

Appunti di Elettronica

Capitolo 8 – parte II

Gli specchi di corrente

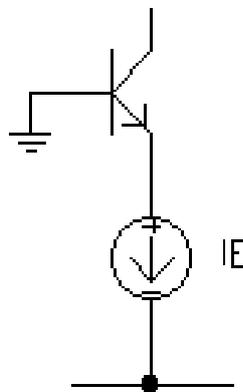
<i>Introduzione ai generatori di corrente</i>	2
<i>Circuito con alimentazione duale</i>	3
<i>Circuito con generatore di corrente reale</i>	6
<i>BJT impiegato come generatore di corrente</i>	7
Osservazione: la resistenza r_{μ}	12
<i>BJT polarizzato in corrente mediante un BJT</i>	13
<i>Specchio di corrente a MOSFET</i>	14
Guadagno di corrente di uno specchio.....	17
<i>Specchio di corrente a BJT</i>	17
Osservazione: dissipazione di potenza nei due BJT.....	20
Osservazione: specchio con BJT tecnologicamente diversi	20
<i>Effetto Early ed effetto della modulazione della lunghezza di canale</i>	20
<i>Stabilità termica dello specchio a BJT</i>	22
<i>Stabilità dello specchio a BJT con la V_{CC}</i>	24
<i>Resistenza di uscita dello specchio a BJT</i>	27
Esempio numerico sullo specchio di corrente a BJT	29
<i>Osservazione</i>	31
<i>Impiego dello specchio di corrente come elemento di polarizzazione</i>	34

Introduzione ai generatori di corrente

I circuiti di polarizzazione che abbiamo visto fino ad ora sono essenzialmente orientati alle tecnologie dei *circuiti a componenti discreti*. Attualmente, invece, le tecniche di progettazione si sono orientate sempre più verso le tecnologie dei **circuiti integrati**, che hanno recentemente fatto notevoli progressi. In particolare, una tecnica che sfrutta i vantaggi dei circuiti integrati è quella della **polarizzazione con sorgenti di corrente**, la quale, tra le altre cose, consente di sfruttare il vantaggio dell'uso di *dispositivi matched*, ossia dispositivi estremamente simili tra loro dal punto di vista tecnologico.

Lo scopo dei prossimi paragrafi è quello di trovare il modo migliore per iniettare una corrente costante attraverso il terminale di un qualunque dispositivo.

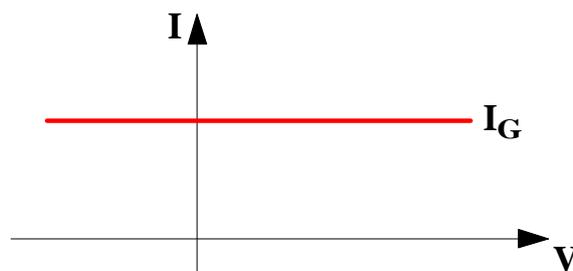
Possiamo allora cominciare con un esempio molto semplice, nel quale vogliamo polarizzare un BJT imponendogli una prefissata corrente di emettitore; si tratta di usare una configurazione circuitale del tipo seguente:



Semplice circuito di polarizzazione di un BJT: un generatore ideale di corrente inietta corrente nell'emettitore del transistor

Dobbiamo evidentemente impiegare un **generatore di corrente** che inietta nell'emettitore la corrente desiderata.

Del resto, la configurazione qui riportata presuppone l'impiego di un elemento ideale quale un generatore di corrente, elemento che, invece, nella realtà non esiste. Vogliamo allora capire come è possibile realizzare, nella pratica, un circuito elettronico che approssimi, quanto meglio possibile, un generatore ideale di corrente, ossia un elemento circuitale che, a prescindere dalla tensione applicata ai suoi capi, lascia passare solo una corrente prefissata, secondo la caratteristica I-V riportata nella figura seguente:



Caratteristica I-V di un generatore ideale di corrente

Ci occuperemo, principalmente, dei generatori di corrente che utilizzano *dispositivi attivi*, cioè fondamentalmente i *transistor*: questi circuiti sono ormai divenuti di uso comune nei circuiti analogici integrati sia come elementi di polarizzazione sia anche come dispositivi di carico negli *stadi degli amplificatori*.

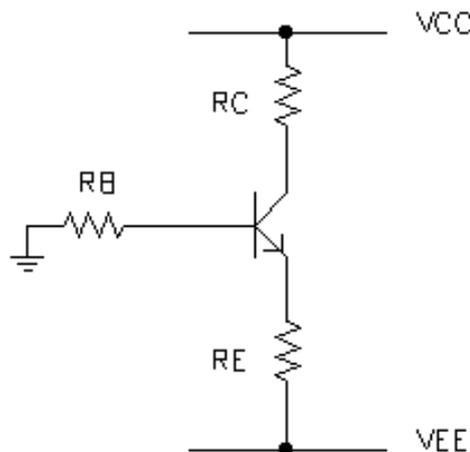
Come vedremo, l'uso di generatori di corrente come elementi di polarizzazione può condurre ad una elevata insensibilità delle prestazioni del circuito alle variazioni della sorgente di alimentazione, alle variazioni di temperatura e, in generale, alle variazioni dei parametri dei dispositivi.

E' opportuno sottolineare che i generatori di corrente sono spesso più economici dei resistori in termini di area della piastrina richiesta per fornire corrente di polarizzazione di un certo valore, in particolare quando il valore della suddetta corrente è tutto sommato piccolo.

Circuito con alimentazione duale

Nel paragrafo precedente abbiamo accennato all'uso dei **resistori** per la polarizzazione dei dispositivi: infatti, *un modo abbastanza elementare per realizzare una corrente fissa è quello di impiegare una sorgente di tensione in serie ad una resistenza*.

Ad esempio, volendo imporre una data corrente di emettitore in un BJT, si può usare la seguente configurazione circuitale:



Circuito di polarizzazione per un BJT ad alimentazione duale

Questo circuito è simile a quello di *autopolarizzazione* esaminato in precedenza, ma, rispetto a quest'ultimo, manca il partitore di tensione che fissa la tensione di base ed è inoltre presente una seconda alimentazione cui è collegata la resistenza R_E (da cui l'espressione **circuito ad alimentazione duale**).

Proprio la presenza di questa seconda alimentazione in serie alla R_E fa' sì che venga imposta una corrente di emettitore fissa per il BJT quando quest'ultimo funziona in ZAD: infatti, applicando semplicemente la LKT alla maglia di ingresso, nell'ipotesi abbastanza lecita di trascurare l'influenza della resistenza R_B ⁽¹⁾, possiamo ritenere che il terminale di base sia a massa, per cui la caduta di

¹ La corrente di base, in ZAD, è una frazione generalmente abbastanza piccola delle correnti di emettitore e di collettore.

tensione ai capi della resistenza R_E è $-V_{EE} - V_{BE}$ e quindi, tenendo conto che la corrente che fluisce in tale resistenza è proprio I_E , abbiamo che

$$I_E = \frac{-V_{EE} - V_{BE}}{R_E}$$

Da questa relazione si intuisce che, con la solita approssimazione di ritenere la V_{BE} costante in ZAD sul valore 0.7V, effettivamente la I_E risulta costante una volta fissata la tensione V_{EE} .

Osservazione

E' facile accorgersi che la resistenza R_B nel circuito con alimentazione duale si possa trascurare. Facciamo ad esempio l'ipotesi di aver dimensionato il circuito in modo da imporre una corrente di collettore di 1mA; se il BJT ha guadagno $\beta=100$ e funziona in ZAD, la corrente di base vale $I_B=I_C/\beta=10\mu A$; supponendo allora $R_B=500\Omega$, la caduta di tensione ai capi di tale resistenza vale $R_B I_B=0.5mV$, il che significa che la base è ad una tensione negativa (dato che la I_B è entrante) di 0.5mV. Considerando che le due alimentazioni sono generalmente dell'ordine di $V_{CC}=-V_{EE}=-5V$, è ovvio che 0.5mV sono tranquillamente approssimabili a 0V.

Ci chiediamo adesso quanto valga il *fattore di stabilità termica* S per un BJT polarizzato nel modo appena descritto: la definizione da applicare è

$$S = \frac{\beta_F + 1}{1 - \beta_F \frac{\partial I_B}{\partial I_C}}$$

per cui ci preoccupiamo innanzitutto del calcolo di $\frac{\partial I_B}{\partial I_C}$.

Ci serve una espressione della corrente di base in funzione della corrente di collettore. Nella maggior parte dei casi in cui viene utilizzata una configurazione circuitale come quella in esame, si pone $V_{EE}=-V_{CC}$: considerando allora che $I_E=I_B+I_C$ ed anche, in base a quanto visto prima, che $I_E = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_E}$, possiamo scrivere che

$$I_B = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_E} - I_C$$

Ritenendo allora la V_{BE} costante con la I_C , possiamo derivare proprio rispetto ad I_C : è evidente che otteniamo $\frac{\partial I_B}{\partial I_C} = -1$, per cui il fattore di stabilità risulta essere $S=1$, cioè il miglior valore possibile per S .

Tuttavia, quella appena conclusa è chiaramente una analisi approssimata, dove l'approssimazione deriva sia dall'aver ritenuto costante la V_{BE} sia dall'aver trascurato la resistenza R_B , ma la conclusione che possiamo senz'altro trarre è che la stabilità termica è ottima.

Il vantaggio, rispetto al normale circuito di autopolarizzazione, è nel fatto che non abbiamo più vincoli sulle resistenze R_1 ed R_2 . C'è, d'altra parte, lo svantaggio di

dover impiegare la doppia alimentazione e questo sarà uno svantaggio che in seguito riusciremo ad eliminare.

Vediamo, ad ogni modo, come cambiano le cose, a proposito del valore di S, se introduciamo la dipendenza della V_{BE} dalla I_C : considerando che tale dipendenza è

quantificata dalla relazione $V_{BE} = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{I_C}{I_S}\right)$, abbiamo che

$$I_B = \frac{V_{CC} - \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{I_C}{I_S}\right)}{R_E} - I_C$$

Derivando rispetto ad I_C e facendo qualche passaggio, otteniamo

$$\frac{\partial I_B}{\partial I_C} = -\frac{kT}{q} \frac{1}{R_E} \frac{\partial}{\partial I_C} \left(\ln\left(\frac{I_C}{I_S}\right) \right) - 1 = -\frac{kT}{q} \frac{1}{R_E} \frac{1}{I_C} \frac{1}{I_S} - 1 = -\frac{kT}{q} \frac{1}{R_E} \frac{1}{I_C} - 1$$

Ricordando infine che la transconduttanza di un BJT è definita come $g_m = \frac{I_C}{kT/q}$, possiamo concludere che

$$\frac{\partial I_B}{\partial I_C} = -\frac{1}{g_m R_E} - 1$$

Il fattore di stabilità assume dunque l'espressione

$$S = \frac{\beta_F + 1}{1 + \beta_F \left(\frac{1}{g_m R_E} + 1 \right)}$$

E' subito evidente che, quando il prodotto $g_m R_E$ è grande, cosa che accade con i normali valori assunti da R_E e da g_m , si ottiene un coefficiente di stabilità effettivamente prossimo ad 1, a conferma di quanto detto prima ipotizzando V_{BE} costante con I_C .

