale a dire, con riferimento al funzionamento in ZAD, che  $I_C$  dipende dalla  $V_{CE}$ , visto che la  $V_{BE}$ , in ZAD, è praticamente costante.

Il motivo di questa dipendenza di  $I_C$  da  $V_{BC}$  (dipendenza alla quale si dà il nome di **effetto Early**) è nel fatto per cui la  $V_{BC}$ , influenzando sull'estensione della RCS base-collettore e quindi anche sulla estensione della *regione di base neutra*, modifica l'entità della ricombinazione nella base neutra e quindi modifica anche l'entità della  $I_C$ .

Da un punto di vista analitico, si trova che le variazioni della corrente di collettore dovute a variazioni della tensione  $V_{BC}$  sono inversamente proporzionali ai valori di un termine che prende il nome di **tensione di Early**: la relazione è

$$\frac{\partial I_C}{\partial V_{CB}} = -\frac{I_C}{V_A} = \frac{I_C}{|V_A|}$$

dove  $V_A$  è appunto la tensione di Early (indicata in valore assoluto in quanto si verifica che  $V_A$  è negativa per un BJT npn.), avente la seguente espressione:

$$V_A = \frac{\int_0^{x_B} p(x) dx}{p(x_B) \frac{\partial x_B}{\partial V_{CB}}}$$

In questa espressione,  $x_B$  è l'estensione della **regione quasi-neutra di base** e  $\frac{\partial x_B}{\partial V_{CB}}$  rappresenta evidentemente la sua variazione con  $V_{CB}$ : questa variazione risulta essere funzione del valore di polarizzazione  $V_{CB}$ , ma tale dipendenza viene spesso trascurata, assumendo di valutare  $V_A$  in corrispondenza di  $V_{CB}=0V$ .

La relazione  $\frac{\partial I_C}{\partial V_{CB}} = \frac{I_C}{|V_A|}$  mostra dunque che  $\frac{\partial I_C}{\partial V_{CB}}$  è direttamente proporzionale alla corrente di polarizzazione di collettore, mentre invece risulta essere inversamente proporzionale ad  $x_B$ : ciò comporta che *i transistori a base corta ( $x_B$  piccola) mostrano una dipendenza maggiore di  $I_C$  da  $V_{CB}$  in ZAD.*

N.B. Al fine di capire come ottenere un elevato valore della tensione di Early, il che significa ridurre l'effetto Early, è possibile far riferimento ad una relazione analitica che quantifica questa tensione:

$$V_A = \frac{C_t A_E}{A_C Q_B}$$

Tale relazione mostra che  $V_A$  dipende in modo proporzionale dalla sezione  $A_C$  di collettore e dalla carica maggioritaria di base  $Q_B$  e in modo inversamente proporzionale dalla sezione di emettitore  $A_E$  e dalla capacità di transizione  $C_t$  della giunzione collettore-base.

Da un punto di vista delle caratteristiche di uscita del BJT, l'effetto Early si manifesta nella leggera pendenza delle caratteristiche di uscita ad emettitore comune in zona attiva diretta; da un punto di vista analitico, invece, è possibile tenere conto di questo effetto modificando l'equazione che da la  $I_C$  in funzione della  $V_{BE}$  in zona attiva diretta: questa equazione, senza considerare l'effetto Early, è

$$I_C = I_S e^{\frac{qV_{BE}}{kT}}$$

(e indica evidentemente una costanza della  $I_C$  con la  $V_{CE}$ ), mentre, invece, introducendo tale effetto, essa diventa

$$I_C = I_S e^{\frac{qV_{BE}}{kT}} \left( 1 + \frac{V_{CE}}{|V_A|} \right)$$

Facciamo comunque osservare che l'effetto Early non viene generalmente considerato nei calcoli di polarizzazione in continua, a meno che non venga condotta una analisi al calcolatore, mentre invece deve essere necessariamente considerato nei calcoli per piccoli segnali di circuiti ad elevato guadagno.

## Conduttanza di uscita

Anche se, da un punto di vista fisico, si tratta di qualcosa di ben diverso, è abbastanza evidente l'analogia tra l'effetto Early nei BJT e quello che nei FET abbiamo chiamato *effetto della modulazione della lunghezza di canale*: anche in quel caso, infatti, abbiamo introdotto questo effetto per giustificare il fatto che le curve nella regione di corrente costante non erano in realtà perfettamente costanti, ma avevano una certa pendenza.

Sempre in modo del tutto analogo a quanto fatto nei FET, anche per i BJT si introduce un parametro che aiuta a quantificare la pendenza delle suddette curve: questo parametro prende ancora una volta il nome di **conduttanza di uscita** ed è definito come

$$g_o = \left. \frac{\partial I_C}{\partial V_{CE}} \right|_Q$$

Ancora una volta, quindi, mentre la transconduttanza  $g_m$  esprime le variazioni della corrente di uscita dovute a variazioni della tensione in ingresso, *la conduttanza di uscita esprime le variazioni della corrente di uscita dovute questa volta a variazioni della tensione di uscita.*

Ovviamente, così come la  $g_m$  poteva essere visualizzata nel piano  $(V_{BE}, I_C)$ , la conduttanza di uscita può essere visualizzata nel piano  $(V_{CE}, I_C)$ : fissato il punto di lavoro  $Q$  e linearizzata la caratteristica  $I_C(V_{CE})$  (presa per un prefissato valore di  $V_{BE}$ ) nell'intorno di  $Q$ , la conduttanza di uscita rappresenta la pendenza della curva nel punto  $Q$ : all'aumentare della pendenza, aumenta la conduttanza di uscita (o, ciò che è lo stesso, diminuisce la resistenza di uscita  $r_o$ , pari al reciproco di  $g_o$ ).

Il fatto di considerare l'effetto Early comporta, come detto in precedenza, che la conduttanza di uscita abbia un valore piccolo, ma non nullo, in zona attiva diretta. Andiamo perciò a trovare una sua espressione.

Applicando semplicemente la definizione, abbiamo che

$$g_o = \left. \frac{\partial I_C}{\partial V_{CE}} \right|_Q = \left. \frac{\partial}{\partial V_{CE}} \left( I_s e^{\frac{qV_{BE}}{kT}} \left( 1 + \frac{V_{CE}}{|V_A|} \right) \right) \right|_Q = I_s e^{\frac{qV_{BE}}{kT}} \frac{1}{|V_A|}$$

Confrontando questa espressione con quella della corrente di collettore e tenendo conto che  $V_A$  ha in genere un valore abbastanza alto, possiamo concludere che

$$g_o = \frac{I_C^Q}{|V_A|}$$

Questa formula dice un'altra cosa molto importante: essa infatti indica che  $g_o$  aumenta all'aumentare della corrente nel punto di polarizzazione, il che significa che *la pendenza delle curve della corrente, in zona attiva diretta, aumenta all'aumentare della corrente.*

Questo è lo stesso risultato trovato nei FET, dove infatti, in regione di corrente costante, l'espressione della conduttanza di uscita era  $g_o = \lambda I_{DS}^Q$ .

Naturalmente, l'espressione della  $g_o$  appena trovata mostra che questo parametro è nullo nel caso ideale in cui l'effetto Early è assente, ossia quando  $|V_A| = \infty$ .

## Caratteristica di ingresso

L'ultimo diagramma importante cui fare riferimento per l'analisi di un BJT è la curva della corrente in ingresso  $I_B$  in funzione della tensione in ingresso  $V_{BE}$ ; questa curva, che prende il nome di **caratteristica di ingresso**, è tuttavia molto simile alla transcaratteristica prima esaminata, per un motivo molto semplice: abbiamo visto che l'equazione che fornisce la dipendenza della  $I_C$  dalla  $V_{BE}$  è

$$I_C = I_s e^{\frac{qV_{BE}}{kT}}$$

Tenendo conto che, nell'ipotesi di bassi livelli di iniezione, vale la relazione  $I_C = \beta_F I_B$  quando il BJT è in ZAD, è chiaro che quella relazione diventa

$$I_B = \frac{I_S}{\beta_F} e^{\frac{qV_{BE}}{kT}}$$

Questa è l'equazione dalla quale si ricava la curva della  $I_B$  in funzione della  $V_{BE}$  e si tratterà evidentemente di una curva del tutto analoga alla transcaratteristica; la differenza tra le due curve è nei valori numerici: la presenza del guadagno  $\beta_F$  a denominatore indica, evidentemente, che, a parità di tensione  $V_{BE}$ , la corrente di base ha valori  $\beta_F$  volte più piccoli della corrente di collettore.

