

Appunti di Elettronica

Capitolo 16 – parte I

Analisi in frequenza

<i>Introduzione</i>	2
Esempio: effetti capacitivi in un invertitore di tensione a BJT	2
<i>Risposta armonica tipica di un amplificatore</i>	6
EFFETTI CAPACITIVI NEI TRANSISTOR	9
<i>Transistori bipolari (BJT)</i>	9
<i>Transistori ad effetto di campo (JFET e MOSFET)</i>	14

Introduzione

Lo studio dei circuiti impiegati negli amplificatori è stato condotto, fino a questo momento, da un punto di vista puramente "a-dinamico" o, come si dice spesso, con riferimento ad un **modello resistivo della rete**: si è cioè supposto che *la gamma di frequenze dei segnali che vengono elaborati da tali circuiti sia tale da ritenere trascurabili i contributi di tutti gli eventuali elementi dinamici (per lo più capacitivi) presenti, intrinsecamente, nei dispositivi attivi*. I risultati delle analisi fin qui svolte sono stati perciò validi in un "intervallo di frequenze intermedie", cioè non troppo basse da rendere sensibile il contributo dei condensatori di disaccoppiamento e by-pass eventualmente presenti, e non troppo alte da rendere apprezzabile il contributo delle capacità intrinseche dei dispositivi attivi (1).

Per un amplificatore, questo intervallo di frequenze intermedie, peraltro variabili da caso a caso, prende il nome di **centro banda**.

In generale, non si può pensare di effettuare "manualmente" lo studio dei **sistemi dinamici** (includendo cioè gli effetti capacitivi) per via analitica, poiché ad essi si associa sempre un modello matematico molto complesso da gestire, che può essere manipolato solo con l'ausilio del calcolatore. E' possibile, però, studiare il comportamento di tali circuiti, in regime di piccolo segnale, nell'intorno del proprio punto di lavoro (così come abbiamo sempre fatto in precedenza), poiché in questo caso l'analisi si riconduce a quella di un sistema lineare e comporta una approssimazione tanto più valida quanto più lineare è il comportamento del circuito stesso.

Come noto, un sistema dinamico lineare viene completamente caratterizzato dalla sua **funzione di trasferimento** oppure, se si è interessati solo al comportamento a regime, dalla **funzione di risposta armonica**. Quindi, in generale, per descrivere un qualunque circuito con i suoi effetti dinamici bisogna cercare di determinare queste funzioni.

In questa sede, siamo interessati prevalentemente allo studio degli amplificatori e degli oscillatori, per cui l'analisi verrà particolarizzata a questi circuiti, al fine di fornire gli strumenti che ne consentano un corretto dimensionamento.

Ci occupiamo inizialmente degli amplificatori, al fine soprattutto di caratterizzarne la tipica *funzione di risposta armonica*; successivamente, ci occuperemo invece dei problemi relativi alla stabilità e dei criteri per ottenere una risposta accettabile.

Esempio: effetti capacitivi in un invertitore di tensione a BJT

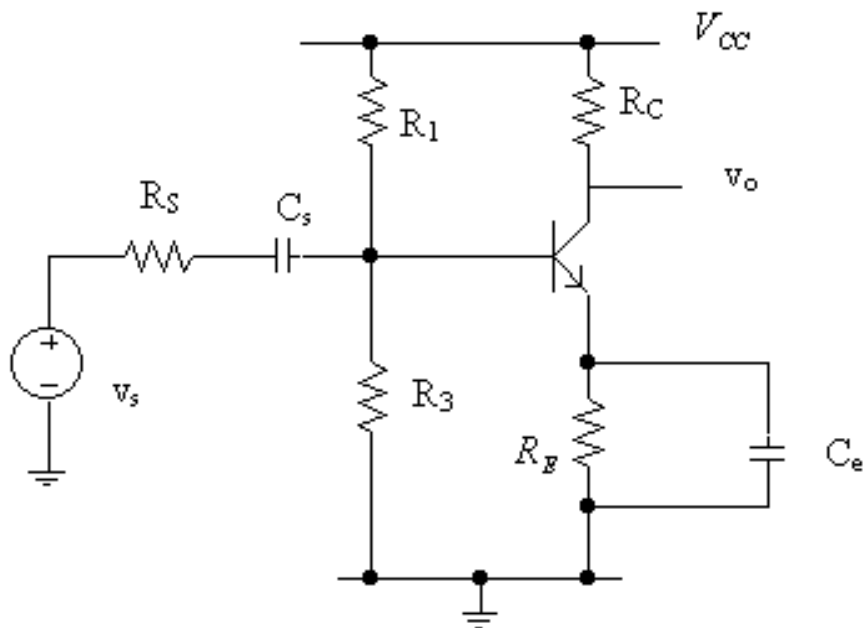
Tanto per fissare le idee su quanto detto nel paragrafo precedente, nella progettazione di un amplificatore si richiede generalmente di ottenere il guadagno di tensione (V_{OUT}/V_{IN}) costante in un dato intervallo di frequenze: per esempio, per un *amplificatore audio* tale intervallo va approssimativamente da 20 Hz a 20 kHz, mentre, per un *amplificatore video*, si sale da 100kHz a 6MHz.

Finché questo intervallo di frequenze non è troppo ampio (non più di qualche decade), le capacità non influenzano la distribuzione delle correnti e delle tensioni,

¹ In termini ancora più concreti, le frequenze considerate sono tali che le capacità più piccole (tipicamente quelle intrinseche nei dispositivi) possano essere considerate dei circuiti aperti e che le capacità più grandi (tipicamente quelle di by-pass e quelle di disaccoppiamento) possano essere considerate dei cortocircuiti.

per cui è applicabile il modello lineare senza elementi reattivi (o, meglio, in cui le capacità sono sono circuiti aperti) che abbiamo utilizzato fino ad ora. Non solo, ma, per quanto riguarda la rete esterna, i condensatori di disaccoppiamento possono essere tranquillamente sostituiti da cortocircuiti. Se invece si vuole uno studio per frequenze particolarmente elevate, allora, in base a quanto detto nel paragrafo precedente, è indispensabile tener conto anche degli effetti capacitivi.