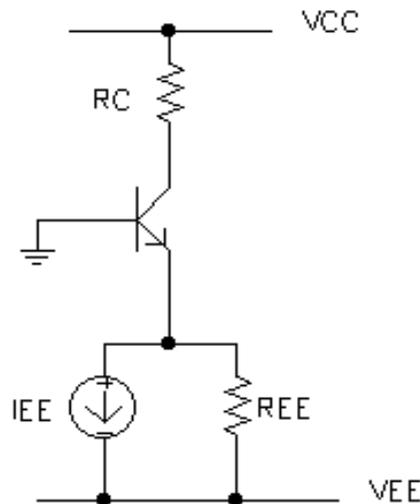
Simulazione al calcolatore - Per un BJT con guadagno $\beta_F=255$, usando una alimentazione $V_{CC}=-V_{EE}=5V$ e due resistenze di polarizzazione $R_C=R_E=1k\Omega$, sono stati ottenuti i seguenti valori di I_C al variare della temperatura tra $0^\circ C$ e $200^\circ C$ con passo di $50^\circ C$:

$0^\circ C$	$\rightarrow 4.2508$ mA
$50^\circ C$	$\rightarrow 4.3317$ mA
$100^\circ C$	$\rightarrow 4.4209$ mA
$150^\circ C$	$\rightarrow 4.5106$ mA
$200^\circ C$	$\rightarrow 4.6017$ mA

Si osserva dunque che, per ogni aumento di $50^\circ C$, si ha un aumento di corrente di collettore approssimativamente di 0.09 mA, il che corrisponde ad una variazione relativa di circa il 2%. Si ha dunque una buona stabilità termica del punto di lavoro.

Circuito con generatore di corrente reale

Il principio di funzionamento del circuito con alimentazione duale descritto nel paragrafo precedente è identico a quello del circuito seguente:

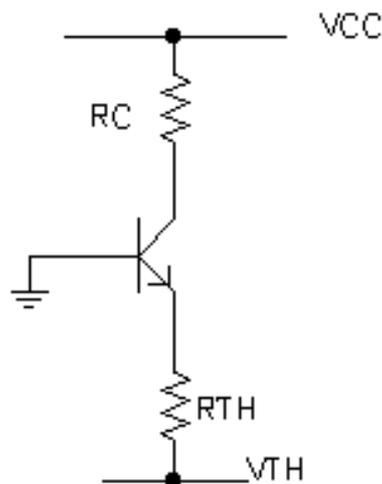


Polarizzazione di un BJT tramite un generatore di corrente reale

In questo caso, abbiamo usato direttamente il modello circuitale con cui si rappresenta un generatore di corrente, comunque esso sia fatto (nel circuito con alimentazione duale era costituito dal resistore R_E e dall'alimentazione V_{EE}).

Vogliamo allora far vedere che, *volendo ottenere le stesse prestazioni di questo generatore di corrente mediante il circuito con alimentazione duale, è necessario utilizzare una tensione di alimentazione enorme, di fatto irraggiungibile.*

Per mostrare questo, ci basta determinare l'equivalente di Thevenin visto dal morsetto di emettitore del BJT guardando verso il basso:



Circuito di polarizzazione di un BJT con equivalente di Thevenin alla porta di ingresso

Abbiamo così ottenuto proprio il circuito con alimentazione duale (a meno della R_B), dove

$$V_{TH} = -V_{EE} + I_{EE} R_{EE}$$

$$R_{TH} = R_{EE}$$

(V_{TH} prende il nome di *tensione di Thevenin del generatore di corrente* e corrisponde chiaramente alla tensione ai capi di R_{EE}).

Supponiamo che il generatore di corrente da realizzare debba avere le seguenti specifiche: $I_{EE}=1\text{mA}$ e $R_{EE}=100\text{k}\Omega$. Facendo i conti sull'equivalente di Thevenin, si trova che

$$V_{TH} = -V_{EE} + 100\text{V}$$

$$R_{TH} = 100\text{k}\Omega$$

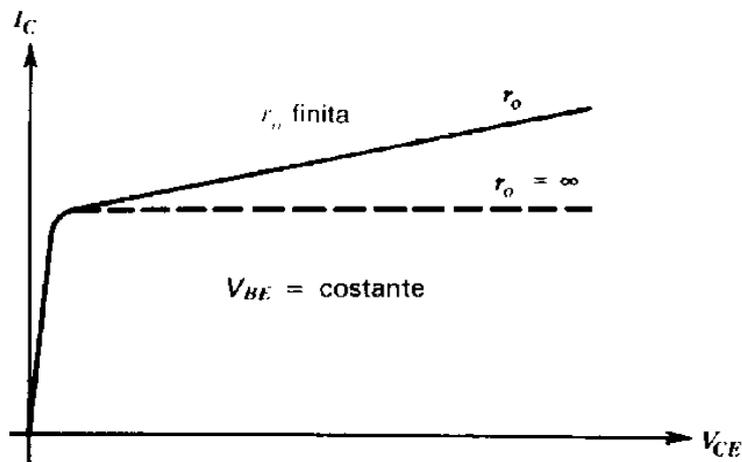
In base a questi risultati, per ottenere le prestazioni desiderate, dovremmo impiegare una alimentazione di quasi 100V, il che è chiaramente impensabile.

In definitiva, quindi, possiamo riassumere dicendo che *il circuito con alimentazione duale, pur garantendo un'ottima stabilità termica del BJT da polarizzare, presenta due inconvenienti: la necessità di impiegare una doppia alimentazione e, soprattutto, il fatto di richiedere una alimentazione enorme per fornire una corrente di emettitore sufficientemente costante al variare della tensione di emettitore.*

BJT impiegato come generatore di corrente

Vogliamo adesso far vedere come *una buona approssimazione di un generatore di corrente costante si possa ottenere mediante un circuito impiegante a sua volta un BJT.*

La prima osservazione che possiamo fare è la seguente: nell'ipotesi di trascurare l'effetto Early, sappiamo che le curve della corrente di collettore I_C in funzione della tensione V_{CE} ed al variare della corrente di base I_B (o anche di V_{BE}), in Zona Attiva Diretta, sono delle rette perfettamente orizzontali:



Caratteristiche statiche tensione-corrente alla porta di uscita di un BJT in configurazione ad emettitore comune

In termini circuitali, dire che la corrente è costante al variare della tensione significa dire che il BJT ha una resistenza di uscita r_o infinita, il che equivale a dire che, quando è polarizzato in ZAD, il BJT si comporta effettivamente con un generatore di corrente: a prescindere da eventuali variazioni della tensione V_{CE} applicata (purché ovviamente il BJT rimanga a lavorare in ZAD), la corrente di collettore fornita dal dispositivo è sempre la stessa. Potremmo allora dire sin da ora che è possibile effettivamente impiegare il BJT come generatore di corrente costante: è sufficiente mantenerlo polarizzato in zona attiva diretta.

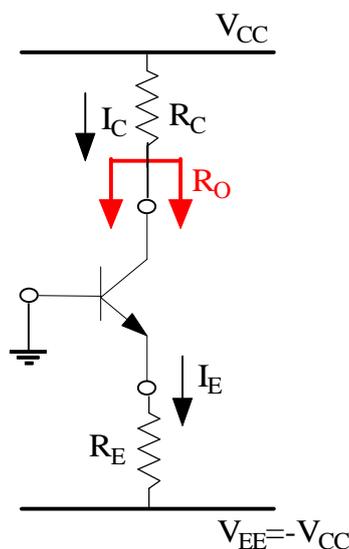
In realtà, il discorso è più complesso, in quanto sappiamo che c'è da tenere in conto l'**effetto Early** che invece prima abbiamo trascurato: si tratta della modulazione della corrente di collettore ad opera della tensione V_{CB} , la quale influisce sull'estensione della RCS di collettore e quindi sull'estensione della base neutra. Quando il BJT è polarizzato in ZAD, dato che $V_{BE} \cong 0.6V$, dato che $V_{CB} > 0$ e dato che $V_{CE} = V_{CB} + V_{BE} > 0$, è chiaro che *l'effetto Early è descrivibile anche in termini di modulazione della I_C ad opera della V_{CE} : aumentando la V_{CE} , la I_C diminuisce.*

L'effetto Early è deleterio, ai fini dell'impiego del BJT come generatore di corrente costante, in quanto esso comporta, come si nota nell'ultima figura riportata, una pendenza non nulla delle caratteristiche di uscita in Zona Attiva Diretta, ossia una resistenza di uscita r_o non infinita: *fissato un punto di lavoro, quanto maggiore è la resistenza di uscita calcolata nell'intorno di tale punto di lavoro, tanto minore è l'effetto Early, ossia tanto minore è la pendenza della curva della corrente.*

Di conseguenza, è chiaro che *è possibile approssimare tanto meglio un generatore ideale di corrente costante, mediante un BJT, quanto più è alta la resistenza di uscita del BJT stesso.*

Ovviamente, la resistenza di uscita è una costante del BJT, una volta fissato il punto di lavoro, per cui dobbiamo pensare a quali elementi è opportuno collegare al BJT, e in che modo va fatto il collegamento, al fine di elevare la resistenza di uscita complessiva.

A tale scopo, riprendiamo la configurazione circuitale analizzata nel paragrafo precedente:

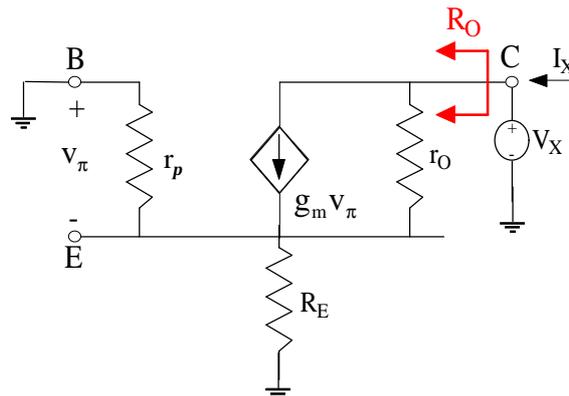


Circuito di polarizzazione per un BJT ad alimentazione duale

Abbiamo detto che questa configurazione, sia pure con l'uso di due alimentazioni diverse, consente di avere una corrente di collettore nel BJT molto stabile nei confronti della temperatura. Questo è già un primo passo.

Come secondo passo, valutiamo la resistenza R_O che è vista dal morsetto di collettore "guardando" verso il basso.

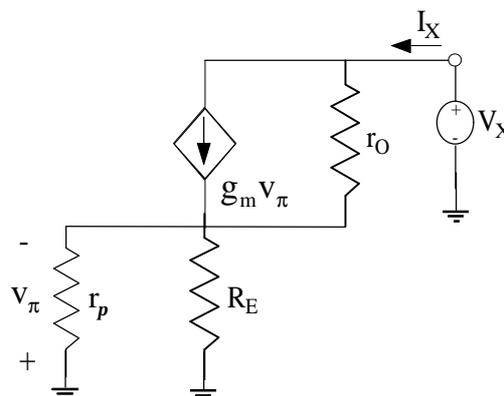
Per valutare questa resistenza, che indichiamo con R_O , il discorso da fare è il seguente: in primo luogo, le due alimentazioni servono solo a fissare il punto operativo del BJT, per cui, una volta fissato tale punto, possiamo eliminarle e possiamo inoltre sostituire al BJT il suo circuito incrementale equivalente (avendo cura di inserire, tra l'emettitore e la massa, la resistenza R_E).



Circuito equivalente per piccoli segnali del circuito di polarizzazione ad alimentazione duale

Il terminale di base è stato posto a massa perché la definizione di R_O prevede che, per il calcolo, vadano passivati tutti gli eventuali ingressi indipendenti presenti nel circuito. Sempre la definizione prevede che R_O sia calcolata come rapporto tra la tensione di test v_X e la corrente di test i_X : siamo dunque interessati al rapporto v_X/i_X .