C'è da fare un'altra importante considerazione: abbiamo infatti appena visto che, in base all'effetto Early, sussiste una dipendenza della  $I_C$  dalla  $V_{CE}$ ; questo significa che sia le curve della  $I_C$  in funzione di  $V_{BE}$  (transcaratteristiche) sia anche le curve della  $I_B$  in funzione di  $V_{BE}$  (caratteristiche di ingresso) differiscono a seconda del valore assunto dalla  $V_{CE}$ . Tuttavia, proprio il fatto per cui la corrente di base è  $\beta_F$  volte più piccola della corrente di collettore implica che la dipendenza di  $I_B$  da  $V_{CE}$  sia estremamente ridotta: ciò significa che, *anche variando di parecchio la tensione  $V_{CE}$ , si ottiene, praticamente, sempre la stessa caratteristica di ingresso.*

Questo fatto rappresenta un grande vantaggio quando si pone il problema di ricercare il punto di lavoro di un BJT, in quanto, appunto, non bisogna preoccuparsi, nella determinazione di tale punto nel piano ( $V_{BE}, I_B$ ), di quale curva scegliere in base al valore della  $V_{CE}$ .

## Funzionamento del BJT in saturazione

Nei circuiti analogici si evita di solito il funzionamento in saturazione di un BJT. Si incontra invece molto di più la saturazione nei *circuiti digitali*, dove essa genera una ben precisa tensione di uscita che rappresenta un altrettanto preciso "stato logico".

La tensione collettore-emettitore  $V_{CE}$  in saturazione, essendo entrambe le giunzioni polarizzate direttamente, è molto piccola, compresa solitamente tra 0.05V e 0.3V. Tale tensione  $V_{CE,sat}$  si considera praticamente costante nelle applicazioni, dato che è la differenza di due cadute di tensione su giunzioni polarizzate direttamente:

$$V_{CE,sat} = V_{CB,sat} + V_{BE,sat} = -V_\gamma + V_{BE,sat}$$

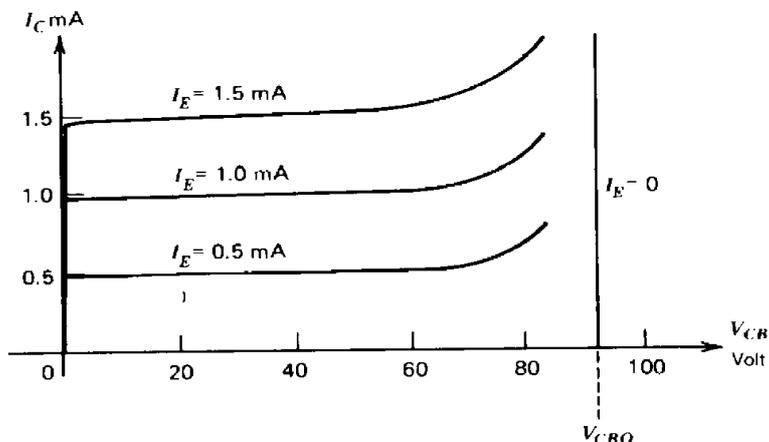
Se si considera la situazione della distribuzione di portatori nel BJT, si nota che la corrente di collettore, proporzionale alla pendenza della concentrazione di elettroni in base, è sempre entrante, in quanto l'iniezione in base dall'emettitore è maggiore di quella dal collettore, anche a causa dei differenti livelli di drogaggio delle due regioni.

Infine, in zona di saturazione la  $I_B$  aumenta e diventa maggiore di  $I_C/\beta_F$ .

## Tensioni di breakdown nel BJT

I fenomeni di *breakdown* delle omogiunzioni costituiscono un limite alle tensioni massime che si possono applicare alla giunzione base-emettitore ed alla giunzione base-collettore di un BJT.

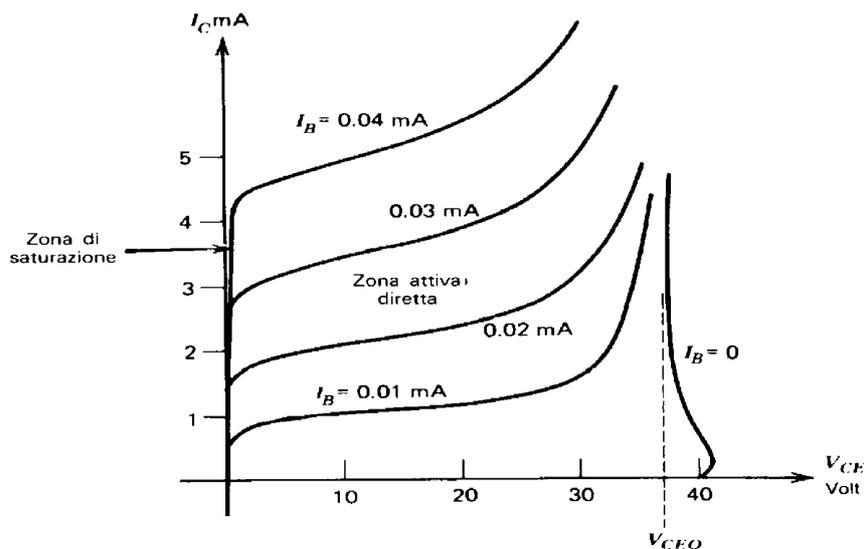
Cominciamo da un transistoro nella **configurazione a base comune**, le cui caratteristiche statiche di uscite sono del tipo indicato nella figura seguente:



Si osserva che, per  $I_E=0$ , nella giunzione base-collettore si ha il breakdown ad una tensione  $V_{BC0}$  che rappresenta appunto il breakdown base-collettore ad emettitore aperto. Per valori di  $I_E$  diversi da zero, gli effetti della moltiplicazione a valanga diventano più rilevanti e quindi il breakdown si può verificare per valori di  $V_{CB}$  inferiori rispetto a  $V_{BC0}$ .

Passiamo adesso agli effetti del breakdown sulle caratteristiche del BJT nella **configurazione ad emettitore comune**. Caratteristiche tipiche sono quelle mostrate già precedentemente e riportate nuovamente nella prossima figura per comodità.

Il breakdown si ha in questo caso quando la tensione collettore-emettitore  $V_{CE}$  raggiunge la tensione  $V_{CE0}$ , talvolta chiamata **tensione di mantenimento**. Come sappiamo, il funzionamento in prossimità di questa tensione risulta distruttivo per il dispositivo solo se la corrente diventa eccessiva, in quanto è solo in questo caso che nascono problemi legati alla dissipazione di potenza.



Gli effetti del breakdown sulle caratteristiche ad emettitore comune sono più complessi di quelli esaminati per la configurazione a base comune, per il seguente motivo: il meccanismo responsabile del breakdown è la moltiplicazione a valanga, il quale processo produce coppie lacuna-elettrone con le lacune che vengono

risucchiate entro la base, dove contribuiscono fattivamente alla corrente di base. In un certo senso, quindi, la corrente di valanga viene amplificata dal transistor.

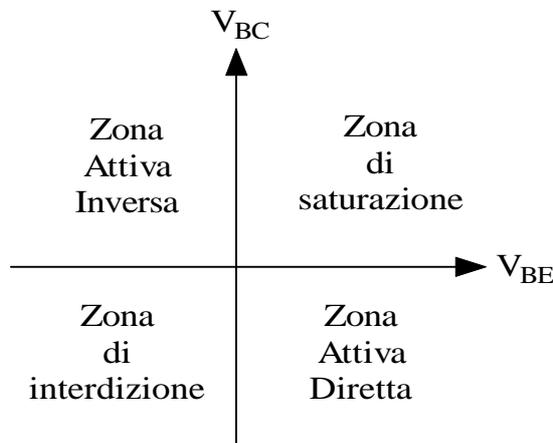
Si trova una relazione che lega le tensioni di breakdown nelle due configurazioni esaminate:

$$V_{CE0} = \frac{V_{CB0}}{\sqrt[n]{\beta_F}}$$

Questa relazione è importante in quanto mostra che  $V_{CE0} \ll V_{CB0}$ .