Consideriamo subito un esempio, riportato nella figura seguente:



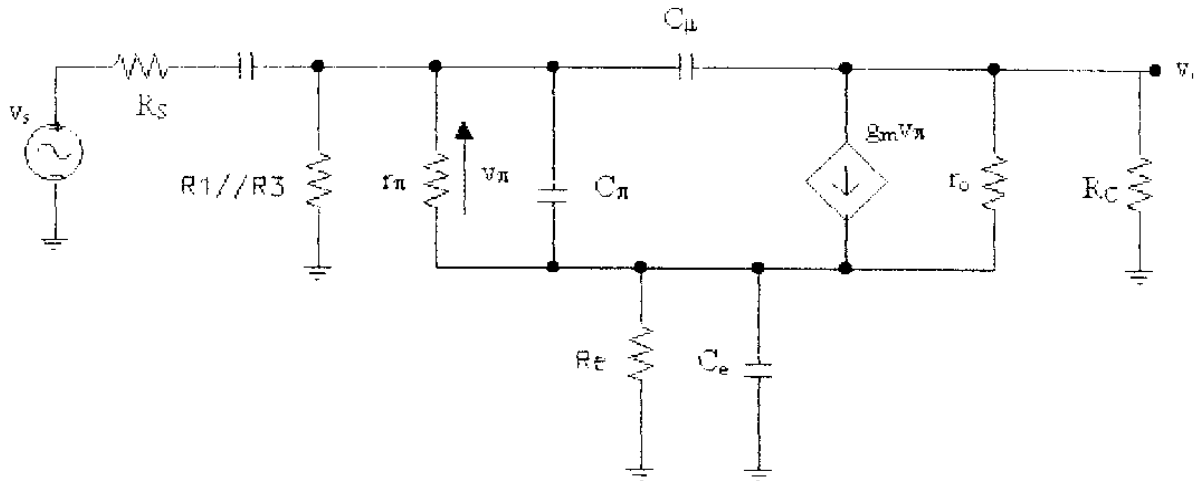
In questo circuito sono innanzitutto presenti tre *capacità esterne*: in parallelo alla degenerazione di emettitore R_E è posta una *capacità di bypass* C_e e ci sono inoltre due *capacità di disaccoppiamento*, una per l'ingresso (C_1) ed una per il carico (C_2).

La capacità di bypass serve appunto a “bypassare la resistenza R_E sotto segnale”, ossia a portare l'emettitore del transistor a massa quando in ingresso è applicato un piccolo segnale.

Le capacità di disaccoppiamento servono invece a “bloccare” la corrente continua: C_1 impedisce assorbimento di corrente dalla sorgente esterna di segnale v_s , mentre invece C_2 fa' sì che il carico R_L sia sottoposto solo alla tensione di segnale prodotta in uscita dal circuito.

Oltre a queste tre capacità, ci sono quelle intrinseche del transistor bipolare impiegato nel circuito: si tratta essenzialmente delle capacità C_π (posta tra base ed emettitore) e C_μ (posta tra base e collettore).

Per svolgere un'analisi completa del comportamento di questo circuito, in regime di piccolo segnale, dobbiamo dunque usare il modello equivalente per piccoli segnali, nel quale però dobbiamo includere tutti gli effetti capacitivi appena citati. Il circuito equivalente risulta essere allora il seguente:



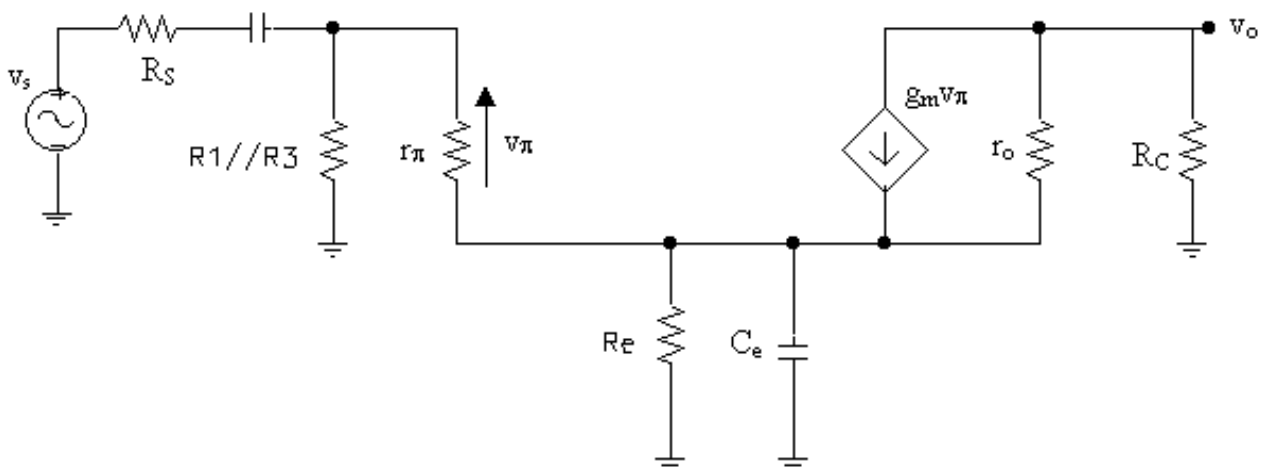
In questo circuito compaiono dunque 5 diversi elementi reattivi: volendo considerare tali elementi reattivi per la valutazione di una qualsiasi funzione di trasferimento del circuito (sia essa un guadagno o una impedenza), è ovvio che le complicazioni analitiche sono notevoli. Bisogna necessariamente semplificare qualcosa.

E' possibile allora individuare dei precisi range di frequenza entro i quali questo circuito può essere semplificato: per farlo, basta tener conto che *gli ordini di grandezza dei condensatori esterni di disaccoppiamento e di bypass (mF) e delle capacità fisiche interne al dispositivo attivo (pF) sono estremamente diversi e, quindi, che i relativi effetti capacitivi hanno entità diverse a seconda delle frequenze di lavoro considerate.*

Cominciamo perciò dal caso in cui il segnale in ingresso al circuito è **a bassa frequenza**: dato che abbiamo sempre trascurato (sostituendole con dei circuiti aperti) le capacità C_π e C_μ a centro banda, dicendo che sono generalmente troppo piccole per poter dare un contributo significativo, a maggior ragione potremo farlo a bassa frequenza.