Prima ancora di cominciare i calcoli, può convenire ridisegnare il circuito evidenziando il fatto che le resistenze R_E ed r_p sono tra loro in parallelo e sottoposte alla tensione $-v_\pi$:



Circuito equivalente per piccoli segnali del circuito di polarizzazione ad alimentazione duale, ridisegnato evidenziando il parallelo tra r_p ed R_E

Applicando la LKT, osserviamo intanto che

$$V_X = V_{r_o} - v_\pi = r_o I_{r_o} - v_\pi$$

La corrente che fluisce in r_o è $I_X - g_m v_\pi$:

$$V_X = r_o (I_X - g_m v_\pi) - v_\pi = r_o I_X - (g_m r_o + 1) v_\pi$$

Resta da determinare la tensione v_π , che non è altro che la tensione, cambiata di segno, ai capi del parallelo tra r_π ed R_E : essendo tale parallelo alimentato dalla corrente I_X , abbiamo che

$$V_X = r_o I_X + (g_m r_o + 1)(r_\pi // R_E) I_X = [r_o + (g_m r_o + 1)(r_\pi // R_E)] I_X = [r_o (1 + g_m (r_\pi // R_E)) + (r_\pi // R_E)] I_X$$

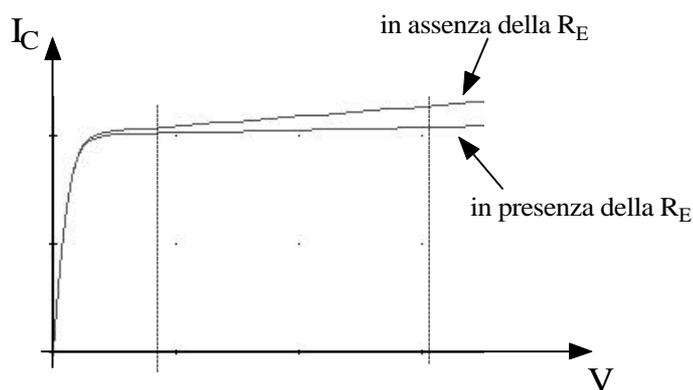
Possiamo quindi concludere che la resistenza di uscita ricercata vale

$$R_O = \frac{V_X}{I_X} = r_o (1 + g_m (r_\pi // R_E)) + (r_\pi // R_E)$$

Questa formula mostra che, *in assenza della resistenza R_E (cioè per $R_E=0$), la resistenza di uscita R_O del complesso BJT- R_E - V_{EE} , vista dal collettore, coincide (ovviamente) con la resistenza di uscita r_o del BJT; al contrario, in presenza della R_E , questa resistenza di uscita R_O risulta notevolmente aumentata rispetto alla r_o del BJT.*

Ad esempio, supponiamo che il BJT abbia $r_o=100\text{k}\Omega$, $g_m=40\text{mA/V}$, $\beta=100$ e che sia $R_E=10\text{k}\Omega$: con questi valori, si ottiene $r_\pi=\beta/g_m=2.5\text{k}\Omega$ e quindi $R_O=8\text{M}\Omega$, che è un valore più grande di $r_o=100\text{k}\Omega$ di quasi due ordini di grandezza.

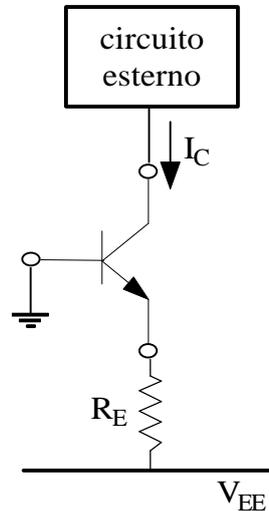
Questo di avere una R_O molto più grande è un risultato molto importante se facciamo riferimento alle caratteristiche tensione-corrente del collegamento tra il BJT , la resistenza R_E e l'alimentazione V_{EE} :



Caratteristiche statiche tensione-corrente alla porta di uscita di un BJT in configurazione ad emettitore comune, in presenza ed in assenza della R_E sulla porta di emettitore

In assenza della R_E , queste caratteristiche sono identiche a quelle del BJT, per cui esse presentano una certa pendenza, data da $g_o=1/r_o$, nella zona attiva diretta,

legata all'effetto Early del transistor ; viceversa, in presenza della R_E , in base a quanto appena visto, questa pendenza è notevolmente ridotta. Questo significa che *entro un certo intervallo di tensione, abbiamo un dispositivo (costituito dall'insieme di BJT, R_E ed alimentazione V_{EE}) che mantiene una corrente pressoché costante (su un valore prefissato) a prescindere dalla tensione applicata ai suoi capi:*



Schematizzazione dell'uso di un BJT come generatore di corrente

Un siffatto circuito non è altro che un'ottima approssimazione di un generatore di corrente ideale. In particolare, il BJT lavora come generatore di corrente quasi ideale solo in un intervallo ristretto di tensione: infatti, la tensione deve essere tale sia da portare il BJT nella zona attiva diretta (per cui deve superare la tensione di saturazione $V_{CE,sat}$) sia anche da rispettare i vincoli imposti dalla struttura del BJT (rottura della giunzione base-collettore, massima potenza dissipabile al collettore e così via). Tale intervallo prende il nome di **compliance** del generatore: quanto più la compliance è ampia, tanto più versatile sarà il generatore di corrente.

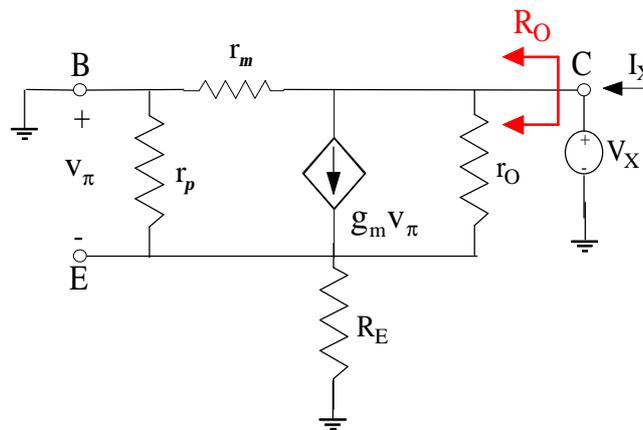
Simulazione al calcolatore - Per un BJT con guadagno $\beta_F=250$, usando una alimentazione $V_{EE}=-5V$ e delle resistenze di polarizzazione $R_C=R_E=1k\Omega$, sono stati ottenuti i seguenti risultati per quanto riguarda le variazioni di I_C al variare della tensione V_{CE} :

- in primo luogo, il BJT entra in ZAD a partire da una tensione $V_{CE}=216mV$, corrispondente a $V_{CC}=2.16V$;
- in secondo luogo, la I_C si mantiene costante, sul valore di circa $4.29mA$, fino a tensioni V_{CE} superiori a $16V$, corrispondenti a tensioni V_{CC} superiori a $20V$; entro questo intervallo di tensione, la I_C subisce variazioni estremamente basse, dell'ordine di $0.001mA$, il che corrisponde ad una resistenza di uscita effettivamente molto bassa.

Osservazione: la resistenza r_μ

Ritorniamo per un attimo al circuito equivalente usato per calcolare la resistenza di uscita: esso è stato ottenuto sostituendo il BJT con il suo *circuito equivalente a p-ibrido*, il quale è notoriamente frutto di una serie di semplificazioni, tra le quali quella di ritenere la resistenza r_μ , posta tra il collettore e la base, sufficientemente alta (rispetto alle altre resistenze presenti) da poter essere sostituita con un circuito aperto.

In effetti, in questo caso, la r_μ non è poi così grande rispetto alle altre resistenze che vengono fuori dal calcolo di R_o , per cui può anche essere considerata:



Si osserva facilmente che la presenza della r_μ non complica eccessivamente l'analisi del circuito, in quanto, trovandosi tra il collettore e la massa, va semplicemente in parallelo alla resistenza di uscita R_o trovata prima: di conseguenza, possiamo affermare che una espressione più rigorosa della resistenza di uscita è

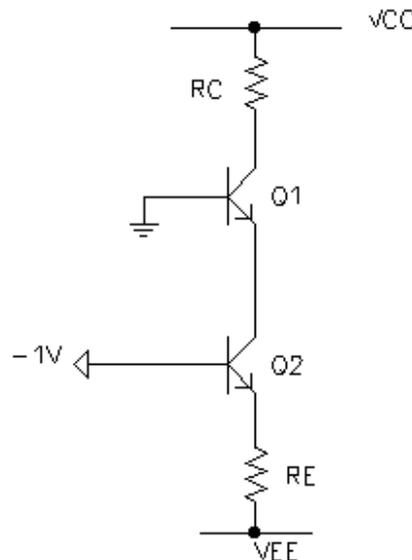
$$R'_o = r_\mu // R_o = r_\mu // [r_o (1 + g_m (r_\pi // R_E)) + (r_\pi // R_E)]$$

Viene adesso da chiedersi sulla base di quali parametri si possa giudicare la bontà di un generatore di corrente come quello appena realizzato. In base a quanto appena visto, i parametri sono essenzialmente due:

- in primo luogo la compliance, ossia l' intervallo di tensioni entro il quale la corrente fornita è praticamente costante;
- in secondo luogo, relativamente a tale intervallo, la resistenza di uscita R_o , che quantifica appunto la pendenza della curva che rappresenta l'andamento della corrente in funzione della tensione.

BJT polarizzato in corrente mediante un BJT

Una volta accertata la possibilità e l'opportunità di approssimare bene un generatore di corrente mediante un circuito impiegante un BJT, è chiaro che una buona configurazione circuitale può essere la seguente:



Semplice configurazione circuitale che utilizza un BJT (Q2) per la polarizzazione di un altro BJT (Q1), tramite l'iniezione di una prefissata corrente di emettitore

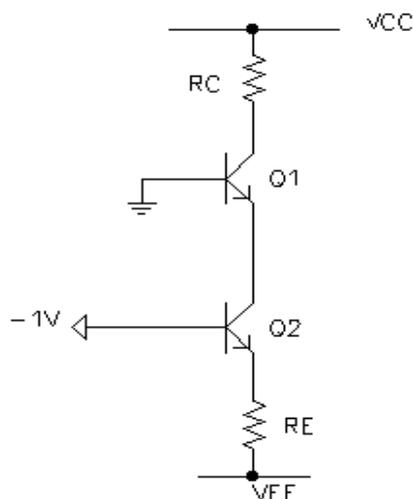
Il transistor Q_1 è quello che usiamo per l'elaborazione del segnale (ad esempio come amplificatore), per cui è quello che dobbiamo polarizzare iniettando corrente nell'emettitore; il transistor Q_2 , insieme alla resistenza R_E ed alla seconda alimentazione V_{EE} , serve invece ad iniettare questa corrente costante, ossia si comporta da generatore di corrente.

Facciamo subito osservare che, mentre il terminale di base del transistor Q_1 è connesso a massa (staticamente), il terminale di base del transistor Q_2 è portato (in un modo che per il momento non ci interessa) ad una tensione costante (indicata nel circuito con un "rombo" ed un valore, puramente indicativo, di -1V).

E' chiaro che *la stabilità termica del punto di lavoro di Q_1 e Q_2 è ottima*: infatti, abbiamo da un lato una corrente di emettitore costante iniettata in Q_2 attraverso la R_E , per cui $S_2 \cong 1$ e, allo stesso tempo, abbiamo anche una corrente di emettitore costante, entro un certo intervallo di tensione V_{CE2} , iniettata in Q_1 , per cui anche qui è $S_1 \cong 1$.

Specchio di corrente a MOSFET

Riprendiamo il circuito esaminato nel paragrafo precedente per la polarizzazione di un BJT:

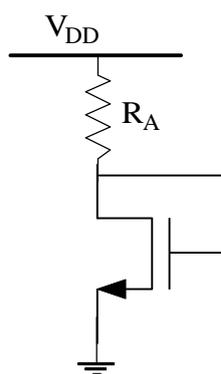


Semplice configurazione circuitale che utilizza un BJT (Q2) per la polarizzazione di un altro BJT (Q1), tramite l'iniezione di una prefissata corrente di emettitore

Nonostante la stabilità termica di questo circuito sia estremamente buona, esso presenta sempre l'inconveniente della doppia alimentazione. Di conseguenza, sarebbe opportuna la ricerca di un modo per conservare la stessa stabilità, ma, allo stesso tempo, eliminare la necessità della doppia alimentazione. Così facendo, arriveremo al concetto di **specchio di corrente**.