## Diagramma tensione - zona di funzionamento

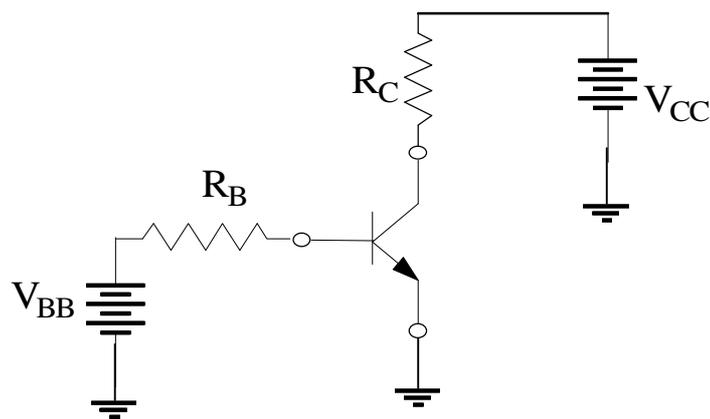
Per concludere questa rassegna sulle principali caratteristiche di un BJT, tracciamo un diagramma nel quale indichiamo le possibili zone di funzionamento di un BJT e i corrispondenti segni (positivo e negativo) delle tensioni  $V_{BE}$  e  $V_{BC}$ :



## Circuito invertitore a BJT

### Determinazione del punto di lavoro di un BJT

Così come abbiamo fatto per i FET, vediamo come si studia un generico circuito in cui sia presente un BJT. In particolare, il circuito cui facciamo riferimento è lo stesso visto per JFET e MOSFET, con ovviamente un BJT al loro posto:



Per prima cosa, ci interessa la determinazione del punto di lavoro di questo circuito. A tal proposito, mentre in presenza di transistori FET ci preoccupavamo solo di determinare i valori della coppia di variabili di uscita ( $I_D, V_{DS}$ ), dato che la corrente di gate era nulla e quindi la tensione di gate corrispondeva alla tensione di polarizzazione in ingresso, in presenza di un BJT subentra il “problema” che la corrente di base non è più nulla: come detto già in precedenza, questo implica la *necessità di trovare il punto operativo sia sulla caratteristica di ingresso sia su quella di uscita*.

Da un punto di vista analitico, dovendo determinare 4 diverse incognite, abbiamo bisogno di 4 equazioni in queste incognite. Tali equazioni si ottengono come segue:

- in primo luogo, si applica la LKT alla maglia di ingresso del circuito: nel nostro caso, otteniamo che

$$V_{BB} - V_{BE} - R_B I_B = 0$$

- in secondo luogo, si applica la LKT alla maglia di uscita del circuito: si trova che

$$V_{CC} - \underbrace{V_{BE} - V_{CE}}_{-V_{CE}} - R_C I_C = 0$$

- in terzo luogo, si prende l'equazione  $I_B(V_{BE}, V_{CE})$  che rappresenta la caratteristica di ingresso del dispositivo;
- infine, si prende l'equazione  $I_C(V_{CE}, I_B)$  che rappresenta la caratteristica di uscita del dispositivo.

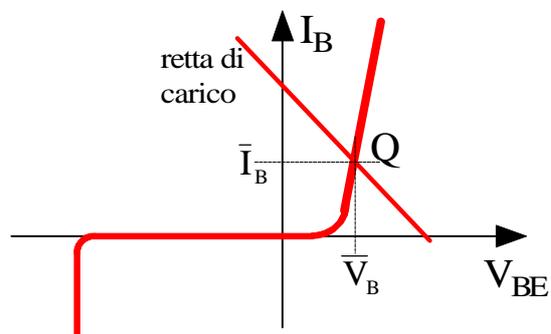
Quindi, il sistema da risolvere è il seguente:

$$\begin{cases} V_{BB} = V_{BE} + R_B I_B \\ V_{CC} = V_{CE} + R_C I_C \\ I_B(V_{BE}, V_{CE}) \\ I_C(V_{CE}, I_B) \end{cases}$$

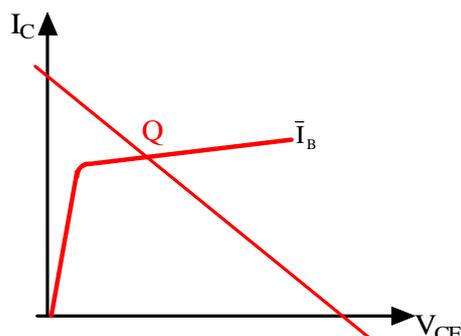
La risoluzione di questo sistema è possibile solo per via numerica e non per via analitica, data la presenza dei termini esponenziali nelle espressioni della  $I_B$  e della  $I_C$  nelle ultime due equazioni.

Tuttavia, si può aggirare questo ostacolo facendo la seguente considerazione: l'equazione  $I_B(V_{BE}, V_{CE})$ , nella quale compare un termine esponenziale, rappresenta l'insieme delle curve di  $I_B$  in funzione di  $V_{BE}$  tracciate per diversi valori della  $V_{CE}$ ; come detto già in precedenza, dato che le caratteristiche  $I_B$ - $V_{BE}$  mostrano comunque una dipendenza lieve da  $V_{CE}$ , è lecito prendere una qualsiasi di queste caratteristiche. Questo fatto, che costituisce comunque una approssimazione, consente di risolvere immediatamente il problema:

- in primo luogo, è immediato determinare i valori di  $I_B$  e  $V_{BE}$  nel punto di lavoro: basta intersecare la caratteristica prescelta con la retta di carico e leggere sul grafico i valori ottenuti;



- in secondo luogo, una volta determinato il valore della corrente in ingresso  $I_B$ , abbiamo in pratica anche selezionato la curva  $I_C - V_{CE}$  sulle caratteristiche di uscita del transistor; basta allora intersecare anche in questo caso con la retta di carico per ottenere i valori di  $I_C$  e  $V_{CE}$ :

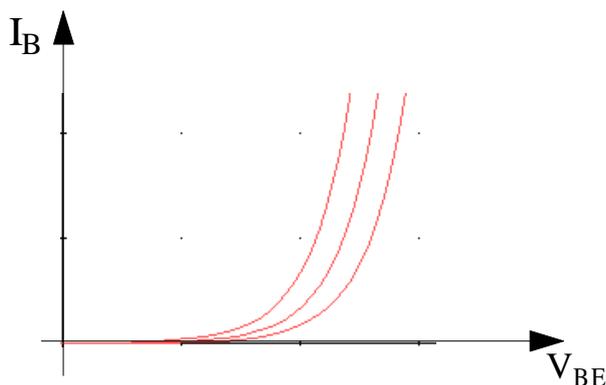


A questo punto, se il valore di  $V_{CE}$  trovato su quest'ultimo grafico non dovesse coincidere con quello scelto inizialmente per le caratteristiche di ingresso, è sufficiente reiterare il procedimento fino a raggiungere risultati congruenti.

## Metodo grafico

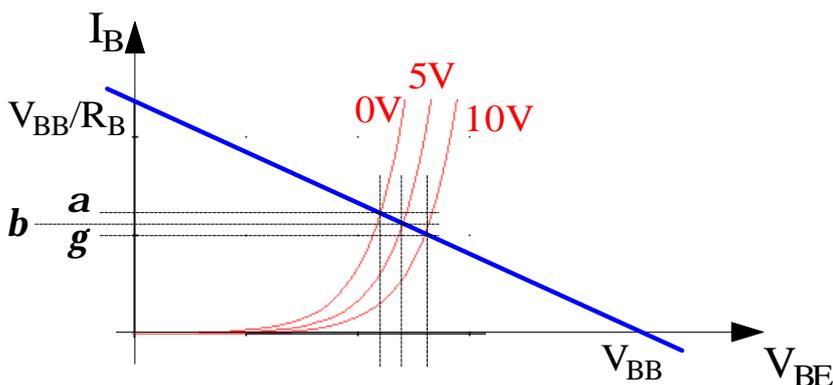
E' possibile trovare il punto operativo di un BJT anche attraverso un metodo grafico in qualche modo analogo a quello visto per i FET: la differenza principale è ancora una volta nel fatto che non dobbiamo preoccuparci solo delle caratteristiche di uscita, ma anche di quelle di ingresso. Vediamo perciò di che si tratta.

Partiamo dalle caratteristiche di ingresso, che sappiamo essere del tipo seguente:



Abbiamo riportato tre diverse curve in corrispondenza di tre diversi valori della tensione  $V_{CE}$ : per esempio, supponiamo che tali valori siano 0V, 5V e 10V.