In altre parole, *dovendo studiare il comportamento a bassa frequenza di un circuito, possiamo senz'altro sostituire le capacità intrinseche del dispositivo con dei circuiti aperti. Sono invece significative le capacità esterne, che vanno dunque incluse nel modello.*

In base a queste considerazioni, il circuito per piccoli segnali, a bassa frequenza, può essere modificato nel modo seguente:



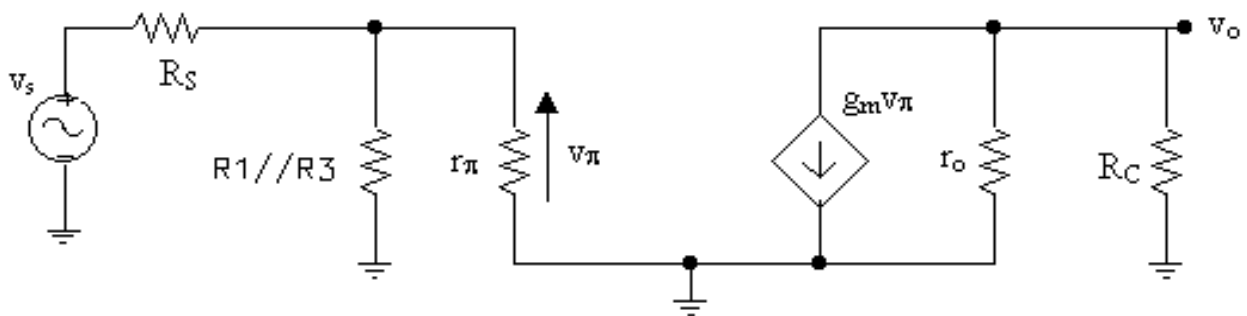
Tanto per verificare la bontà dell'approssimazione appena compiuta, supponiamo di dover lavorare alla frequenza di 1 kHz e, inoltre, che la C_π valga 1pF: allora, a tale frequenza, l'impedenza associata a tale capacità vale

$$X_{C_\pi} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C_\pi} = \frac{1}{6,28 \cdot 10^3 \cdot 10^{-12}} = \frac{10^9}{6,28} \cong 160\text{M}\Omega$$

Un valore così alto dell'impedenza mostra, quindi, che, per frequenze minori di 1 kHz, le capacità intrinseche dei transistor possono effettivamente essere considerate dei circuiti aperti.

Supponiamo invece adesso di porci **a frequenze di centro banda**: in questo caso, sappiamo bene che *i condensatori esterni si possono considerare come dei cortocircuiti, mentre le capacità dei transistor sono ancora approssimabili con dei circuiti aperti.*

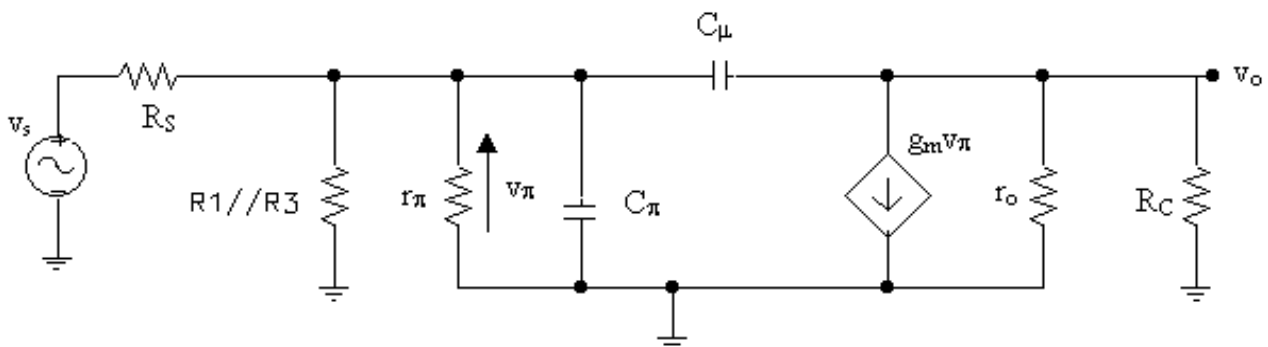
Il circuito equivalente, a centro banda, si riduce dunque a quello classico utilizzato nei capitoli precedenti:



Infine, supponiamo che il segnale in ingresso al circuito sia **ad alta frequenza**: in questo caso, mentre le capacità C_π e C_μ possono dare un contributo significativo, le capacità di disaccoppiamento e di bypass sono certamente tali da comportarsi ancora come dei cortocircuiti.

Quindi, *dovendo studiare il comportamento ad alta frequenza del circuito in esame, i condensatori esterni sono assimilabili a cortocircuiti, mentre assumono una rilevanza notevole le capacità intrinseche dei dispositivi attivi.*

Nel nostro esempio, il circuito diventa allora il seguente:



Se supponiamo ancora di trovarci a 1 kHz e di avere $C_e=1\mu\text{F}$, otteniamo, per tale capacità a tale frequenza, una impedenza pari a

$$X_{C_e} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C_e} = \frac{1}{6,28 \cdot 10^3 \cdot 10^{-6}} = \frac{10^3}{6,28} \cong 160\Omega$$

Un valore così basso dell'impedenza mostra quindi che, per frequenze maggiori di 1 kHz, le capacità esterne dei transistor possono essere effettivamente considerate dei cortocircuiti.

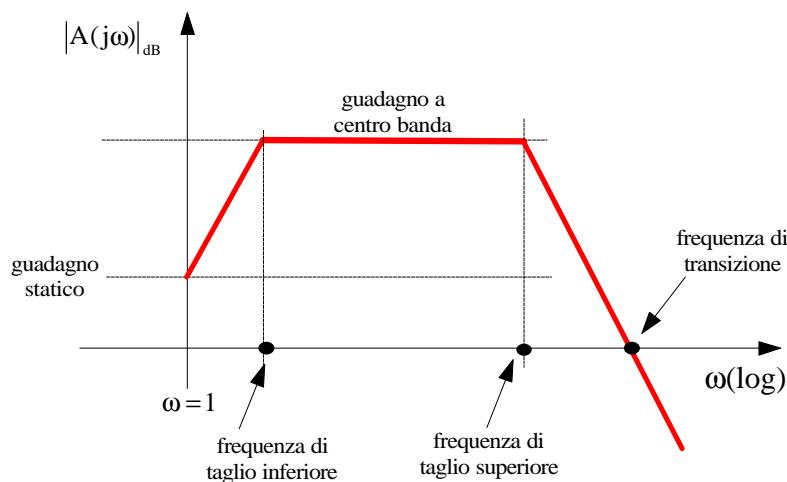
Riassumendo, possiamo affermare quanto segue: *mentre nel range delle frequenze medie si può utilizzare un modello per piccoli segnali puramente resistivo (modello a centro banda), alle basse frequenze il comportamento dello stadio è dominato dai condensatori esterni e alle alte frequenze il comportamento è invece influenzato dalle capacità intrinseche dei transistor.*

Risposta armonica tipica di un amplificatore

Nello studio in frequenza degli amplificatori, la grandezza che generalmente interessa di più è il guadagno, che, considerato in condizioni di regime, prende notoriamente il nome di **funzione di risposta armonica** e si indica generalmente con la notazione **A(j ω)**.