Conviene allora ragionare, allo scopo di introdurre questo concetto, mediante transistori ad effetto di campo (FET), passando solo successivamente ai transistori bipolari.

Consideriamo perciò il seguente schema circuitale impiegante un MOSFET:



Abbiamo un MOSFET a canale n avente il gate ed il drain alla stessa tensione (sono cortocircuitati), per cui $V_{DG}=0$. Questa particolarità comporta una conseguenza fondamentale: se la tensione V_{DD} è tale che la tensione V_{GS} ($=V_G=V_D$) superi il valore di soglia V_T , il transistor è acceso e funziona sicuramente in zona di saturazione, visto che la condizione di saturazione $V_D > V_G - V_T$ è sicuramente verificata.

E' del resto immediato accorgersi che V_{GS} raggiunge il valore V_T quando V_{DD} raggiunge il valore V_T : quindi, se $V_{DD} > V_T$, il transistor è sicuramente acceso e in saturazione ed è dunque attraversato da una corrente di drain che possiamo valutare applicando semplicemente la LKT:

$$V_{DD} = R_A I_D + V_{GS} = R_A I_D + V_G \longrightarrow I_D = \frac{V_{DD} - V_G}{R_A}$$

E' chiaro che, una volta fissata V_{DD} e una volta stabilito quale valore vogliamo per la I_D , ci è sufficiente dimensionare il valore di R_A : infatti, ricordando che la corrente di drain di un n-MOSFET in saturazione, nell'ipotesi di trascurare l'effetto della modulazione della lunghezza di canale, ha espressione $I_D = k(V_{GS} - V_{Th})^2$, possiamo scrivere che $V_G = V_{GS} = \sqrt{\frac{I_D}{k}} + V_{Th}$ e quindi otteniamo

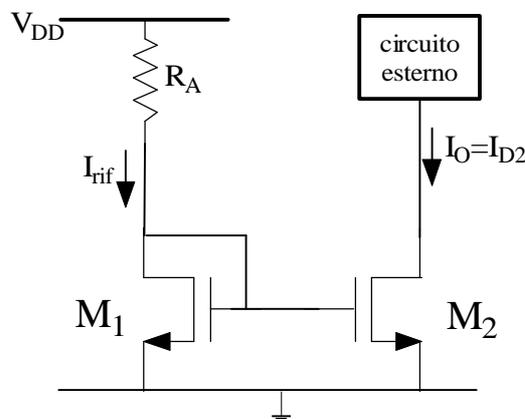
$$I_D = \frac{V_{DD} - \left(\sqrt{\frac{I_D}{k}} + V_{Th} \right)}{R_A} \xrightarrow{\text{esplicitando } R_A} R_A = \frac{V_{DD} - \left(\sqrt{\frac{I_D}{k}} + V_{Th} \right)}{I_D}$$

Ad esempio, con una alimentazione $V_{CC}=10V$, per ottenere una $I_D=1(mA)$ con un MOSFET avente guadagno $k=0.4(mA/V^2)$ e tensione di soglia $V_{Th}=1V$, avremo bisogno di una resistenza di valore

$$R_A = \frac{10 - \left(\sqrt{\frac{1(mA)}{0.4(mA/V^2)}} + 1 \right)}{1(mA)} = 7.42(k\Omega)$$

Per motivi che saranno chiari tra un attimo, indichiamo la I_D con il simbolo I_{rif} , definendola **corrente di riferimento**.

Fatte queste premesse, aggiungiamo, alla configurazione circuitale appena esaminata, un secondo MOSFET (sempre a canale n) disposto come nella figura seguente:



Specchio di corrente a MOSFET

Questo circuito prende il nome di **specchio di corrente** per motivi che saranno chiari tra un attimo. Descriviamo intanto cosa accade in questo circuito.

Facciamo l'ipotesi che i due MOSFET siano tecnologicamente identici, il che significa, soprattutto, che hanno lo stesso guadagno k e la stessa tensione di soglia V_T e quindi, a parità di condizioni di polarizzazione, anche gli stessi valori dei parametri incrementali.

Si osserva nel circuito che i due MOSFET hanno la stessa tensione V_{GS} : questo comporta che i due transistor avranno anche la stessa corrente di drain, a patto, ovviamente, di funzionare nella stessa regione di funzionamento. In particolare, abbiamo visto prima che M1 funziona sempre in saturazione, per cui se facciamo in modo che anche M2 funzioni in saturazione, risulterà

$$I_{D1} = k(V_{GS1} - V_{Th})^2$$

$$I_{D2} = k(V_{GS2} - V_{Th})^2$$

dal che si deduce che $I_{D1} = I_{D2}$ se $V_{GS1} = V_{GS2}$.

Poniamo allora $I_O = I_{D2}$: questo perché la corrente di drain in M2 è la corrente di uscita del circuito che stiamo esaminando, ossia la corrente che iniettiamo in quello che nella figura è stato indicato genericamente come "circuito esterno" e che può rappresentare, per esempio, un BJT che intendiamo polarizzare in corrente.

Siamo adesso interessati a trovare una relazione che leghi la corrente I_{rif} (che sappiamo di poter imporre, una volta fissata la V_{DD} , semplicemente dimensionamento R_A in modo opportuno) e la corrente di uscita I_O : se individuiamo questa relazione, saremo in grado di generare una prefissata corrente I_O semplicemente regolando il valore di I_{rif} , ossia regolando R_A ; potremo inoltre fare questo, ossia potremo realizzare un generatore di corrente costante, facendo uso di una sola alimentazione, ossia risolvendo il problema della doppia alimentazione incontrato nei circuiti precedentemente descritti.

Vediamo allora come sono legate I_O e I_{rif} : il discorso è immediato, in quanto avendo a che fare con MOSFET, sappiamo che le rispettive correnti di gate sono nulle, il che significa che

$$I_{rif} = I_{D1} = I_{D2} = I_O$$

Abbiamo dunque trovato che il circuito in esame fornisce in uscita una corrente esattamente pari alla corrente di riferimento; questo è il motivo per cui il circuito prende il nome di **specchio di corrente**: *fissata una corrente di riferimento in un ramo dello specchio, esso la riproduce esattamente nell'altro ramo*.

Come detto, questo accade, ovviamente, solo a patto che i due MOSFET funzionino entrambi in zona di saturazione: solo in questo caso, infatti, le due correnti di drain sono regolate, in prima approssimazione, solo dalle rispettive tensioni gate-source, che sono uguali per i due transistor. Per quanto riguarda M1, abbiamo visto che funziona sempre in saturazione; per quanto riguarda, invece, M2, la cosa è più complicata, in quanto la tensione V_{DS2} è questa volta regolata dal "circuito esterno" alimentato da M2 stesso: ciò significa, allora, che *dovremo dimensionare sia lo specchio sia anche il circuito esterno in modo da avere M2 in zona di saturazione*.

Guadagno di corrente di uno specchio

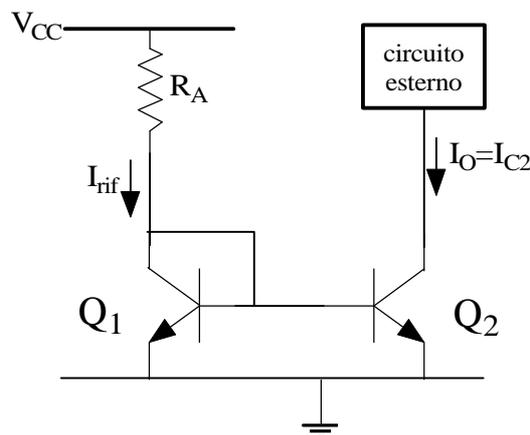
Come vedremo più avanti, esiste una enorme varietà di specchi di corrente, ciascuno caratterizzato da particolari prestazioni. Uno degli indici di prestazioni sicuramente più importanti di uno specchio è il cosiddetto **guadagno di corrente**, definito analiticamente come *rapporto tra la corrente di uscita dello specchio e la corrente di riferimento*:

$$M = \frac{I_o}{I_{rif}}$$

E' chiaro che avremmo uno specchio perfetto se riuscissimo ad ottenere $M=1$. Tuttavia, già nello specchio "semplice" considerato nel paragrafo precedente, si è osservato che ci sono diversi fattori che contribuiscono a rendere $M \neq 1$. Nel seguito saranno introdotti altri specchi, via via più complessi, nei quali i fattori che contribuiscono a diversificare I_o da I_{rif} saranno via via maggiori. Allo stesso tempo, però, saranno mostrati alcuni accorgimenti che, pur complicando i circuiti, contribuiranno di volta in volta ad ottimizzare il valore di M .

Specchio di corrente a BJT

L'analisi di uno specchio a MOSFET è notevolmente facilitata dal fatto che i due transistor non assorbono corrente di gate, per cui il cortocircuito tra il gate ed il drain di M_1 non influisce minimamente sull'uguaglianza tra la corrente di riferimento e quella di uscita. Si capisce, invece, che le cose diventano più complicate quando si realizza lo specchio mediante due BJT, come nella figura seguente:



Specchio di corrente a BJT

Cominciamo la nostra analisi da Q_1 , facendo considerazioni assolutamente identiche a quelle fatte nel caso del MOSFET.

Il BJT npn ha la base ed il collettore alla stessa tensione, per cui $V_{CB}=0$: questo comporta che la giunzione base-collettore del BJT sia spenta e rimanga perennemente spenta (significa che non c'è alcuna iniezione in corrispondenza della giunzione collettore-base, proprio perché è nulla la polarizzazione), per cui il BJT è

equivalente, da un punto di vista elettrico, ad un semplice diodo (si parla infatti di *BJT connesso a diodo*).

Quando la tensione V_{BE} supera il valore di circa 0.6-0.7V, la giunzione base-emettitore si accende (cioè si accende il BJT) e lascia passare una certa corrente di collettore: questa corrente, applicando la LKT, vale

$$I_C = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_A}$$

Non solo, ma è immediato accorgersi che il BJT, se è acceso (cosa che dipende dal valore di V_{CC}), funziona sicuramente in zona attiva diretta: infatti, essendo $V_{CB}=0$, risulta $V_{CE}=V_{BE}$ ed un valore di circa 0.7V della V_{CE} è sicuramente troppo alto perché il transistor sia in zona di saturazione.

Ancora una volta, quindi, una volta fissata V_{CC} e una volta stabilito il desiderato valore per la $I_C=I_{rif}$, è sufficiente dimensionare il valore di R_A (nell'ipotesi, sempre, di ritenere la V_{BE} indipendente da I_C): basterà prendere il valore dato da

$$R_A \cong \frac{V_{CC} - 0.7}{I_{rif}}$$

Fatta questa premessa, torniamo a considerare il circuito nel suo complesso. Facciamo anche qui l'ipotesi che i due BJT siano tecnologicamente identici, il che significa, soprattutto, che hanno lo stesso β e la stessa I_S e, quindi, a parità di condizioni di polarizzazione, anche gli stessi valori dei parametri incrementali.

Si osserva che i due BJT hanno la stessa tensione V_{BE} , il che comporta, come conseguenza fondamentale, che essi abbiano anche la stessa corrente di collettore, a patto ovviamente che entrambi lavorino in zona attiva diretta: infatti, sotto questa ipotesi, trascurando in prima approssimazione l'effetto Early, sussistono per i due BJT le relazioni

$$I_{C1} = I_{S1} e^{\frac{V_{BE1}}{V_T}} = I_S e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}$$

$$I_{C2} = I_{S2} e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}} = I_S e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}$$

dal che si deduce che $I_{C1} = I_{C2} = I_O$.