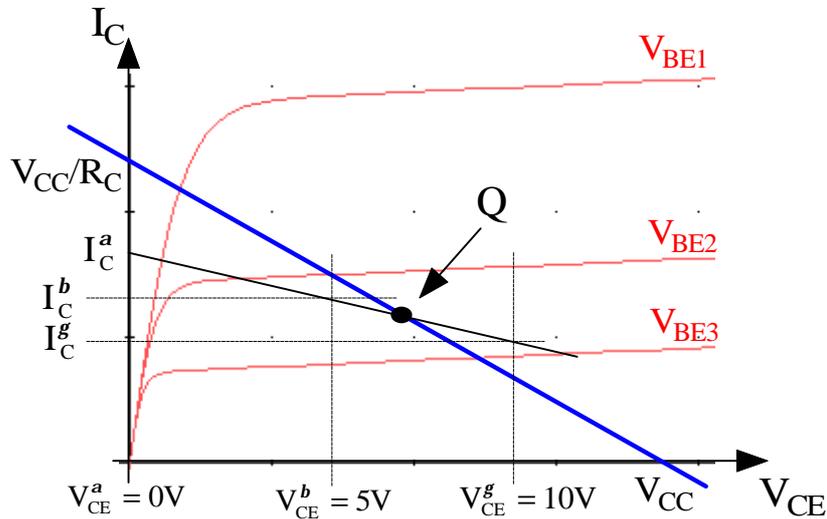
Con riferimento al circuito che stiamo esaminando, il punto di lavoro in ingresso sarà l'intersezione tra la retta di carico in ingresso e una di queste curve (a seconda del valore di  $V_{CE}$ ):



Otteniamo dunque tre possibili coppie tensione-corrente  $(V_{BE}, I_B)_{V_{CE}}$ , che poi in realtà sono delle terne in quanto ciascuna è relativa ad un diverso valore della tensione  $V_{CE}$ :

$$\begin{aligned} \alpha &\longrightarrow (V_{BE}^\alpha, I_B^\alpha, V_{CE}^\alpha) \\ \beta &\longrightarrow (V_{BE}^\beta, I_B^\beta, V_{CE}^\beta) \\ \gamma &\longrightarrow (V_{BE}^\gamma, I_B^\gamma, V_{CE}^\gamma) \end{aligned}$$

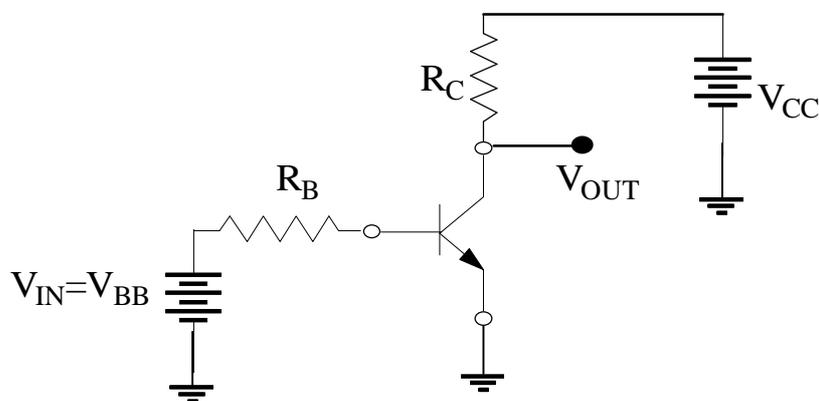
Adesso andiamo sulle caratteristiche di uscita, ossia sulle curve della corrente  $I_C$  in funzione della tensione  $V_{CE}$  ed al variare della tensione  $V_{BE}$  (o, ciò che è lo stesso, al variare della corrente  $I_B$ ). Una volta individuate le tre curve corrispondenti a  $V_{BE}^a$ ,  $V_{BE}^b$  e  $V_{BE}^g$ , prendiamo, su tali curve, i punti corrispondenti a  $V_{CE}^a = 0V$ ,  $V_{CE}^b = 5V$  e  $V_{CE}^g = 10V$  e cerchiamo di raccorciarli con una curva:



La curva così ottenuta sarà approssimativamente una retta, la quale, intersecata con la retta di carico relativa alla maglia di uscita, fornirà il punto operativo in uscita, ossia la terna  $(V_{CE}^Q, I_C^Q, V_{BE}^Q)$ ; ovviamente, poi, a partire da questa terna, basterà tornare sulle caratteristiche di ingresso per individuare  $I_B^Q$ .

## Caratteristica di trasferimento $V_{OUT}-V_{IN}$

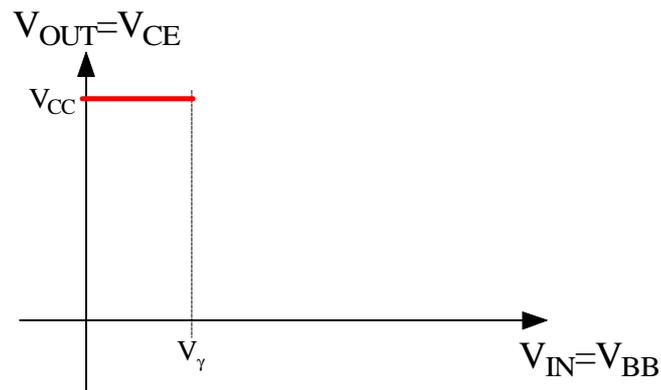
Una volta trovato il punto di lavoro del BJT inserito nel nostro circuito, ci chiediamo quale sia la **caratteristica di trasferimento in tensione** del circuito stesso:



Ci chiediamo cioè come varia la tensione di uscita  $V_{OUT} = V_{CE}$  in funzione della tensione di ingresso  $V_{IN} = V_{BB}$ .

Per rispondere a questa domanda, possiamo cominciare dal fatto che, finché la tensione  $V_{BE}$  non supera il valore  $V_\gamma$  necessario ad accendere la giunzione base-emettitore, il BJT è spento, il che significa che  $I_B=0=I_C$ ; se è nulla la corrente di base, non abbiamo caduta di tensione sul resistore  $R_B$ , per cui la tensione  $V_{BE}$  coincide con la tensione di ingresso  $V_{BB}$  e possiamo quindi affermare che il BJT è spento finché la  $V_{BB}$  non supera il valore di circa 0.5V. Inoltre, se il BJT è spento, essendo  $I_C=0$ , non si ha caduta di tensione neanche su  $R_C$ , il che significa che la tensione  $V_{CE}$  sul collettore coincide con la tensione  $V_{CC}$  di polarizzazione.

Possiamo dunque cominciare a tracciare la caratteristica di trasferimento nel modo seguente:



Nel momento in cui la  $V_{BB}$  supera il valore  $V_\gamma$ , la giunzione base-emettitore si accende e il BJT passa in conduzione: ciò significa che si produce una corrente di collettore non più nulla e crescente con la  $V_{BB}$ , la quale determina una caduta di tensione crescente sul resistore  $R_C$ , il che significa che la tensione di uscita  $V_{CE}$  va diminuendo.

Il modo con cui avviene questa diminuzione si può ricavare analiticamente: infatti, applicando la LKT alla maglia di uscita abbiamo che

$$V_{CE} = V_{CC} - R_C I_C$$

Se il BJT si trova in ZAD, la corrente di collettore e la corrente di base sono legate dalla relazione  $I_C = \beta_F I_B$ , per cui quella relazione diventa

$$V_{CE} = V_{CC} - R_C \beta_F I_B$$

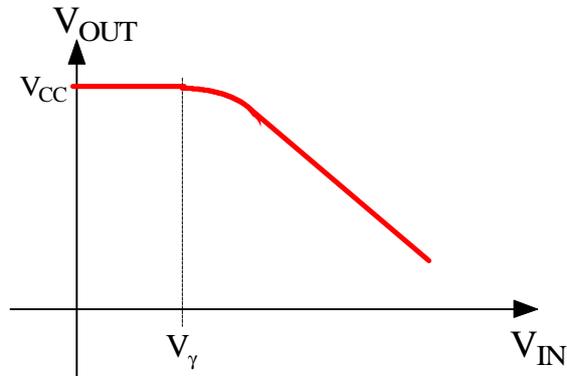
Ma l'espressione della corrente  $I_B$  si ricava dalla LKT applicata alla maglia di ingresso: si ha infatti che  $V_{BE} = V_{IN} - R_B I_B$ , da cui

$$I_B = \frac{V_{IN} - V_{BE}}{R_B}$$

Sostituendo allora nell'espressione della  $V_{CE}$ , abbiamo che

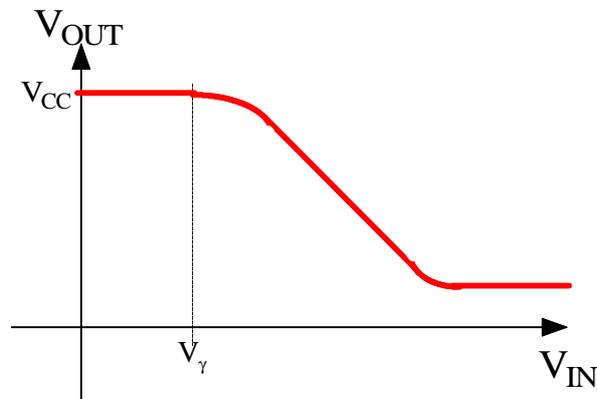
$$V_{CE} = V_{CC} - \frac{R_C \beta_F}{R_B} (V_{IN} - V_{BE})$$