In particolare, interessa soprattutto l'andamento in frequenza del modulo della risposta armonica, mentre invece quello della fase, almeno per la maggior parte delle applicazioni, ha scarsa rilevanza ai fini dell'utilizzatore.

Per un amplificatore, l'andamento del modulo del guadagno al variare della frequenza risulta, in genere, del tipo seguente:



In questo diagramma, le ordinate riportano la quantità **|A(j ω)|_{dB}**, ossia il modulo del guadagno espresso in unità logaritmiche, mentre in ascisse viene riportata la pulsazione ω , sempre in unità logaritmiche (anche se i valori riportati sono quelli in unità naturali). Si tratta dunque del classico **diagramma di Bode** del modulo della funzione di risposta armonica.

Alla base di questo andamento, che descriveremo tra un attimo, ci sono le seguenti ragioni fisiche: i condensatori esterni filtrano la continua (cioè i segnali a frequenza nulla) e le componenti a bassa frequenza; a centro banda, non essendoci reattanze (capacitive o induttive), il guadagno si mantiene costante; ad alta frequenza, infine, le capacità dei transistor tendono a cortocircuitare l'ingresso e quindi il guadagno tende a diminuire.

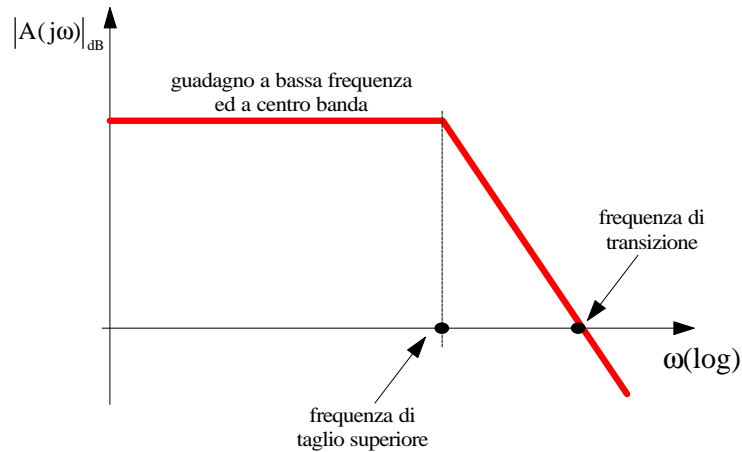
Si individuano perciò tre distinte regioni:

- la regione a bassa frequenza è quella determinata dagli effetti capacitivi più consistenti, legati alle capacità di disaccoppiamento e di bypass presenti nel circuito; in questa regione, si individuano fundamentalmente tre caratteristiche:
 - il cosiddetto **guadagno statico** (o *guadagno in continua*) del circuito, ossia il valore di tale guadagno per frequenze prossime allo 0;
 - uno o più zeri (detti perciò **zeri a bassa frequenza**), che determinano la crescita del guadagno rispetto al valore statico;
 - un valore di frequenza, detto **frequenza di taglio inferiore**, definito come quello alla quale $|A(j\omega)|_{\text{dB}}$ è 3dB al di sotto del valore di centro banda;
- la regione ad alta frequenza è invece caratterizzata dagli effetti capacitivi più lievi, legati tipicamente alle capacità intrinseche dei dispositivi; in tale regione si distinguono essenzialmente due cose:
 - la **frequenza di taglio superiore** (definita anch'essa come la frequenza alla quale $|A(j\omega)|_{\text{dB}}$ è 3dB al di sotto del valore di centro banda);
 - la **frequenza di transizione** (definita come la frequenza alla quale $|A(j\omega)|$ è unitario);
- per concludere, la regione a centro banda è quella in cui tutti gli effetti capacitivi sono trascurabili ed il circuito si comporta, sotto segnale, come un circuito puramente resistivo, caratterizzato da un determinato **guadagno a centro banda**.

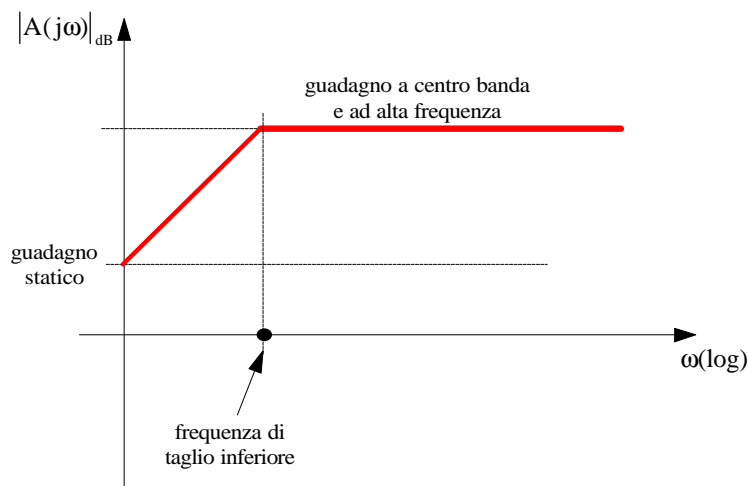
Lo scopo principale della nostra analisi sarà determinare il valore delle due *frequenze di taglio*, inferiore e superiore, in quanto esse rappresentano due specifiche fondamentali nel progetto degli amplificatori.