Dobbiamo adesso capire quale sia la relazione tra la corrente I_{rif} (che possiamo imporre semplicemente dimensionamento R_A) e la corrente di uscita I_O . Come anticipato prima, la diversità rispetto allo specchio a MOSFET è nel fatto che i due BJT assorbono ciascuno una corrente di base non nulla.

Applicando allora la LKC, si osserva che

$$I_{rif} = I_{C1} + I_{B1} + I_{B2}$$

Se i due transistor lavorano entrambi in ZAD (ipotesi su cui torneremo tra un attimo), per entrambi vale la relazione $I_C = \beta \cdot I_B$, per cui

$$I_{rif} = I_{C1} + \frac{I_{C1}}{\beta} + \frac{I_{C2}}{\beta}$$

Ma abbiamo detto prima che $I_{C1} = I_{C2} = I_O$, per cui abbiamo che

$$I_{rif} = I_O \left(1 + \frac{2}{\beta} \right)$$

Possiamo dunque concludere che la corrente di uscita vale in questo caso

$$I_O = \frac{I_{rif}}{1 + \frac{2}{\beta}}$$

Questa relazione indica una cosa fondamentale: se i due BJT sono entrambi a guadagno β molto elevato, il termine $2/\beta$ è abbastanza trascurabile rispetto al termine additivo 1, per cui le due correnti risultano ancora una volta uguali.

Tutto ciò nell'ipotesi che i due BJT funzionino entrambi in zona diretta (solo in questo caso, infatti, la corrente di collettore è β volte quella di base e vale quindi il discorso fatto prima): mentre non abbiamo problemi per Q1, per quanto riguarda Q2 siamo invece ancora una volta dipendenti dal circuito esterno, il quale regola la tensione V_{CE2} ; *dovremo perciò dimensionare sia lo specchio sia anche il circuito esterno in modo che $V_{CE2} > V_{CE,sat}$.*

Simulazione al calcolatore - Realizzando uno specchio di corrente con BJT a $\beta_F=255$, con alimentazione $V_{CC}=10V$, con $R_A=9.3k\Omega$ e con un carico simulato mediante un semplice generatore di tensione V_{CAR} , sono stati ottenuti i seguenti risultati per quanto riguarda il legame tra la corrente di uscita I_O dello specchio e quella di riferimento I_{rif} : in primo luogo, il BJT Q2 entra in ZAD a partire da una tensione V_{CAR} di circa 200mV, il che significa che il rapporto $M=I_O/I_{rif}$ si mantiene approssimativamente costante a partire proprio a $V_{CAR}=200mV$; non è però propriamente costante, come previsto, al variare di V_{CAR} , in quanto si trova quanto segue:

$V_{CAR}=300mV$	$\rightarrow M=0.981$
$V_{CAR}=1V$	$\rightarrow M=0.991$
$V_{CAR}=2V$	$\rightarrow M=1.004$
$V_{CAR}=3V$	$\rightarrow M=1.018$
$V_{CAR}=4V$	$\rightarrow M=1.031$
$V_{CAR}=5V$	$\rightarrow M=1.044$
$V_{CAR}=6V$	$\rightarrow M=1.058$
$V_{CAR}=8V$	$\rightarrow M=1.084$
$V_{CAR}=10V$	$\rightarrow M=1.111$

In base a questi risultati, il rapporto M si mantiene sul valore 1, con variazioni $\Delta M = \pm 0.01$, entro l'intervallo di tensione che va da 1V a poco più di 8V.

Osservazione: dissipazione di potenza nei due BJT

Il fatto che, nello specchio appena esaminato, i due BJT lavorino con tensioni V_{CE} generalmente diverse implica una differenza fondamentale nel loro funzionamento: infatti, a parità di corrente I_C , è chiaro che *il BJT avente una tensione V_{CE} maggiore sarà quello che senz'altro dissipa più potenza di collettore*, che infatti vale $P_C = I_C V_{CE}$.

Osservazione: specchio con BJT tecnologicamente diversi

Quando, poco fa, abbiamo descritto il funzionamento dello specchio, abbiamo detto che l'uguaglianza $I_{rif}=I_O$ si verifica a patto che i due BJT siano tecnologicamente identici, il che è abbastanza difficile da realizzare nella pratica. In effetti, i due dispositivi non devono necessariamente essere uguali: per esempio, possono essere diverse le rispettive aree di emettitore, il che rende diversi i valori delle rispettive correnti di saturazione I_{S1} ed I_{S2} . In questo caso, è facile capire che le correnti I_{rif} ed I_O non saranno più uguali, ma staranno in un determinato rapporto l'una con l'altra. Questo rapporto può essere sia minore sia maggiore dell'unità e perciò una qualsiasi corrente di uscita I_O può essere ottenuta a partire da una corrente di riferimento fissa.

D'altra parte, i rapporti maggiori di circa cinque ad uno consumano un'area ingente della piastrina, a causa dell'area del più grande tra i due dispositivi. Di conseguenza, se si vuole ottenere un elevato rapporto I_O/I_{rif} , è preferibile usare altri metodi.

Effetto Early ed effetto della modulazione della lunghezza di canale

L'analisi dello specchio di corrente è stata fatta, sia nel caso bipolare sia nel caso FET, trascurando, rispettivamente, l'effetto Early nei BJT e l'effetto della modulazione di lunghezza di canale nei FET. E' evidente, però, che tali effetti producono, in entrambi i casi, delle variazioni tra la corrente di uscita e quella di riferimento, anche se i due transistor hanno la stessa V_{BE} o la stessa V_{GS} .

Consideriamo, ad esempio, lo specchio a MOSFET: l'equazione completa della corrente in zona di saturazione è

$$I_{DS} = k(V_{GS} - V_{Th})^2(1 + \lambda V_{DS})$$

ed essa mette in evidenza che la corrente dipende, oltre che dalla V_{GS} , dal k e dalla tensione di soglia, anche dal parametro λ e soprattutto dalla tensione V_{DS} . Allora, anche se i due MOSFET hanno lo stesso valore della tensione di soglia, lo stesso valore del guadagno k e lo stesso valore della V_{GS} , sicuramente, per quanto possano essere tecnologicamente identici, essi presenteranno un diverso *effetto della modulazione della lunghezza di canale*: questa differenza deriva sia dal fatto che

possono essere diversi i valori dei parametri λ_1 e λ_2 , sia soprattutto dal fatto che sono generalmente diverse le tensioni V_{DS1} e V_{DS2} , il che comporta, in generale, che

$$I_{DS1} = k(V_{GS} - V_{Th})^2(1 + I_1 V_{DS1}) \neq I_{DS2} = k(V_{GS} - V_{Th})^2(1 + I_2 V_{DS2})$$

Mentre conosciamo perfettamente la tensione V_{DS1} ($=V_{DD}-R_{A}I_{rif}$), in generale non siamo in grado di prevedere il valore della V_{DS2} , la quale dipende strettamente dal circuito alimentato dallo specchio. Dobbiamo perciò rassegnarci ad avere comunque delle variazioni tra la corrente di uscita e quella di riferimento.

Il discorso è del tutto analogo nello specchio a BJT, dove è l'effetto *Early* che determina, in generale, una differenza tra la corrente di riferimento e quella di uscita:

$$I_{C1} = I_S e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} \left(1 + \frac{V_{CE1}}{|V_{A1}|} \right) \neq I_{C2} = I_S e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} \left(1 + \frac{V_{CE2}}{|V_{A2}|} \right)$$

Anche se i due BJT hanno lo stesso valore della corrente inversa di saturazione e lo stesso valore della V_{BE} , presenteranno certamente un diverso effetto Early, sia perché saranno in generale diverse le rispettive tensioni di Early sia, soprattutto, perché saranno in generale diverse le tensioni V_{CE1} e V_{CE2} , visto che quest'ultima dipende dal circuito esterno, mentre l'altra è fissa.

Ovviamente, considerando che lo specchio a BJT "soffre" anche dell'errore dovuto alla corrente di base, deduciamo che la differenza tra I_O ed I_{rif} sarà quasi sempre peggiore rispetto a quella riscontrata in uno specchio a MOSFET.

Simulazione al calcolatore - Realizzando uno specchio di corrente a MOSFET, con alimentazione $V_{CC}=10V$, con $R_A=9.3k\Omega$ e con un carico simulato mediante un semplice generatore di tensione V_{CAR} , sono stati ottenuti i seguenti risultati per quanto riguarda il legame tra la corrente di uscita I_O dello specchio e quella di riferimento I_{rif} : in primo luogo, il MOSFET M2 entra in saturazione a partire da una tensione V_{CAR} di circa 25mV, il che significa che il rapporto $M=I_O/I_{rif}$ si mantiene approssimativamente costante a partire proprio a $V_{CAR}=25mV$; per quanto riguarda la costanza di tale rapporto, si trovano i valori seguenti:

$V_{CAR}=300mV$	$\rightarrow M=0.983$
$V_{CAR}=1V$	$\rightarrow M=0.987$
$V_{CAR}=2V$	$\rightarrow M=0.992$
$V_{CAR}=3V$	$\rightarrow M=0.997$
$V_{CAR}=4V$	$\rightarrow M=1.002$
$V_{CAR}=5V$	$\rightarrow M=1.008$
$V_{CAR}=6V$	$\rightarrow M=1.013$
$V_{CAR}=7V$	$\rightarrow M=1.018$
$V_{CAR}=8V$	$\rightarrow M=1.024$
$V_{CAR}=10V$	$\rightarrow M=1.034$

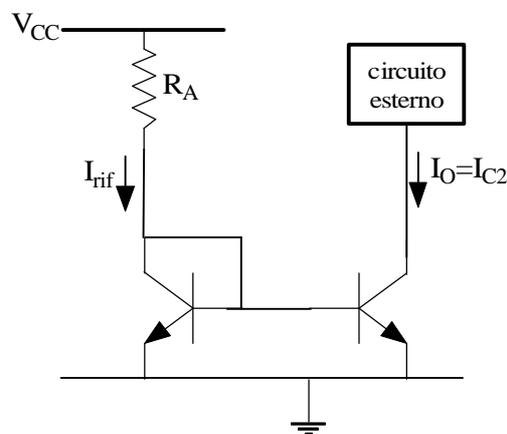
In base a questi risultati, il rapporto M si mantiene sul valore 1, con variazioni $\Delta M=\pm 0.01$, entro l'intervallo di tensione che va da 2V a oltre 10V. Confrontando questi valori con quelli ricavati precedentemente per uno specchio a BJT, si osserva una maggiore "stabilità" del rapporto M nello specchio a MOSFET.

E' importante sottolineare, inoltre, che, sia nello specchio a BJT sia nello specchio a MOSFET, la resistenza di uscita r_o (la quale tiene conto, appunto, dell'effetto Early nel BJT e della modulazione della lunghezza di canale nei FET) è inversamente proporzionale alla corrente di polarizzazione: nel BJT risulta infatti $r_o = |V_A|/I_C^Q$ mentre nel MOSFET risulta $r_o = 1/\lambda I_{DS}^Q$. Tuttavia, sussiste una differenza significativa tra i due casi: infatti, in un MOSFET, fissata I_{DS} , la resistenza di uscita può essere aumentata aumentando la lunghezza del canale, il che corrisponde infatti ad una diminuzione di λ .