Questa relazione, nell'approssimazione di ritenere la  $V_{BE}$  praticamente costante con la  $V_{CE}$  (cioè con la  $I_C$ ) mostra dunque una dipendenza lineare monotona decrescente della  $V_{CE}=V_{OUT}$  dalla  $V_{BB}=V_{IN}$ , per cui possiamo perfezionare la caratteristica di trasferimento nel modo seguente:



Man mano che aumentiamo la  $V_{BB}$ , e quindi la  $V_{BE}$ , la corrente  $I_C$  aumenta, aumenta la caduta di tensione  $R_C I_C$  e quindi la tensione di uscita  $V_{CE}$  scende; arriviamo così al momento in cui la  $V_{CE}$  scende al valore  $V_{CE,sat}$ , in corrispondenza del quale il BJT passa in zona di saturazione: abbiamo dunque entrambe le giunzioni polarizzate direttamente, per cui la corrente  $I_C$  si mantiene adesso praticamente costante; se si mantiene costante la  $I_C$ , è costante anche la caduta di tensione su  $R_C$  ed è quindi anche costante la tensione di uscita.

In conclusione, quindi, la caratteristica di trasferimento in tensione di questo circuito è la seguente:



Anche questa volta, abbiamo trovato per il circuito la tipica caratteristica di tipo **invertente**, il che significa che possiamo impiegare il circuito invertitore sia come amplificatore sia come porta logica, così come accadeva con i FET.

In particolare, nell'impiego come amplificatore, abbiamo già visto che è opportuno collocare il punto operativo nel tratto più pendente della caratteristica, definito analiticamente dalla relazione

$$V_{CE} = V_{CC} - \frac{R_C \beta_F}{R_B} (V_{IN} - V_{BE})$$

Questa relazione mostra evidentemente sia l'effetto invertente, tramite il segno negativo davanti alla  $V_{IN}$ , sia anche la possibilità di avere un guadagno, che è approssimativamente pari al termine  $\frac{R_C \beta_F}{R_B}$ .

Questa è una analisi, per quanto corretta, comunque approssimata: l'approssimazione dipende evidentemente dal fatto di ritenere la  $V_{BE}$  costante con la  $V_{CE}$ . In realtà, sappiamo che non è così, in quanto la  $V_{BE}$  dipende dalla  $I_C$  e quindi anche dalla  $V_{CE}$ , che è pari a  $V_{CC} - R_C I_C$ . Vediamo allora come cambiano le cose se teniamo conto di questa dipendenza.

La relazione che lega la tensione  $V_{BE}$  alla corrente  $I_C$  è quella relativa alla transcaratteristica del dispositivo, ossia

$$I_C = I_S e^{\frac{qV_{BE}}{kT}}$$

Da qui si ricava che

$$V_{BE} = \frac{kT}{q} \ln \frac{I_C}{I_S}$$

per cui, andando a sostituire nell'espressione della  $V_{CE}$ , abbiamo che

$$V_{CE} = V_{CC} - \frac{R_C \beta_F}{R_B} \left( V_{IN} - \frac{kT}{q} \ln \frac{I_C}{I_S} \right)$$

Sostituendo adesso  $I_C = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{R_C}$ , otteniamo

$$V_{CE} = V_{CC} - \frac{R_C \beta_F}{R_B} \left( V_{IN} - \frac{kT}{q} \ln \left( \frac{V_{CC} - V_{CE}}{R_C I_S} \right) \right)$$

Questa è una equazione che lega  $V_{CE}=V_{OUT}$  alla  $V_{BB}=V_{IN}$ , ma non è più una equazione lineare, il che significa, come preannunciato, che la dipendenza tra le due tensioni non è lineare. Ad ogni modo, però, proprio la presenza del logaritmo ci conferma che l'approssimazione di ritenere la  $V_{BE}$  costante con la  $I_C$  è abbastanza lecita.

## Modello del BJT per piccoli segnali

### Introduzione

Nel paragrafo precedente, in cui ci siamo occupati della determinazione della caratteristica di trasferimento in tensione del circuito invertitore, abbiamo ultimato l'analisi statica del circuito stesso (e quindi del BJT), ossia il suo comportamento in presenza di segnali continui. Adesso, così come abbiamo fatto per i FET, ci interessa l'analisi incrementale del BJT: in particolare, ci interessa trovare un circuito lineare che simuli il comportamento del BJT quando esso, una volta polarizzato, riceve in ingresso un segnale variabile di ampiezza "piccola" (dove l'aggettivo "piccola" sarà in seguito quantificato): a questo circuito diamo ancora una volta il nome di **circuito incrementale equivalente** al BJT.

Per trovare il circuito incrementale di un BJT non dobbiamo far altro che applicare lo stesso metodo adottato per i FET: naturalmente, ancora una volta è presente una differenza sostanziale legata al fatto che, mentre nei FET è lecito non preoccuparsi della porta di ingresso, essendo la corrente di ingresso (corrente di gate) comunque nulla, nei BJT non è possibile fare altrettanto.

### Modello incrementale del BJT

Cominciamo la nostra analisi dalla porta di uscita del BJT e quindi dal valore della corrente di collettore: abbiamo visto che la corrente di collettore  $I_C$  è funzione sia della tensione  $V_{CE}$  di uscita sia della tensione  $V_{BE}$  applicata in ingresso (cioè, in definitiva, applicata al terminale di controllo, cioè il terminale di base); possiamo perciò scrivere simbolicamente che  $I_C = f(V_{CE}, V_{BE})$ , dove la funzione  $f$  rappresenta, per esempio, la prima equazione di Ebers-Moll.

Supponiamo allora di aver polarizzato il BJT in un certo punto di lavoro  $Q$  e, successivamente, supponiamo di sovrapporre, al segnale di polarizzazione in ingresso, un segnale generico variabile nel tempo (una sinusoidale, un'onda quadra e così via): la presenza di questo segnale provoca delle variazioni sia della tensione di ingresso e sia della tensione di uscita; queste variazioni  $\Delta V_{BE}$  e  $\Delta V_{CE}$  determinano chiaramente una variazione  $\Delta I_C$  della corrente di collettore: tale variazione, se siamo in condizioni di piccolo segnale, è esprimibile, in modo approssimato, mediante uno sviluppo in serie di Taylor, arrestato ai primi due termini, della funzione  $I_C = f(V_{CE}, V_{BE})$ : otteniamo

$$\Delta I_C = \left. \frac{\partial I_C}{\partial V_{BE}} \right|_{V_{CE}=\text{cost}} \Delta V_{BE} + \left. \frac{\partial I_C}{\partial V_{CE}} \right|_{V_{BE}=\text{cost}} \Delta V_{CE}$$

Adesso, ponendo

$$\begin{aligned} i_c &= \Delta I_C \\ v_{be} &= \Delta V_{BE} \\ v_{ce} &= \Delta V_{CE} \end{aligned}$$

quella relazione diventa

$$i_c = \left. \frac{\partial I_C}{\partial V_{BE}} \right|_{V_{CE}=\text{cost}} v_{be} + \left. \frac{\partial I_C}{\partial V_{CE}} \right|_{V_{BE}=\text{cost}} v_{ce}$$

Ricordando inoltre come sono state definite la transconduttanza  $g_m$  e la conduttanza di uscita  $g_o$ , questa relazione può essere scritta nella forma finale

$$\boxed{i_c = g_m v_{be} + g_o v_{ce}}$$

Questa relazione costituisce il **modello incrementale** che ci consente di valutare la corrente di uscita del BJT in regime di piccolo segnale: è evidente la perfetta analogia con l'equazione trovata per i FET, in quanto basta sostituire la corrente di collettore con la corrente di drain, la tensione base-emettitore con la tensione di gate e la tensione collettore-emettitore con la tensione di drain.