A tal proposito, è interessante fare una prima importante osservazione: in base a quanto detto prima, mentre la frequenza di taglio inferiore, da calcolarsi sul circuito per bassa frequenza, è determinata dai valori delle capacità esterne al transistor, la frequenza di taglio superiore, da calcolarsi sul circuito per alta frequenza, è determinata dai valori delle capacità intrinseche del transistor; allora, mentre è ovviamente possibile agire sulle capacità esterne, per cui siamo in grado, sia pure entro certi limiti, di variare la frequenza di taglio inferiore, sulle capacità intrinseche del dispositivo non è possibile far nulla, per cui non possiamo intervenire (o quasi) sul valore della frequenza di taglio superiore. Dato, quindi, lo stesso circuito, per ottenere alti valori della frequenza di taglio superiore non possiamo far altro che impiegare transistor aventi effetti capacitivi intrinseci quanto più bassi possibile.

Del resto, è anche opportuno osservare che *nei circuiti integrati non vengono mai usate le capacità di bypass e quelle di disaccoppiamento, il che comporta evidentemente che in tali circuiti sia praticamente inesistente il fenomeno del taglio in bassa frequenza*. Di conseguenza, per questo tipo di circuiti, il modulo della risposta armonica assume tipicamente il seguente andamento in frequenza, di tipo **passa-basso**:



In modo analogo, capita spesso di dover risolvere problemi nei quali non si hanno a disposizione dati specifici sugli effetti capacitivi intrinseci ai dispositivi: in questi casi, è lecito assumere che questi effetti siano trascurabili, il che equivale a ritenere infinita la frequenza di taglio superiore, ossia equivale a trascurare il taglio in alta frequenza. In questi casi, il modulo della risposta armonica assume tipicamente il seguente andamento in frequenza, di tipo **passa-alto**:



Talvolta, la risposta armonica dei circuiti può anche presentare un **picco ad alta frequenza**, cioè un aumento, più o meno pronunciato, del guadagno prima della diminuzione progressiva che comincia a partire dalla frequenza di taglio superiore. Vedremo in seguito quali parametri influenzano tale picco. Per ora ci basta dire che, spesso, esso è deleterio, per cui va ridotto o eliminato del tutto, ma talvolta viene anche volutamente sfruttato (come ad esempio nei cosiddetti *circuiti di pre-efasi*).

Infine, osserviamo che, in corrispondenza delle frequenze di taglio, il **guadagno di potenza dello stadio**, essendo proporzionale al quadrato del guadagno del circuito, risulta dimezzato rispetto al valore a centro banda. Note le frequenze di taglio, sarà dunque possibile determinare il range di frequenze entro il quale il guadagno dell'amplificatore si mantiene entro valori compatibili con le specifiche di progetto.

Fatte queste premesse generali, ci occuperemo adesso di definire le metodologie utili a caratterizzare il comportamento ad alta e bassa frequenza dei circuiti e, in particolare, i metodi per individuare le frequenze di taglio. In particolare,

esamineremo prima il comportamento ad alta frequenza. Per fare questo, è necessario definire preventivamente i modelli dei singoli dispositivi (BJT, JFET, MOSFET) in queste condizioni di funzionamento.

Se si considerano più stadi di amplificazione in cascata (di cui si conoscono le singole funzioni di risposta armonica) è interessante ricavare la funzione di risposta armonica dell'intero amplificatore.

Se gli stadi sono dimensionati in modo che essi non vengano caricati dallo stadio successivo, allora la funzione di risposta armonica dell'intero amplificatore può essere ottenuta semplicemente moltiplicando le funzioni di risposta armonica degli stadi.

E' interessante notare che la funzione risultante ha sempre una banda più stretta delle bande delle funzioni dei singoli stadi; si potrebbe dire che la banda risultante è l'intersezione delle bande delle singole funzioni.

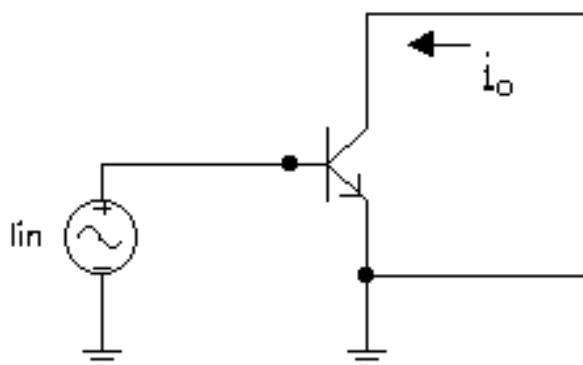
Però, anche nel caso di stadi aventi la stessa banda, la funzione risultante si ritrova con una banda più stretta, poiché, al di là delle frequenze di taglio, la funzione decresce più rapidamente e quindi se si tralasciano i diagrammi asintotici e si passa a quelli effettivi si evidenzia un'ulteriore riduzione di banda.

Effetti capacitivi nei transistor

Transistori bipolari (BJT)

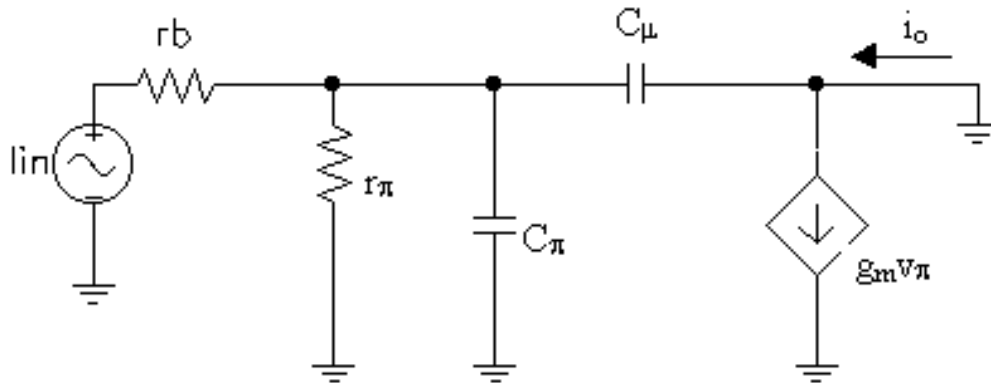
Le prestazioni in alta frequenza di un transistor bipolare sono ben sintetizzate, nella pratica, dalla *massima frequenza di funzionamento del dispositivo come amplificatore*, intesa come la frequenza alla quale diventa unitario il "guadagno di corrente di cortocircuito" nella configurazione ad emettitore comune: a tale frequenza si dà il nome di **frequenza di transizione** o anche *frequenza di crossover* (indicata con f_T , cui corrisponde una *pulsazione di transizione* $\omega_T = 2\pi f_T$). Determiniamo allora l'espressione di tale frequenza.