Un'altra osservazione, al fine di confrontare uno specchio a BJT ed uno a MOSFET, riguarda il limite inferiore della tensione sul terminale di uscita dello specchio: sappiamo, infatti, che sia il BJT sia il MOSFET non offrono una corrente costante per qualsiasi valore della tensione di uscita (rispettivamente V_{CE2} e V_{DS2}), ma solo a patto che il primo sia in ZAD ed il secondo in saturazione; allora il BJT è in ZAD a patto che $V_{CE2} > V_{CE(sat)}$, mentre il MOSFET è in saturazione a patto che $V_{DS2} > V_{DS(sat)} = V_{GS} - V_{th}$. Generalmente, risulta $V_{CE(sat)} < V_{DS(sat)}$, il che va a grande vantaggio del BJT, in quanto la tendenza attuale è verso valori sempre più bassi della tensione di alimentazione, per cui diviene critica la differenza tra la tensione di alimentazione e la tensione minima del terminale di uscita dello specchio.

Stabilità termica dello specchio a BJT

Siamo interessati adesso a considerare la stabilità termica di uno specchio di corrente ed ovviamente facciamo riferimento ad uno specchio a transistori bipolari, che sappiamo porre i maggiori problemi da questo punto di vista:



Specchio di corrente a BJT

Si osserva che, mentre il BJT Q1 è pilotato da una corrente di collettore costante e pari a I_{rif} , il BJT Q2 è pilotato invece in tensione e, precisamente, dalla tensione V_{BE} (uguale per i due transistor). Questo sembra riproporre tutti i problemi di stabilità termica circa il BJT Q2: è chiaro, infatti, che, se il punto operativo di questo BJT è instabile con la temperatura, la bontà del generatore di corrente viene a mancare, in quanto risulta pregiudicata la costanza della corrente. Andiamo allora a calcolare quanto vale il fattore di stabilità termica per il BJT Q2.

Dobbiamo sempre partire dalla definizione:

$$S = \frac{\beta_F + 1}{1 - \beta_F \frac{\partial I_B}{\partial I_C}}$$

Abbiamo in precedenza trovato che $I_{rif} = I_{C1} + I_{B1} + I_{B2}$: se entrambi i BJT sono in ZAD, sappiamo che $I_C = I_{C1} = I_{C2}$ e che $I_B = I_{B1} = I_{B2}$, per cui quella relazione diventa

$$I_{rif} = I_C + 2I_B$$

Da qui ricaviamo che $I_C = I_{rif} - 2I_B$.

D'altra parte, sappiamo anche che $I_{rif} = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_A}$, per cui

$$I_C = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_A} - 2I_B$$

La corrente di base in uno qualsiasi dei due BJT vale dunque

$$I_B = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{2R_A} - \frac{I_C}{2}$$

da cui, nella solita ipotesi di ritenere la V_{BE} costante con la I_C , si ricava che $\frac{\partial I_B}{\partial I_C} = -\frac{1}{2}$ e quindi, sostituendo nell'espressione del fattore di stabilità termica del BJT Q2, che

$$S = \frac{\beta + 1}{1 + \frac{\beta}{2}} \xrightarrow{\beta \text{ grande}} 2$$

Questa relazione mostra chiaramente che *per β grande, il fattore di stabilità termica del BJT Q2 vale circa 2.*

Abbiamo dunque un'ottima stabilità termica, realizzata, questa volta, con una singola alimentazione, anziché con la doppia alimentazione impiegata nel circuito di autopolarizzazione con alimentazione duale.

Simulazione al calcolatore - Realizzando uno specchio di corrente a BJT (con guadagno $\beta_F=255$), con alimentazione $V_{CC}=10V$, con $R_A=9.3k\Omega$ e con un carico simulato mediante un semplice generatore di tensione V_{CAR} , sono stati ottenuti i seguenti risultati per quanto riguarda le variazioni del rapporto $M=I_O/I_{rif}$, corrispondente a $V_{CAR}=4V$, al variare della temperatura tra $0^\circ C$ e $200^\circ C$ con passo di $50^\circ C$:

$0^\circ C$	$\rightarrow M=1.0286$
$50^\circ C$	$\rightarrow M=1.0334$
$100^\circ C$	$\rightarrow M=1.0370$
$150^\circ C$	$\rightarrow M=1.0400$
$200^\circ C$	$\rightarrow M=1.0430$

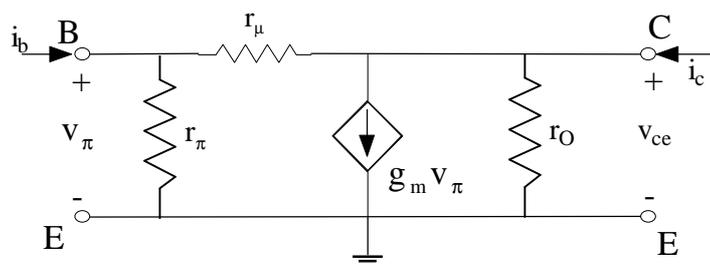
Si osserva dunque che, per ogni aumento di $50^\circ C$, si ha un aumento di M approssimativamente di 0.04, il che corrisponde ad una buona stabilità termica dello specchio

Stabilità dello specchio a BJT con la V_{CC}

Sempre riguardo lo specchio di corrente, un altro aspetto importante da curare è la sensibilità del circuito rispetto ad una eventuale variazione della tensione di alimentazione V_{CC} , la quale può variare per tanti diversi motivi (anche, semplicemente, perché si scarica o si rompe la batteria che la fornisce).

Per valutare questa sensibilità, ci conviene calcolare quale variazione ΔI_O si abbia sulla corrente di uscita in presenza di una variazione generica ΔV_{CC} della tensione di alimentazione. A tale scopo, abbiamo necessità di sostituire ai due BJT, che riteniamo sempre polarizzati in ZAD, i rispettivi modelli circuitali incrementali, visto che si suppone comunque una variazioni piccola di V_{CC} .

In generale, sappiamo che il modello circuitale incrementale di un BJT è il seguente:



Modello circuitale incrementale di un BJT

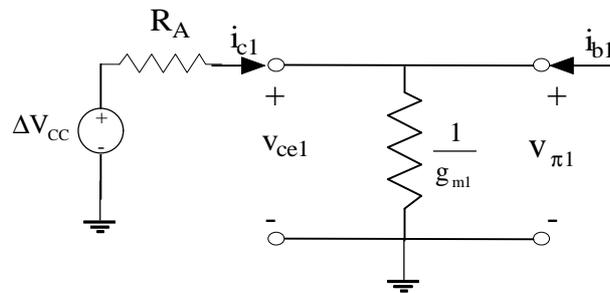
Dobbiamo "adattare" questo circuito al nostro caso.

Cominciamo dal transistor Q_1 : in primo luogo, esso ha come ingresso un generatore di segnale di forma d'onda ΔV_{CC} , in serie alla resistenza R_A , da porre alla porta C-E; inoltre, esso presenta i terminali di base e di collettore in corto, il che comporta una serie di conseguenze:

- intanto, la resistenza $r_{\mu}=\beta r_o$ è assente in quanto è cortocircuitata;
- inoltre, le due resistenze r_{π} e r_o sono in parallelo e possono perciò essere sostituite con una sola;

- infine, il generatore di corrente è pilotato dalla stessa tensione applicata ai suoi capi, il che significa che si tratta di una semplice resistenza, di valore $1/g_m$, da porre sempre in parallelo a r_π ed r_o ; tuttavia, nel fare questo parallelo, essendo r_π ed r_o due resistenze molto più elevate di $1/g_m$, si possono trascurare rispetto a quest'ultima.

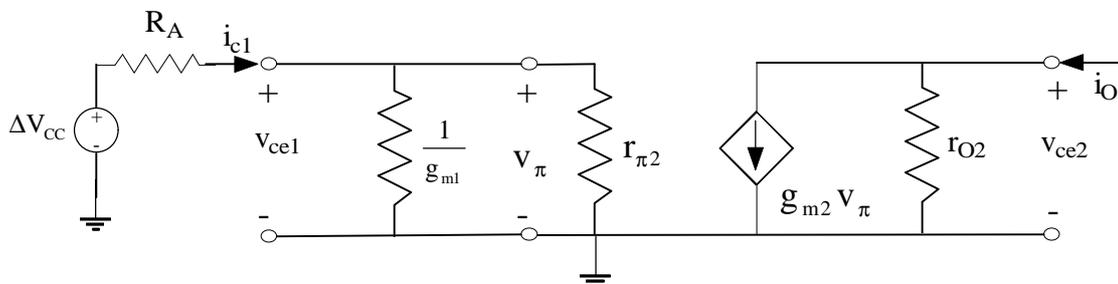
Sulla base di queste considerazioni, concludiamo che il modello incrementale del transistor Q1 si riduce al seguente:



Circuito equivalente del solo Q1

Adesso vediamo come è fatto il modello incrementale del BJT Q2, da collegare a questo: intanto, la tensione v_{be} dei due transistor è la stessa, per cui li colleghiamo in cascata; inoltre, per semplificare le nostre analisi, possiamo ritenere infinita la resistenza r_u , che sappiamo essere in generale molto grande (2).

Così facendo, otteniamo quanto segue:



Circuito equivalente dell'intero specchio di corrente

Facciamo osservare che, nel disegno, sono stati introdotti i pedici "1" e "2" al fine di distinguere i parametri relativi ad un BJT e quelli relativi all'altro BJT; in realtà, dato che stiamo supponendo che i due BJT siano uguali, è chiaro che i parametri caratteristici, come ad esempio il β , sono uguali, e lo stesso accade anche per i parametri incrementali (g_m e r_o) se facciamo l'ipotesi che i due BJT siano polarizzati allo stesso modo (cioè abbiano la stessa V_{CE}).

Premesso questo, si osserva come l'ingresso del circuito sia una tensione di segnale $v_c = \Delta V_{CC}$, mentre a noi interessa calcolare la corrente di uscita di segnale $i_o = \Delta I_o$.

² Ricordiamo che stiamo supponendo che i due transistor siano entrambi a β elevato, quindi a maggior ragione sarà elevata la quantità $r_u = \beta r_o$.

Possiamo intanto scrivere, applicando semplicemente la LKC, che

$$i_o = I_{rO} + g_{m2} v_\pi$$

Tuttavia, essendo r_o una resistenza molto elevata, possiamo trascurare il contributo da essa fornito alla corrente di uscita, per cui rimane $i_o \cong g_{m2} v_\pi$.

Dobbiamo dunque calcolare v_π , cioè la tensione tra base ed emettitore: questa tensione corrisponde alla partizione della ΔV_{CC} in ingresso sulla resistenza $\left(\frac{1}{g_{m1}} // r_p\right)$ che è in serie alla resistenza R_A , per cui abbiamo che

$$v_\pi = \Delta V_{CC} \frac{\left(\frac{1}{g_{m1}} // r_\pi\right)}{R_A + \left(\frac{1}{g_{m1}} // r_\pi\right)} = \Delta V_{CC} \frac{\frac{r_\pi}{1 + g_{m1} r_\pi}}{R_A + \frac{r_\pi}{1 + g_{m1} r_\pi}} = \frac{r_\pi \Delta V_{CC}}{R_A (1 + g_{m1} r_\pi) + r_\pi}$$

Questa espressione può anche essere semplificata se si tiene conto che il termine additivo 1 a denominatore può essere trascurato rispetto al termine $g_{m1} r_\pi$, per cui abbiamo che

$$v_\pi = \frac{\Delta V_{CC}}{R_A g_{m1} + 1}$$

Sostituendo nell'espressione di ΔI_o , possiamo concludere che

$$\Delta I_o = \frac{g_{m2}}{R_A g_{m1} + 1} \Delta V_{CC}$$

Questa è dunque la relazione (approssimata) che quantifica la variazione della corrente in uscita dallo specchio corrispondente ad una variazione ΔV_{CC} della tensione di alimentazione.