Questa equazione fornisce dunque ancora una volta una dipendenza lineare della corrente dalle due tensioni: questa è ovviamente una approssimazione, derivata dal fatto che abbiamo arrestato lo sviluppo in serie di Taylor ai primi due termini, trascurando gli altri (cioè il termine quadratico, il termine cubico e così via). Tuttavia, *l'approssimazione fornita da quella equazione sarà tanto migliore quanto più piccoli sono i valori dei termini  $\mathbf{d}V_{CE}$  e  $\mathbf{d}V_{BE}$ , ossia quanto più piccole sono le variazioni di tensione alle due porte del BJT*, ossia quanto più piccola è l'ampiezza dei segnali in gioco. Più avanti approfondiremo questo aspetto.

A questo punto, se avessimo a che fare con un FET, potremmo andare a disegnare il circuito incrementale corrispondente a quella equazione. Al contrario, avendo a che fare con un BJT, dobbiamo preoccuparci anche della corrente di base, per la quale dobbiamo fare un discorso perfettamente analogo a quello appena fatto.

Anche la corrente di base  $I_B$  è funzione sia della tensione  $V_{CE}$  di uscita sia della tensione  $V_{BE}$  applicata in ingresso: abbiamo perciò una relazione simbolica del tipo  $I_B = g(V_{CE}, V_{BE})$ , dove la funzione  $g$  può essere ancora una volta quella fornita dal modello di Ebers-Moll.

In presenza di un segnale variabile sovrapposto in ingresso al segnale di polarizzazione, otteniamo delle variazioni  $\Delta V_{BE}$  e  $\Delta V_{CE}$  della tensione in ingresso e di quella in uscita e quindi una variazione  $\Delta I_B$  della corrente di base: usando sempre lo sviluppo in serie di Taylor, arrestato ai primi due termini, della funzione  $I_B = g(V_{CE}, V_{BE})$ , possiamo dunque scrivere

$$\Delta I_B = \left. \frac{\partial I_B}{\partial V_{BE}} \right|_{V_{CE}=\text{cost}} \Delta V_{BE} + \left. \frac{\partial I_B}{\partial V_{CE}} \right|_{V_{BE}=\text{cost}} \Delta V_{CE}$$

Ponendo inoltre

$$\begin{aligned} i_b &= \Delta I_B \\ v_{be} &= \Delta V_{BE} \\ v_{ce} &= \Delta V_{CE} \end{aligned}$$

quella relazione diventa

$$i_b = \left. \frac{\partial I_B}{\partial V_{BE}} \right|_{V_{CE}=\text{cost}} v_{be} + \left. \frac{\partial I_B}{\partial V_{CE}} \right|_{V_{BE}=\text{cost}} v_{ce}$$

Dobbiamo ora trovare una espressione più comoda per quelle due derivate: il discorso è immediato se si considera che, con il BJT polarizzato in ZAD, vale la relazione  $I_C = \beta_F I_B$ , per cui abbiamo che

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial I_B}{\partial V_{BE}} \right|_{V_{CE}=\text{cost}} &= \frac{1}{\beta_F} \left. \frac{\partial I_C}{\partial V_{BE}} \right|_{V_{CE}=\text{cost}} = \frac{1}{\beta_F} g_m \\ \left. \frac{\partial I_B}{\partial V_{CE}} \right|_{V_{BE}=\text{cost}} &= \frac{1}{\beta_F} \left. \frac{\partial I_C}{\partial V_{CE}} \right|_{V_{BE}=\text{cost}} = \frac{1}{\beta_F} g_o \end{aligned}$$

Sostituendo nella relazione di prima, possiamo dunque concludere che

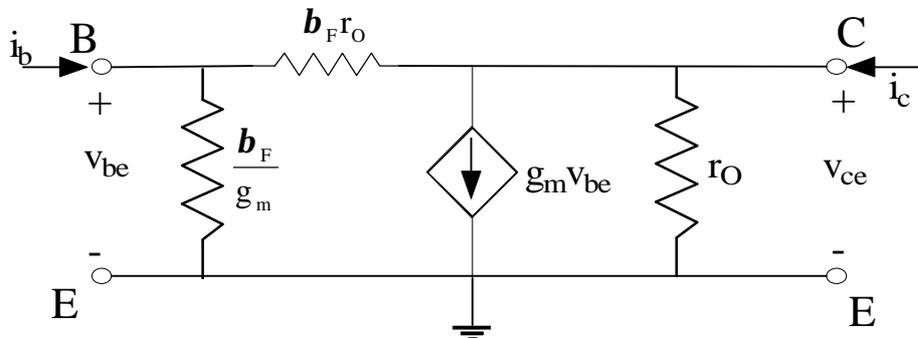
$$i_b = \frac{g_m}{\beta_F} v_{be} + \frac{g_o}{\beta_F} v_{ce}$$

Abbiamo chiaramente trovato una relazione del tutto analoga a quella trovata per la corrente di collettore, per cui è superfluo ogni commento.

## Modello circuitale incrementale: circuito a $\pi$ -ibrido

Sulla base delle due equazioni incrementali trovate nel paragrafo precedente, possiamo ora costruire il corrispondente **modello circuitale incrementale** del BJT: è abbastanza intuitivo accorgersi che si tratterà dello stesso modello ottenuto per i FET, con in più la parte riguardante la porta di ingresso.

Abbiamo infatti quanto segue:



Questo circuito, data la somiglianza della sua topologia con la lettera greca  $\pi$ , prende in letteratura il nome di **circuito a  $\pi$ -ibrido**.

Solitamente, per una questione di comodità, si pone

$$r_{\pi} = \frac{\beta_F}{g_m}$$

$$r_{\mu} = \beta_F r_O$$

e si suole inoltre indicare la tensione ai capi di  $r_{\pi}$  con il simbolo  $v_{\pi}$ .

Prima di passare a vedere come impiegare il circuito incrementale del BJT, è opportuno analizzare gli ordini di grandezza dei parametri che compaiono nel circuito stesso.

Per quanto riguarda la *transconduttanza*, abbiamo in precedenza trovato che essa vale  $g_m = \frac{I_C^Q}{V_T}$ , ossia è pari al rapporto tra la corrente del punto di polarizzazione e la tensione termica: solitamente, essa è dell'ordine di qualche decina di mA/V.

La *resistenza di uscita* è stata invece valutata come  $r_O = \frac{|V_A|}{|I_C^Q|}$ : considerato

l'elevato valore della tensione di Early, questa resistenza è solitamente dell'ordine di un centinaio di k $\Omega$ , ossia ha un valore molto grande. Questo comporta, riferendoci al circuito incrementale, che *il contributo maggiore alla corrente di collettore derivi senz'altro dal generatore di corrente pilotato dalla  $v_{be}$* .

Inoltre, applicando il circuito incrementale a situazioni concrete, vedremo che spesso la  $r_O$  si trova in parallelo ad una o più resistenze decisamente più piccole e quindi potrà essere trascurata rispetto ad esse.

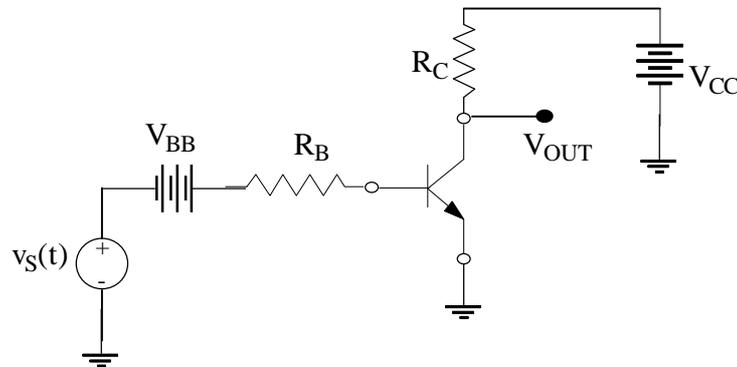
Per quanto riguarda, poi, il guadagno  $\beta_F$  (che possiamo anche indicare semplicemente con  $\beta$  visto che la polarizzazione del BJT non viene mai fatta in ZAI), sappiamo bene che esso è dell'ordine di 100 e anche più.