Il valore della frequenza di transizione può essere calcolato (o anche misurato) usando il transistor bipolare nella configurazione indicata nella figura seguente (riferita, ovviamente, solo ai piccoli segnali, mentre la polarizzazione viene data per scontata):



In base a questo schema, si tratta semplicemente di applicare alla base del transistor una piccola corrente di segnale i_{in} e di misurare la corrente di uscita i_o con il collettore cortocircuitato (rispetto ovviamente ai soli segnali).

Si può costruire, per questa situazione, un circuito equivalente per piccoli segnali del tipo seguente:



Questo è ancora il modello a π del BJT, ma con in più gli effetti capacitivi dovuti alle capacità intrinseche C_π e C_μ .

Abbiamo anche incluso la resistenza intrinseca di base r_b , la quale, come vedremo, incide sulle prestazioni del circuito: generalmente, questa resistenza è trascurabile, anche perché è difficile conoscerne il valore, ma è opportuno includerla nei nostri ragionamenti per questioni di generalità.

Abbiamo invece ommesso di inserire la resistenza intrinseca di collettore r_c , che è sempre molto piccola, il che comporta che la resistenza di uscita r_o del transistor venga cortocircuitata, in quanto sia il collettore sia l'emettitore del transistor sono a massa.

Essendo il BJT polarizzato in zona attiva diretta, la C_π è sostanzialmente data dalla capacità di diffusione della giunzione tra la base e l'emettitore: essa è dunque valutabile come

$$C_\pi \cong C_D = \frac{\partial Q_f}{\partial V_{BE}} = \frac{\partial (I_C \cdot \tau_F)}{\partial V_{BE}} = \tau_F \cdot g_m$$

Ci interessa calcolare il rapporto tra la corrente di ingresso e quella di uscita:

$$\beta(s) = \frac{i_o}{i_{in}}(s)$$

Se consideriamo l'equilibrio delle correnti sul collettore, ricordando che un condensatore generico C ha ammettenza pari a sC , si ha

$$i_o = g_m \cdot v_\pi - s \cdot C_\mu v_\pi = v_\pi \cdot (g_m - s \cdot C_\mu)$$

In ingresso si ha inoltre che

$$i_s = v_\pi [g_\pi + s \cdot (C_\pi + C_\mu)]$$

Allora, il rapporto tra i_s e i_o risulta essere il seguente:

$$\frac{i_o}{i_s}(s) = \beta(s) = \frac{g_m - s \cdot C_\mu}{g_\pi + s \cdot (C_\pi + C_\mu)}$$

Questa funzione presenta evidentemente uno zero reale positivo in $z = \frac{g_m}{C_\mu}$ ed un polo reale negativo in $p = \frac{-g_\pi}{C_\pi + C_\mu}$.

Possiamo facilmente verificare che il modulo del polo (cioè la frequenza del polo) è molto minore del modulo dello zero (cioè la frequenza dello zero):

$$|p| = \frac{g_\pi}{C_\pi + C_\mu} = \frac{\frac{g_m}{\beta_0}}{C_\pi + C_\mu} = \frac{\frac{g_m}{\beta_0} C_\mu}{C_\pi + C_\mu} = \frac{g_m}{C_\mu} \frac{\beta_0}{C_\pi + C_\mu} = |z| \cdot \frac{C_\mu}{C_\pi + C_\mu} \frac{1}{\beta_0}$$

Dato che il coefficiente $\frac{C_\mu}{C_\pi + C_\mu} \frac{1}{\beta_0}$ è molto minore di 1, deduciamo che $|p| \ll |z|$.

Se lo zero si trova a una frequenza nettamente maggiore rispetto alla frequenza del polo, possiamo trascurarlo, in modo da esprimere il guadagno nella seguente forma approssimata:

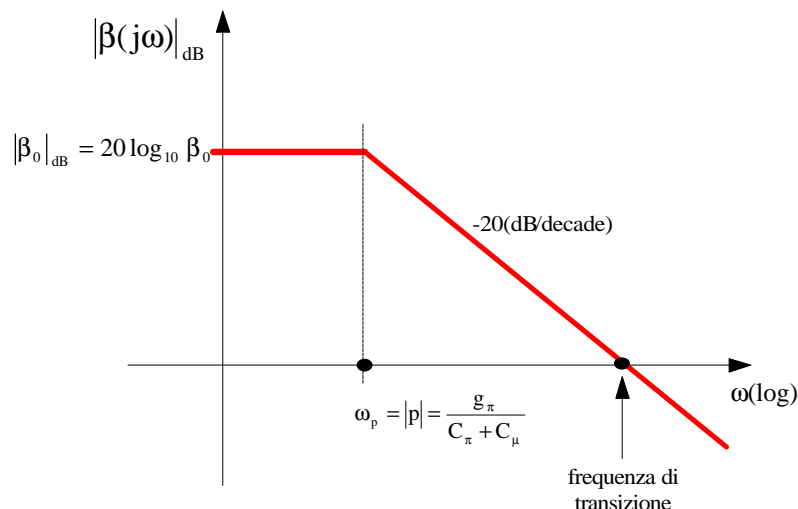
$$\beta(s) \cong \frac{g_m}{g_\pi + s \cdot (C_\pi + C_\mu)} = \frac{\frac{g_m}{g_\pi}}{1 + \frac{s \cdot (C_\pi + C_\mu)}{g_\pi}} = \frac{\beta_0}{1 - \frac{s}{s_p}}$$

La funzione di risposta armonica si ottiene dalla funzione di trasferimento sostituendo alla frequenza complessa s la frequenza reale $j\omega$:

$$\beta(j\omega) = \frac{\beta_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_p}}$$

dove abbiamo ovviamente posto $\omega_p = \frac{g_\pi}{C_\pi + C_\mu}$.