Possiamo anche fare un confronto tra la variazione relativa $\frac{\Delta V_{CC}}{V_{CC}}$ della tensione di alimentazione e la corrispondente variazione relativa $\frac{\Delta I_o}{I_o}$ della corrente: usando infatti quella relazione e ricordando anche che

$$I_o = I_{rif} - 2I_B \cong I_{rif} = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_A} \cong \frac{V_{CC}}{R_A}$$

abbiamo che

$$\frac{\Delta I_o}{I_o} = \frac{\frac{g_{m2} \Delta V_{CC}}{R_A g_{m1} + 1}}{\frac{V_{CC}}{R_A}} = \frac{R_A g_{m2}}{R_A g_{m1} + 1} \frac{\Delta V_{CC}}{V_{CC}}$$

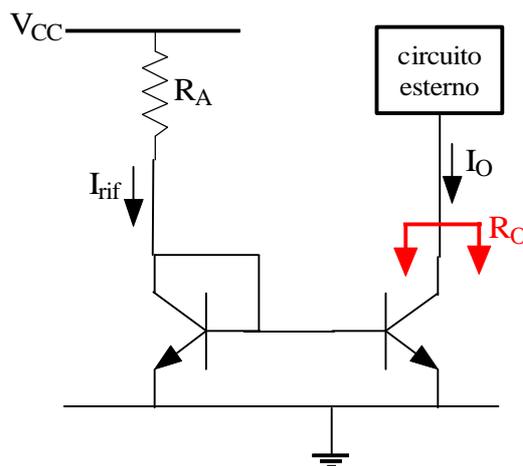
Considerando, allora, che le due transconduttanze sono molto simili tra loro, è chiaro che il termine $\frac{R_A g_{m2}}{R_A g_{m1} + 1}$ è prossimo ad 1, il che significa che la variazione relativa della corrente di uscita è uguale a quella della tensione di alimentazione: in termini concreti, se V_{CC} varia dell' 1%, anche la I_O varia dell' 1%.

Questo risultato è abbastanza accettabile: infatti, se è vero che una variazione dell' 1% può non essere tanto piccola, è anche vero che, avendo a che fare con degli elementi attivi, poteva andarci anche peggio, ossia potevamo riscontrare una variazione relativa di I_O amplificata rispetto alla variazione relativa di V_{CC} che l'ha provocata.

Simulazione al calcolatore - Realizzando uno specchio di corrente a BJT (con guadagno $\beta_F=255$), con alimentazione $V_{CC}=10V$, con $R_A=9.3k\Omega$ e con un carico simulato mediante un semplice generatore di tensione $V_{CAR}=4V$, simulando una variazione di V_{CC} di 0.1V (cioè una variazione dell' 1%), è stata riscontrata una variazione della corrente di uscita da 1.0374mA a 1.0484mA, corrispondente ad una variazione relativa dell' 1.06%, il che conferma in pieno i risultati teorici ricavati poco fa.

Resistenza di uscita dello specchio a BJT

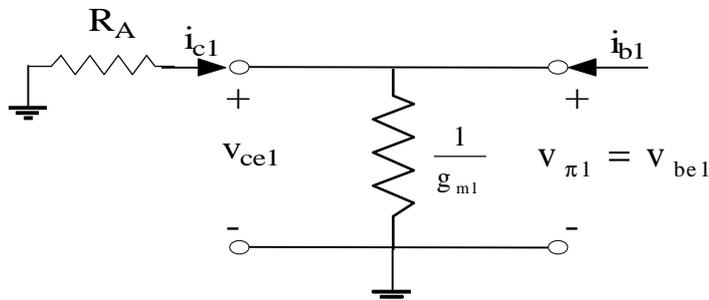
Abbiamo in precedenza già detto che un indice di prestazione importante, per un qualsiasi circuito funzionante come generatore di corrente costante, è la *resistenza di uscita*, che rappresenta la variazione della corrente di uscita I_O dovuta ad una variazione della tensione sul terminale di uscita. Nel caso dello specchio a BJT, si tratta dunque della resistenza vista dal morsetto di collettore del BJT da cui viene fuori la I_O :



Specchio di corrente a BJT, con il dettaglio del punto in cui calcolare la resistenza di uscita

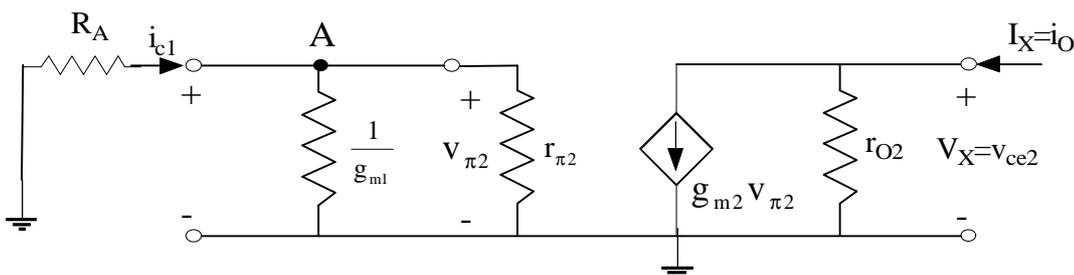
Lo specchio sarà tanto migliore, come generatore di tensione, quanto più grande è il valore della R_O . Andiamo perciò a calcolare quanto vale questa resistenza.

Il discorso da fare non è molto diverso da quello fatto nel paragrafo precedente, nel senso che dobbiamo ancora una volta utilizzare il modello circuitale incrementale del BJT, semplificandolo ove possibile. Evitando allora di ripetere le stesse considerazioni fatte nel paragrafo precedente, diciamo subito che il modello circuitale del transistor Q1 si riduce al seguente:



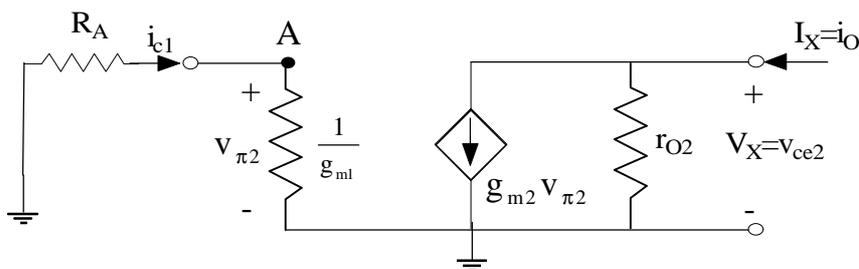
Circuito equivalente di Q1 per il calcolo della resistenza di uscita

Per quanto riguarda, invece, il modello incrementale del BJT Q2, non abbiamo alcuna semplificazione da fare, per cui lo poniamo semplicemente in cascata a questo:



Circuito equivalente dell'intero specchio per il calcolo della resistenza di uscita

Questo circuito può essere comunque semplificato: per esempio, si nota che le resistenze $1/g_{m1}$ e $r_{\pi 2}$ sono in parallelo, per cui le potremmo sostituire con una sola; tuttavia, avendo detto che sia i parametri costanti sia anche quelli differenziali sono praticamente uguali per i due BJT e avendo anche detto che stiamo assumendo un valore di β abbastanza elevato (dell'ordine di 100 e più), è chiaro che, nel parallelo, $r_{\pi 2}$ si può senz'altro trascurare rispetto a $1/g_{m1}$, per cui il circuito si può ridisegnare semplicemente escludendo $r_{\pi 2}$:



Circuito equivalente dell'intero specchio per il calcolo della resistenza di uscita, con l'approssimazione di trascurare $r_{\pi 2}$

D'altra parte, la serie tra la resistenza R_A e la resistenza $1/g_{m1}$ è sottoposta ad una tensione nulla, visto che i terminali esterni della serie sono entrambi a massa. Ciò comporta che anche le due resistenze siano sottoposte a una tensione nulla. Dire che $1/g_{m1}$ è sottoposta ad una tensione nulla equivale a dire che $v_{\pi 2}=0$ e quindi che il generatore di corrente $g_{m2}v_{\pi 2}$ è spento. *Il circuito si riduce dunque solo a r_{O2} , che quindi è la resistenza di uscita dello specchio.*

Abbiamo dunque trovato che *la resistenza di uscita R_O dello specchio coincide con la resistenza di uscita r_{O2} del transistor $Q2$.*

Esempio numerico sullo specchio di corrente a BJT

Supponiamo di voler realizzare, mediante uno specchio di corrente a BJT del tipo descritto nei paragrafi precedenti, una corrente di uscita $I_O=10\mu A$. I dati a nostra disposizione sono i seguenti:

- in primo luogo, supponiamo che la tensione di alimentazione sia $V_{CC}=10V$;
- in secondo luogo, i due BJT (supposti uguali) hanno un guadagno $\beta=100$;
- infine, supponiamo che, effettuando misure sperimentali sui BJT, sia risultato che, in corrispondenza di una corrente di collettore $I_C^m = 1(mA)$, c'è una tensione base-emettitore di valore $V_{BE}^m = 0.7(V)$.

Sulla base di queste informazioni, è chiaro che l'unica cosa da fare è dimensionare il valore della resistenza R_A posta tra l'alimentazione e il terminale di collettore del BJT Q_1 . A tale scopo, sappiamo che essa è data dalla relazione

$$R_A = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{I_{rif}}$$

per cui dobbiamo calcolare la tensione V_{BE} (che è uguale per i due transistor) e la corrente I_{rif} nel ramo di riferimento. Per quanto riguarda quest'ultima, il discorso è immediato: sappiamo infatti che, volendo fare una analisi accurata dello specchio, sussiste la relazione

$$I_O = \frac{I_{rif}}{1 + \frac{2}{\beta}}$$

dalla quale potremmo ricavare il valore di I_{rif} in funzione del valore assegnato della I_O . Tuttavia, possiamo risparmiarci ogni calcolo considerando che il β dei due BJT vale 100, il che ci consente di affermare tranquillamente che $I_{rif} \cong I_O = 10(\mu A)$. Facciamo osservare che *questa approssimazione equivale a trascurare la corrente di base che fluisce nei due BJT* ed è chiaro che si tratti di una approssimazione del tutto lecita: infatti, se $I_O=I_{C2}=(10\mu A)$, la corrente di base di $Q2$ (uguale a quella di $Q1$) vale β volte di meno, ossia vale $0.1(\mu A)$, che è una quantità assolutamente trascurabile.

Osservazione

Il fatto di trascurare la corrente di base rispetto alla corrente di collettore equivale a porre $I_E = I_C$; la bontà di questa approssimazione è ancora più evidente se giustificata nel modo seguente: dato che $I_E = I_C + I_B$ e dato che $I_C = \beta I_B$, è chiaro che

$$I_E = \left(1 + \frac{1}{\beta}\right) I_C = \frac{\beta + 1}{\beta} I_C \xrightarrow{\beta \text{ grande}} I_C$$

Resta dunque da calcolare quanto vale V_{BE} . Anche in questo caso potremmo procedere per via approssimata: potremmo cioè trascurare la dipendenza di questa tensione dalla I_C e fissare per essa il solito valore di 0.7V. Tuttavia, la traccia ci fornisce i dati per procedere in modo più rigoroso e preciso: intanto, per il transistor Q2 vale la relazione

$$I_O = I_{C2} = I_S e^{\frac{qV_{BE}}{kT}}$$

dalla quale si ricava che $V_{BE} = V_T \ln \frac{I_O}{I_S}$.

Sostituendo nell'espressione di R_A , abbiamo che

$$R_A = \frac{V_{CC} - V_T \ln \frac{I_O}{I_S}}{I_O}$$

Per usare questa relazione, l'unico termine che ci manca è la I_S , ma questa la calcoliamo a partire dai valori $I_C^m = 1(\text{mA})$ e $V_{BE}^m = 0.7(\text{V})$: infatti, usando la stessa relazione citata poco fa, abbiamo che

$$I_S = I_C^m e^{-\frac{qV_{BE}^m}{kT}} = 2 * 10^{-15} (\text{A})$$

A questo punto, abbiamo tutti i valori necessari per il calcolo di R_A : si trova allora $R_A = 942(\text{k}\Omega)$, ossia un valore estremamente alto di questa resistenza.