Infine, riguardo le resistenze  $r_{\pi} = \frac{\beta_F}{g_m}$  e  $r_{\mu} = \beta_F r_O$ , è chiaro che la prima ha un valore medio di qualche k $\Omega$ , mentre la seconda è estremamente grande, dell'ordine di decine o centinaia di M $\Omega$ . Anche questo elevatissimo valore di  $r_{\mu}$  è molto importante, in quanto ci dice che *c'è una corrente bassissima che viene drenata tra collettore e base. Questo consente spesso di approssimare la resistenza  $r_m$  direttamente con un circuito aperto* (ossia con una resistenza di valore  $\infty$ ), con conseguente semplificazione del circuito equivalente.

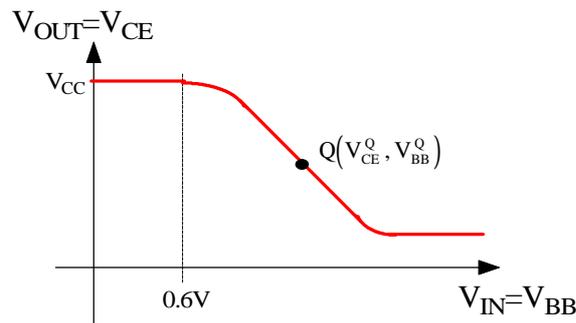
## Applicazione al circuito invertitore: guadagno di tensione

A questo punto, così come abbiamo fatto per i FET, vediamo come è possibile impiegare il circuito incrementale equivalente del BJT nel circuito invertitore: questo ci serve essenzialmente per individuare i parametri del BJT su cui dobbiamo operare al fine di ottimizzare le prestazioni del circuito invertitore impiegato come amplificatore di segnale.

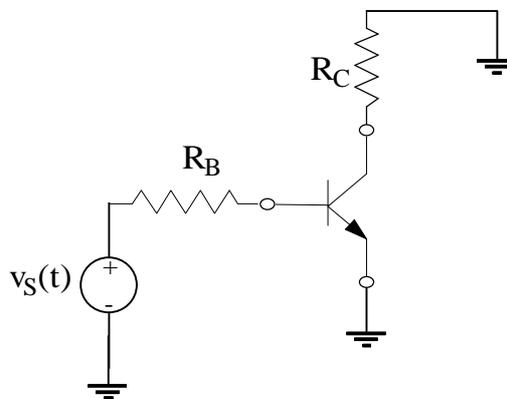
Riportiamo dunque ancora una volta il circuito invertitore a BJT, aggiungendo, alla porta di ingresso, un generatore di piccolo segnale che rappresenta appunto il segnale  $v_S(t)$  che intendiamo amplificare:



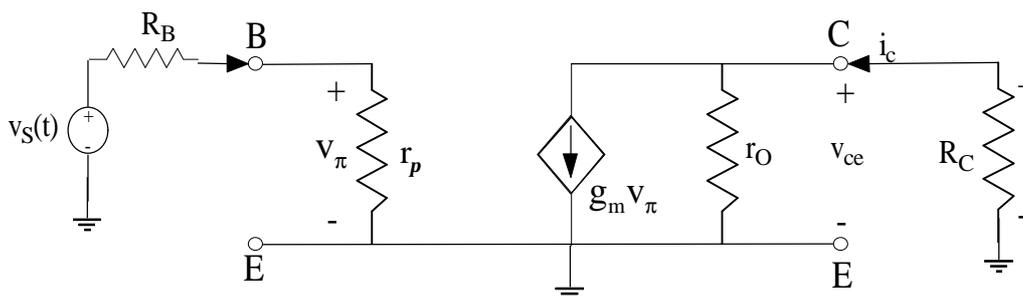
Sappiamo bene che i due generatori di tensione continua  $V_{BB}$  e  $V_{CC}$ , unitamente alle resistenze, servono esclusivamente a polarizzare il BJT nella zona di funzionamento desiderata; supponiamo allora di aver dimensionato questi generatori in modo tale da fissare il punto di polarizzazione desiderato (che sarà ovviamente in ZAD). Con riferimento alla caratteristica di trasferimento in tensione, il punto di lavoro prescelto sarà all'incirca quello indicato nella figura seguente:



Fissato, dunque, il punto di lavoro, possiamo eliminare i due generatori di tensione continua, per cui il circuito si riduce al seguente:



E' a questo punto che possiamo sostituire, al solo BJT, il circuito incrementale equivalente che abbiamo trovato prima:



Siamo interessati a calcolare il **guadagno di tensione**, che sappiamo essere definito come

$$A_v = \frac{v_{OUT}}{v_{IN}} = \frac{v_{ce}}{v_S}$$

E' sufficiente trovare l'espressione della tensione di uscita  $v_{ce}$ : si tratta della tensione ai capi del parallelo tra  $r_O$  ed  $R_C$ ; considerando che tale parallelo è alimentato dalla corrente  $g_m v_\pi$  (che va cambiata di segno per rispettare le polarità), abbiamo che

$$v_{OUT} = -g_m v_\pi \left( \frac{r_O R_C}{r_O + R_C} \right)$$

D'altro canto, la tensione  $v_\pi$  è quella che si ottiene applicando il partitore della tensione  $v_S$  su  $r_\pi$ :

$$v_\pi = \frac{r_\pi v_S}{r_\pi + R_B}$$

Sostituendo nell'espressione della tensione di uscita, abbiamo che

$$v_{OUT} = -g_m \left( \frac{r_p v_S}{r_p + R_B} \right) \left( \frac{r_O R_C}{r_O + R_C} \right)$$

Da qui otteniamo evidentemente che

$$A_v = \frac{v_{OUT}}{v_{IN}} = -g_m \left( \frac{r_p}{r_p + R_B} \right) \left( \frac{r_O R_C}{r_O + R_C} \right)$$

Considerando inoltre che  $r_\pi = \frac{\beta_F}{g_m}$ , possiamo concludere che il guadagno di tensione vale

$$A_v = - \frac{\beta}{r_\pi + R_B} \frac{r_O R_C}{r_O + R_C} = - \frac{\beta}{r_\pi + R_B} \frac{1}{\frac{1}{R_C} + \frac{1}{r_O}}$$

Questa relazione si presta a diverse considerazioni, la prima delle quali riguarda il valore della resistenza  $R_B$ : quella relazione mostra infatti che *il guadagno di tensione è tanto maggiore quanto minore è il valore di  $R_B$* .

Questo risultato si può spiegare, intuitivamente, nel modo seguente: intanto, è ovvio che il guadagno  $A_V$  è tanto maggiore, a parità di  $v_S$ , quanto maggiore è la tensione di uscita  $v_{CE}$ ; a sua volta, questa tensione è tanto maggiore quanto maggiore è la corrente che attraversa  $R_C$ , ossia la corrente di collettore; come detto in precedenza, questa corrente è dovuta essenzialmente al contributo del generatore pilotato, avente forma d'onda  $g_m v_{be}$ : è chiaro quindi che il guadagno sarà tanto maggiore quanto maggiore è la  $v_{be}$ ; ma questa tensione  $v_{be}$  si ottiene dalla ripartizione della tensione tra i resistori  $R_B$  e  $r_\pi$ : è chiaro perciò che, quanto minore è  $R_B$ , tanto maggiore sarà la tensione che si ripartirà su  $r_\pi$  e quindi tanto maggiore sarà  $A_V$ .