In base a questa relazione, l'andamento di $\beta(j\omega)$ in funzione di ω si può descrivere comodamente mediante un diagramma di Bode del modulo di $\beta(j\omega)$. Tenendo conto che quella relazione indica la presenza di un termine costante β_0 e di un termine (a denominatore) elementare del primo ordine, il diagramma di Bode del modulo di $\beta(j\omega)$ è fatto nel modo seguente:



Analiticamente, il modulo di $\beta(j\omega)$ risulta essere

$$|\beta(j\omega)| = \frac{\beta_0}{\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_p^2}}}$$

Si vede facilmente che, per $\omega = \omega_p$, il modulo del guadagno di corrente si riduce di un fattore pari a $1/\sqrt{2}$ e quindi la ω_p (cioè la frequenza del polo di $\beta(j\omega)$) prende anche il significato di *frequenza a meno 3 dB* o anche **frequenza di taglio** e la si indica con ω_{-3dB} .

A questo punto, avendo detto che la **frequenza di transizione** è definita come la frequenza alla quale $\beta(j\omega)$ diventa unitario, per calcolarla dobbiamo semplicemente determinare il valore di ω in corrispondenza del quale risulta $|\beta(j\omega)| = 1$:

$$1 = \frac{\beta_0}{\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_p^2}}} \rightarrow \frac{\omega^2}{\omega_p^2} \cong \beta_0^2 \rightarrow \omega_T = \omega_p \cdot \beta_0 = \frac{\beta_0 g_\pi}{C_\pi + C_\mu} = \frac{g_m}{C_\pi + C_\mu} \rightarrow \boxed{f_T = \frac{g_m}{2\pi \cdot (C_\pi + C_\mu)}}$$

Da ciò è evidente che, umentando la corrente di polarizzazione I_C , il transistor diventa più veloce, in quanto $g_m = I_C / V_T$ aumenta e quindi aumenta anche f_T ; se $C_\pi \gg C_\mu$, si ha che $f_T \cong \frac{1}{\tau_F}$.

I transistor di potenza hanno una frequenza di transizione generalmente bassa, mentre invece i transistor di segnale, specificamente realizzati per lavorare ad alta frequenza, hanno una f_T dell'ordine anche dei GHz.

L'espressione appena ricavata per ω_T è importante, tra le altre cose, perché ci consente di osservare che ω_T è abbastanza più grande rispetto alla pulsazione ω_p del polo di $\beta(s)$ e abbastanza più piccola della pulsazione ω_z dello zero di $\beta(s)$ che abbiamo deciso di trascurare:

- per quanto riguarda il polo, la cui frequenza è $\omega_p = |p| = \frac{g_\pi}{C_\pi + C_\mu}$, abbiamo che

$$\omega_T = \frac{g_m}{C_\pi + C_\mu} = \frac{\frac{g_m}{\beta_0} \beta_0}{C_\pi + C_\mu} = \beta_0 \frac{g_\pi}{C_\pi + C_\mu} = \beta_0 \omega_p \gg \omega_p$$

- per quanto riguarda, invece, lo zero che abbiamo prima deciso di trascurare e la cui frequenza era $\omega_z = |z| = \frac{g_m}{C_\mu}$, abbiamo che

$$\omega_T = \frac{g_m}{C_\pi + C_\mu} = \frac{\frac{g_m}{C_\mu} C_\mu}{C_\pi + C_\mu} = \frac{C_\mu}{C_\pi + C_\mu} \omega_z \ll \omega_z$$

Il fatto che risulti $\omega_T \ll \omega_z$ ci conferma che è stato lecito trascurare lo zero di $\beta(s)$, in quanto esso dà un contributo rilevante al valore di $\beta(s)$ solo a partire da una frequenza ω_z superiore alla massima frequenza (ω_T) per la quale può essere ritenuto valido il modello del BJT. *Si dice, allora, che questo zero è **fuori banda**.*

Oltre alla frequenza di transizione, definita come quella frequenza alla quale risulta $|\beta(j\omega)|=1$, è importante determinare anche la cosiddetta **frequenza di taglio**

ω_H , definita come quella frequenza alla quale risulta $|\beta(j\omega)| = \frac{\beta_0}{\sqrt{2}}$ oppure anche, in termini di dB, come quella frequenza alla quale $|\beta(j\omega)|_{dB} = |\beta_0|_{dB} - 3dB$.

Imponendo dunque una qualsiasi di queste condizioni, si trova che la frequenza di taglio coincide con la frequenza del polo di $\beta(s)$:

$$\omega_H = \omega_p = \frac{g_\pi}{C_\pi + C_\mu} \longrightarrow f_H = \frac{\omega_H}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \frac{g_\pi}{C_\pi + C_\mu}$$

Come trovato prima, la frequenza di taglio del dispositivo è β_0 volte più piccola della frequenza di transizione.

Infine, osserviamo che *sia ω_H sia ω_T dipendono, oltre che dai parametri intrinseci del dispositivo (cioè β_0 , C_π e C_μ), anche dalla transconduttanza e quindi dalla corrente di collettore:*

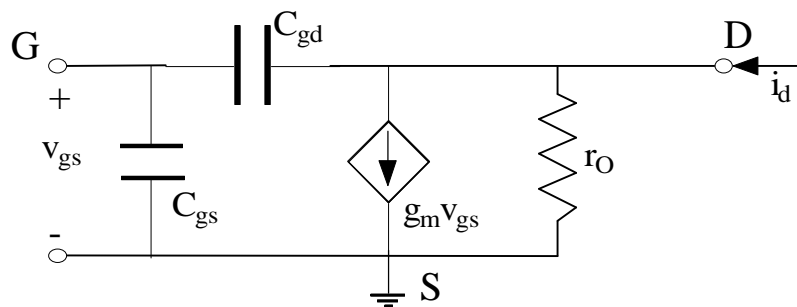
$$\omega_T = \frac{g_m}{C_\pi + C_\mu} = \frac{1}{V_T} \frac{I_C}{C_\pi + C_\mu}$$

$$\omega_H = \frac{g_\pi}{C_\pi + C_\mu} = \frac{1}{\beta_0 V_T} \frac{I_C}{C_\pi + C_\mu}$$

Transistori ad effetto di campo (JFET e MOSFET)

Così come abbiamo definito una frequenza di transizione ed una frequenza di taglio per un transistor bipolare, possiamo dare le stesse definizioni per un transistor ad effetto di campo, sia esso un MOSFET o un JFET.