Facciamo osservare, prima di passare oltre, che, usando il valore trovato per la I_S , si trova che $V_{BE} = 0.58(\text{V})$: allora, se avessimo scelto la via approssimata, fissando cioè $V_{BE} = 0.7(\text{V})$, avremmo ottenuto $R_A = 930(\text{k}\Omega)$, che è un valore comunque non troppo diverso da quello prima trovato, visto che si tratta di resistenze in ogni caso elevatissime. Questo a conferma della validità di porre arbitrariamente $V_{BE} = 0.7(\text{V})$, specialmente in quei calcoli dove non è richiesta una particolare precisione.

Per concludere con questo esempio, valutiamo la resistenza di uscita R_O dello specchio come generatore di corrente: sappiamo che questa resistenza coincide con quella del BJT Q2, per cui possiamo scrivere che

$$R_O = r_{O2} = \frac{|V_{A2}|}{I_O}$$

Se supponiamo che il BJT Q2 abbia una tensione di Early $V_{A2}=100(V)$, la resistenza di uscita risulta essere $R_0=100(M\Omega)$: si tratta di un valore elevatissimo che conferma ancora una volta la bontà dello specchio impiegato come generatore di corrente.

Osservazione

Nei paragrafi precedenti abbiamo dunque introdotto lo specchio di corrente (nel caso bipolare) partendo sostanzialmente dal presupposto di voler ottenere una corrente I_{C2} quanto più prossima possibile alla corrente I_{C1} . In effetti, è possibile adottare anche un altro approccio, che andiamo subito a vedere, per giungere al concetto di specchio di corrente.

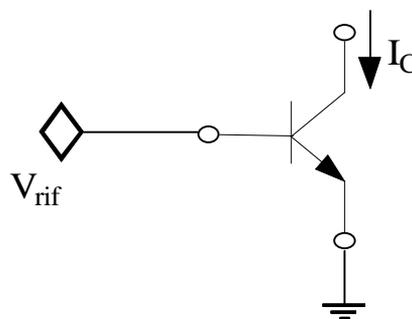
Dato un generico BJT polarizzato in ZAD, nell'ipotesi di trascurare l'effetto Early sappiamo che la sua corrente di collettore è valutabile mediante la relazione

$$I_C = I_S e^{\frac{qV_{BE}}{kT}}$$

Questa relazione dice, in pratica, che, una volta nota la corrente inversa I_S , per ottenere la I_C desiderata basta fissare un opportuno valore della tensione V_{BE} :

$$V_{BE} = V_T \ln \frac{I_C}{I_S}$$

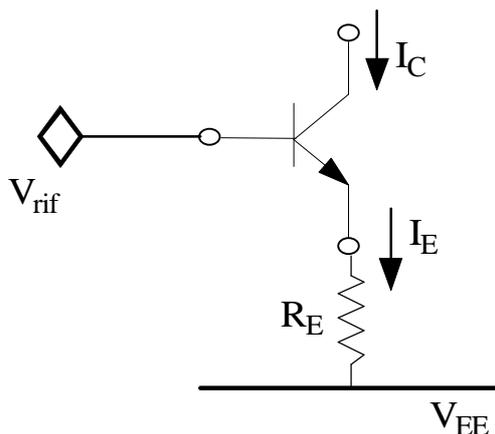
Consideriamo allora il seguente semplice circuito:



Semplice generatore di corrente a BJT, con tensione di base prefissata

Questo circuito può funzionare come generatore di corrente: supponendo che il BJT venga polarizzato in ZAD, per ottenere la I_C desiderata ci basta fissare la tensione V_{rif} , che coincide con la V_{BE} che pilota il transistor.

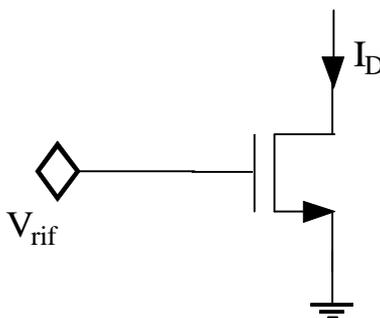
Discorso analogo, ovviamente, se il circuito fosse il seguente:



Generatore di corrente a BJT, con tensione di base prefissata e equivalente di Thevenin sull'emettitore

La differenza, con il circuito precedente, è semplicemente in una resistenza di uscita maggiore (a causa della presenza della R_{EE}).

Non cambiano le cose se usiamo un FET, ad esempio un MOSFET, al posto del BJT:



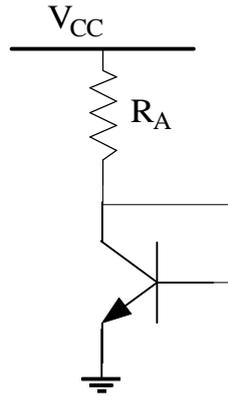
Semplice generatore di corrente a MOSFET, con tensione di base prefissata

In questo caso, infatti, la corrente di drain, che rappresenta la corrente di uscita del generatore che intendiamo realizzare, vale

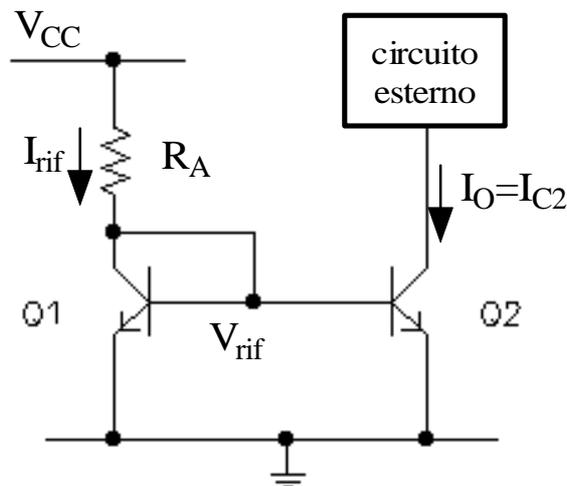
$$I_{DS} = k(V_{GS} - V_{Th})^2(1 + \lambda V_{DS}) = k(V_{rif} - V_{Th})^2(1 + \lambda V_{DS})$$

e quindi, trascurando l'effetto della modulazione della lunghezza di canale, dipende ancora una volta solo dal valore di V_{rif} .

Si tratta, quindi, di capire come fornire il livello di tensione V_{rif} necessario a pilotare il transistor che funge da generatore di corrente. A questo scopo, consideriamo allora il circuito seguente:



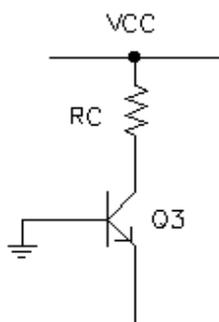
Abbiamo già fatto le considerazioni necessarie per comprendere il funzionamento di questo circuito: in particolare, abbiamo detto che, quando il transistor è acceso (cioè quando $V_{BE} \geq 0.7V$), il fatto che risulti $V_C = V_B$ garantisce che esso sia in ZAD. Allora, una volta fissata l'alimentazione V_{CC} , la corrente di collettore (o quella di drain se usiamo un FET) dipende solo dal valore della R_A , per cui può essere fissata scegliendo il valore opportuno di tale resistenza. Ovviamente, una volta fissata la I_C , abbiamo automaticamente fissato la V_{BE} , alla quale possiamo perciò assegnare il valore V_{rif} che a noi serve per pilotare l'altro transistor, quello che si deve comportare da generatore di corrente:



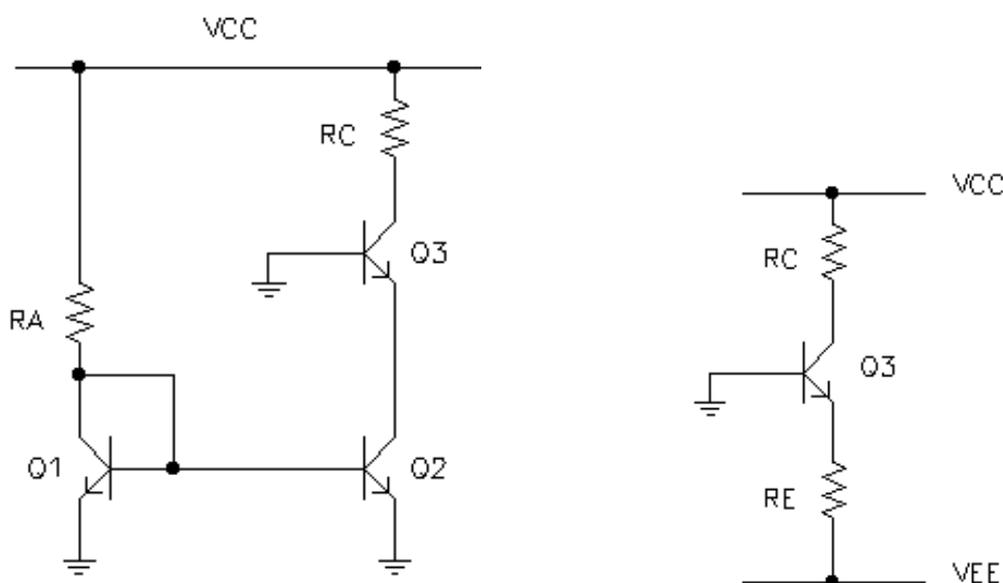
Discorso analogo, chiaramente, per lo specchio a FET, dove fissare la corrente di drain attraverso la R_A significa fissare la tensione V_{GS} con cui pilotare il FET che genera la corrente di uscita del generatore.

Impiego dello specchio di corrente come elemento di polarizzazione

Una volta descritte le principali caratteristiche di uno specchio di corrente, vediamo come impiegarlo al fine di polarizzare il BJT Q3 inserito nel circuito seguente:



Il nostro scopo è quello di imporre una corrente di emettitore costante in Q3; per farlo, possiamo sia usare lo specchio di corrente sia lo schema ad alimentazione duale esaminato in precedenza. Le due alternative sono riportate nella figura seguente:



La differenza fondamentale tra le due configurazioni, eccezion fatta per la doppia alimentazione usata nel secondo caso, è nella resistenza di uscita del circuito usato come generatore di corrente: usando lo specchio, abbiamo una resistenza di uscita pari alla r_o di Q2, mentre nell'altro caso abbiamo semplicemente la R_E .

Vediamo allora quale sia il vantaggio di usare lo specchio: per esempio, supponiamo di voler fissare una corrente di emettitore in Q3 pari a 1mA, assumendo che sia $R_E=r_o=100k\Omega$. Per ottenere $I_{E3}=1\text{ mA}$ con queste resistenze, è evidente che, nel caso del circuito con alimentazione duale, dovremmo disporre di una alimentazione V_{EE} di valore elevatissimo: precisamente, avremmo che

$$V_{BE} + R_E I_E + V_{EE} = 0 \longrightarrow V_{EE} = -V_{BE} - R_E I_E = -0.7 - 100\text{k}\Omega \cdot 1\text{mA} \cong -100\text{V}$$

Questo valore non è assolutamente auspicabile in un qualsiasi circuito. Al contrario, usando lo specchio, ricordando che $I_O = I_{rif} = I_{E3}$, avendo a disposizione una tensione di alimentazione $V_{CC} = 10\text{V}$, basta prendere

$$R_A = \frac{V_{CC} - V_T \ln \frac{I_O}{I_S}}{I_O} = \frac{V_{CC} - V_T \ln \frac{I_{rif}}{I_S}}{I_O} \cong \frac{V_{CC} - V_T \ln \frac{I_E}{I_S}}{I_O} = 9.3\text{k}\Omega$$

dove si è assunta una corrente inversa $I_S = 7 \cdot 10^{-16} \text{ (A)}$.

Autore: **Sandro Petrizzelli**
 e-mail: sandry@iol.it
 sito personale: <http://users.iol.it/sandry>