La seconda osservazione riguarda il valore massimo che possiamo ottenere per il guadagno  $A_V$ : ancora una volta, così come nei FET, questo valore massimo si ottiene evidentemente quando  $R_C = \infty$  e vale

$$A_{V,\max} = -\frac{\beta r_o}{r_\pi + R_B}$$

Possiamo anche esprimere  $A_{V,\max}$  in funzione della corrente di polarizzazione: ricordando, infatti, che in ZAD risulta  $r_\pi = \beta/g_m = \beta V_T/I_C^Q$   $r_o = |V_A|/I_C^Q$ , abbiamo che

$$A_{V,\max} = -\frac{\beta}{\frac{\beta V_T}{I_C^Q} + R_B} \left( \frac{|V_A|}{I_C^Q} \right)$$

A questo punto, possiamo fare una ulteriore importante osservazione tesa a confrontare un BJT ed un FET in termini di guadagno di tensione: quando abbiamo usato il modello incrementale di un FET per analizzare le prestazioni del circuito invertitore e abbiamo valutato il guadagno di tensione così come abbiamo fatto adesso per il BJT, abbiamo osservato che, essendo la corrente di gate nulla, la tensione di segnale  $v_S(t)$  coincide con la tensione di ingresso  $v_{gs}$  del transistor; di conseguenza, nel calcolo di  $A_V$ , abbiamo, di fatto, messo a rapporto  $v_{OUT}$  e  $v_{gs}$ . Allora, se vogliamo confrontare un BJT e un FET da questo punto di vista, dobbiamo necessariamente valutare il guadagno di tensione non più rispetto alla tensione di segnale  $v_S(t)$ , ma rispetto alla tensione di ingresso  $v_{be}$  del transistor.

Il discorso è semplicissimo: avendo trovato prima che

$$v_{OUT} = -g_m v_{be} \left( \frac{r_o R_C}{r_o + R_C} \right)$$

il guadagno vale evidentemente

$$A'_V = -g_m \frac{r_o R_C}{r_o + R_C}$$

Il valore massimo di questo guadagno si ottiene ancora una volta per  $R_C = \infty$ , cioè con la porta di uscita a vuoto, e vale

$$A'_{v,\max} = -g_m r_O$$

Proviamo ora a vedere quale espressione si ottiene di  $A'_{v,\max}$  sostituendo a  $g_m$  e  $r_O$  le rispettive espressioni relative alla polarizzazione in ZAD: poiché  $r_O = |V_A|/I_C^Q$  e  $g_m = I_C^Q/V_T$ , abbiamo evidentemente che

$$A'_{v,\max} = -\frac{|V_A|}{V_T}$$

In questa espressione subentra una importante differenza con i FET: difatti, mentre per quel tipo di transistori avevamo trovato che il guadagno massimo valeva

$A_{v,\max} = -\frac{2}{I} \sqrt{\frac{k}{I_{DS}^Q}}$ , ossia dipendeva dalle condizioni di polarizzazione, viceversa,

nell'espressione appena ricavata per i BJT, abbiamo trovato che *il guadagno massimo (riferito alla  $v_{be}$ ) non dipende dalle condizioni di polarizzazione*. Questo è senza dubbio un vantaggio del quale si fa spesso uso nelle applicazioni circuitali dei BJT.

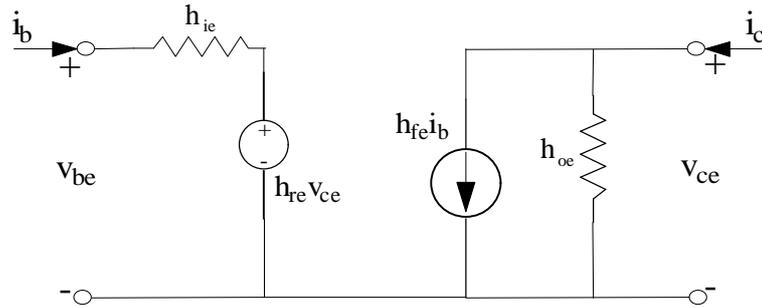
## Modello a parametri ibridi

*Il modello matematico e circuitale, di tipo incrementale, descritto negli ultimi paragrafi è senz'altro quello maggiormente utilizzato per i BJT.* Ne esiste tuttavia un altro che, in certe situazioni, può anche risultare conveniente.

Considerando il BJT come un biporta, esso può essere caratterizzato mediante una coppia corrente-tensione in ingresso ed una coppia corrente-tensione in uscita. Se consideriamo la configurazione ad emettitore comune, le coppie sono rispettivamente  $(I_B, V_{BE})$  e  $(I_C, V_{CE})$ . Dall'elettrotecnica, sappiamo che possiamo caratterizzare il comportamento elettrico del biporta esprimendo due di queste quattro grandezze in funzione delle altre due, mediante due opportune equazioni; questo è quello che fa appunto il **modello a parametri ibridi**, nel senso che esso consta di due equazioni in cui vengono espresse la corrente di uscita  $i_c$  e la tensione di ingresso  $v_{be}$  in funzione della tensione di uscita  $v_{ce}$  e della corrente di ingresso  $i_b$ :

$$\begin{cases} v_{be}(t) = h_{ie} i_b(t) + h_{re} v_{ce}(t) \\ i_c(t) = h_{fe} i_b(t) + h_{oe} v_{ce}(t) \end{cases}$$

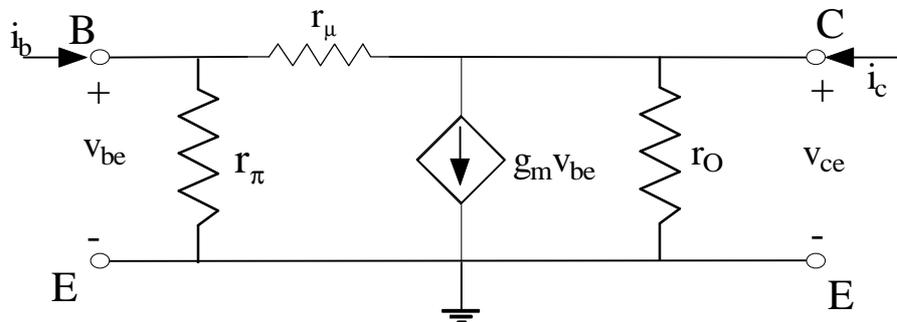
Attraverso queste due equazioni, è possibile tirar fuori il cosiddetto **modello circuitale del BJT a parametri ibridi**:



L'espressione "a parametri ibridi" deriva dal fatto che i parametri che compaiono nelle due equazioni che costituiscono il modello non hanno tutti le stesse dimensioni.

Il modello a parametri ibridi risulta particolarmente conveniente quando il segnale applicato al dispositivo ha una frequenza bassa e, in particolare, compresa nel campo delle frequenze audio (cioè fino ai 20000 Hz): la convenienza deriva dal fatto che i quattro parametri sono tutti dei numeri reali facilmente calcolabili. Al contrario, per segnali di frequenza maggiore, la convenienza viene meno in quanto i quattro parametri diventano dei numeri complessi: in questo caso, il circuito cui fare riferimento è quello ampiamente descritto prima.

Ad ogni modo, è interessante notare una importante corrispondenza tra i parametri del modello a parametri ibridi e quelli del modello a  $\pi$ -ibrido. Per individuare questa corrispondenza, riportiamo nuovamente il circuito a  $\pi$  ibrido determinato in precedenza:



Confrontando i due modelli circuitali (oppure, ciò che è lo stesso, i corrispondenti modelli matematici), osserviamo le seguenti corrispondenze:

- la resistenza  $h_{ie}$  corrisponde alla resistenza  $r_{\pi}$ ;
- la resistenza  $h_{oe}^{-1}$  corrisponde alla resistenza  $r_O$ ;
- il parametro  $h_{fe}$  corrisponde al parametro  $\beta_F$ .

Si osserva dunque che l'unico parametro del modello a parametri ibridi che non presenta alcuna corrispondenza con un parametro del modello a  $\pi$ -ibrido è il

coefficiente  $h_{re} = \left. \frac{v_{be}}{v_{ce}} \right|_{i_b=0}$  : esso rappresenta il guadagno di tensione con la porta di

ingresso a vuoto, ossia il rapporto tra la tensione di uscita del BJT e quella di ingresso, quando la corrente di ingresso è nulla. Andando allora nel circuito a  $\pi$ -ibrido e ponendo  $i_b=0$ , si osserva che

$$h_{re} = \left. \frac{v_{be}}{v_{ce}} \right|_{i_b=0} = \frac{r_\pi}{r_\pi + r_\mu} = \frac{\frac{\beta_F}{g_m}}{\frac{\beta_F}{g_m} + \beta_F r_O} = \frac{1}{1 + r_O g_m} \cong \frac{1}{r_O g_m}$$

Tornando allora a quanto visto nel circuito invertitore di tensione, concludiamo che

$$h_{re} \cong -\frac{1}{A'_{V,\max}}$$

**Autore: Sandro Petrizzelli**

e-mail: [sandry@iol.it](mailto:sandry@iol.it)

sito personale: <http://users.iol.it/sandry>