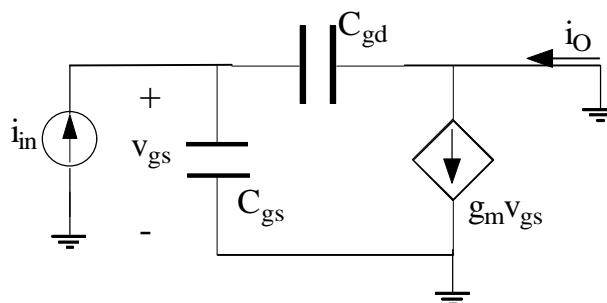
Cominciamo col ricordare che il circuito equivalente (completo) per piccoli segnali di un FET nella configurazione a source comune è del tipo seguente:



Sono state incluse, nel modello, le due capacità intrinseche situate, rispettivamente, tra gate e drain (C_{gd}) e tra gate e source (C_{gs}). Ci sarebbe anche un'altra capacità posta tra il drain e source, ma risulta quasi sempre trascurabile, per cui non sarà mai considerata nei nostri discorsi.

Così facendo, si nota che il modello incrementale del FET a source comune è assolutamente identico a quello del BJT ad emettitore comune, salvo il fatto che la resistenza di ingresso è infinita nel FET mentre invece è pari a r_π nel BJT: questa uguaglianza consente quindi di ripetere per i FET quasi le stesse considerazioni fatte per i BJT.

Al fine di determinare la frequenza di transizione di un FET, dobbiamo utilizzare una configurazione circuitale assolutamente analoga a quella usata per il BJT, per cui dobbiamo porre il drain a massa (in modo da cortocircuitare la r_O), eccitare il circuito con una piccola corrente i_{in} e valutare la frequenza alla quale il guadagno di corrente i_O/i_{in} diventa unitario:



Ci interessa dunque calcolare il rapporto $\frac{i_O}{i_{in}}(s)$ tra la corrente di ingresso e quella di uscita.

Possiamo intanto scrivere quanto segue:

$$i_o = g_m \cdot v_{gs} - s \cdot C_{gd} \cdot v_{gs} \quad \text{per il nodo d'uscita}$$

$$i_s = v_{gs} \cdot s \cdot (C_{gs} + C_{gd}) \quad \text{per il nodo d'ingresso}$$

Allora il rapporto tra la corrente d'uscita e quella d'ingresso vale

$$\frac{i_o}{i_s}(s) = \frac{g_m - s \cdot C_{gd}}{s \cdot (C_{gs} + C_{gd})}$$

E' ovvio come questa espressione sia del tutto analoga a quella trovata per il $\beta(s)$ di un transistor bipolare: la differenza è che, nel BJT, compare a denominatore un termine additivo $1/r_\pi$ che nel FET diventa nullo in quanto la resistenza di ingresso è infinita.

La funzione ottenuta presenta dunque uno zero reale positivo in $z = \frac{g_m}{C_{gd}}$ ed un polo nell'origine.

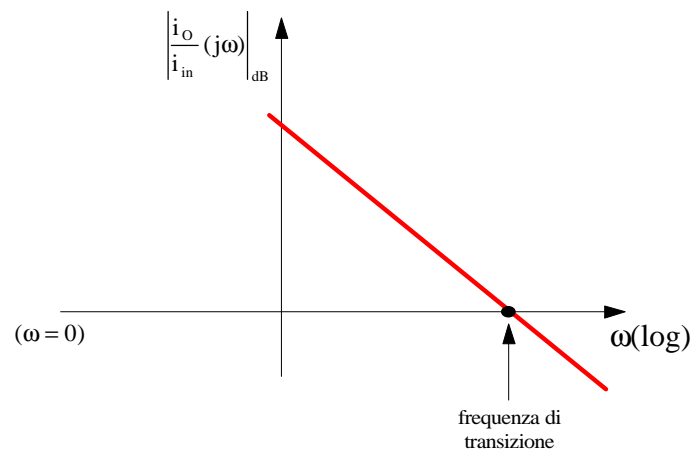
Poniamo $s=j\omega$ al fine di evidenziare la dipendenza del guadagno dalla frequenza:

$$\frac{i_o}{i_{in}}(j\omega) = \frac{g_m - j\omega C_{gd}}{(C_{gs} + C_{gd})j\omega}$$

L'andamento di questo guadagno in funzione di ω si può descrivere mediante il diagramma di Bode del suo modulo. Ponendo il rapporto nella forma

$$\frac{i_o}{i_{in}}(j\omega) = \frac{1}{j\omega} \frac{1 - j\omega \frac{C_{gd}}{g_m}}{\left(\frac{C_{gs} + C_{gd}}{g_m} \right)}$$

si deduce che il diagramma di Bode è fatto nel modo seguente:



Calcoliamo la pulsazione di transizione ω_T , definita sempre come la frequenza alla quale $\left| \frac{i_o}{i_{in}}(j\omega) \right|$ diventa unitario. Facciamo l'ipotesi iniziale che lo zero del guadagno di corrente si trovi fuori banda, ossia al di là della frequenza di transizione che intendiamo calcolare; ciò significa che possiamo riscrivere il guadagno nella seguente forma approssimata:

$$\frac{i_o}{i_{in}}(j\omega) = \frac{1}{j\omega} \frac{1}{\left(\frac{C_{gs} + C_{gd}}{g_m} \right)}$$

Da qui si deduce immediatamente, imponendo che il corrispondente modulo diventi unitario in corrispondenza di ω_T , che

$$\omega_T = \frac{g_m}{C_{gd} + C_{gs}} \longrightarrow f_T = \frac{\omega_T}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \frac{g_m}{C_{gd} + C_{gs}}$$

Si tratta di una espressione ancora una volta formalmente identica a quella trovata per il BJT.

Essa evidenzia, tra l'altro, la bontà dell'approssimazione di considerare lo zero $z = \frac{g_m}{C_{gd}}$ fuori banda, in quanto è evidente che la frequenza dello zero è sicuramente superiore alla frequenza di transizione.

A differenza dei BJT, in questo caso non si può parlare di frequenza di taglio. In entrambi i casi, è *comunque la frequenza di transizione che caratterizza principalmente il comportamento in frequenza, indicando le massime prestazioni che il singolo transistor può raggiungere, definendo il punto oltre il quale il guadagno di corrente diventa minore di 1.*

E' anche importante evidenziare che, come vedremo nel seguito, un qualsiasi circuito limita ulteriormente le prestazioni di un transistor a causa degli ulteriori effetti capacitivi che il circuito stesso introduce.

Autore: Sandro Petrizzelli

e-mail: sandry@iol.it

sito personale: <http://users.iol.it/sandry>