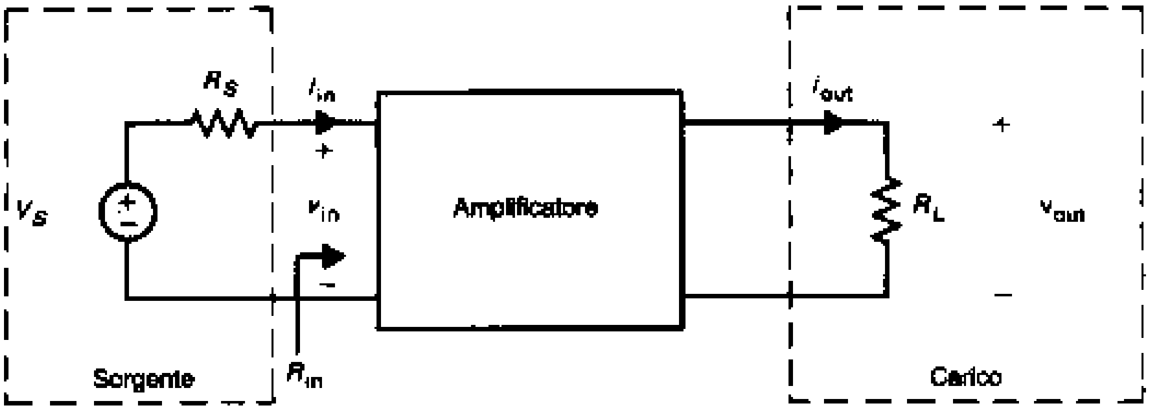
Appunti di
Compatibilità Elettromagnetica

CARATTERIZZAZIONE DI UN AMPLIFICATORE

Consideriamo il semplice circuito amplificatore mostrato nella prossima figura:



La **sorgente** di segnale è caratterizzata da una **tensione a vuoto V_S** e da una **resistenza interna R_S**; essa fornisce il segnale ad un **amplificatore** il cui **carico** è rappresentato dalla resistenza **R_L**.

Indicando con R_{in} la resistenza di ingresso dell'amplificatore, possiamo facilmente valutare la potenza fornita all'amplificatore:

$$P_{in} = \frac{v_{in}^2}{R_{in}} = R_{in} i_{in}^2$$

In modo del tutto analogo, la potenza fornita al carico è

$$P_{out} = \frac{v_{out}^2}{R_L} = R_L i_{out}^2$$

Di conseguenza, il **guadagno di potenza** dell'amplificatore è

$$G_P = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{\dfrac{v_{out}^2}{R_L}}{\dfrac{v_{in}^2}{R_{in}}} = \frac{v_{out}^2}{v_{in}^2} \frac{R_{in}}{R_L}$$

Esprimendo questo guadagno in dB, abbiamo che

$$(G_P)_{dB} = 10\log_{10}\frac{P_{out}}{P_{in}} = 10\log_{10}\frac{v_{out}^2}{v_{in}^2}\frac{R_{in}}{R_L} = 10\log_{10}\frac{v_{out}^2}{v_{in}^2} + 10\log_{10}\frac{R_{in}}{R_L} =$$
$$= 20\log_{10}\frac{v_{out}}{v_{in}} + 10\log_{10}\frac{R_{in}}{R_L} = (A_V)_{dB} + 10\log_{10}\frac{R_{in}}{R_L}$$

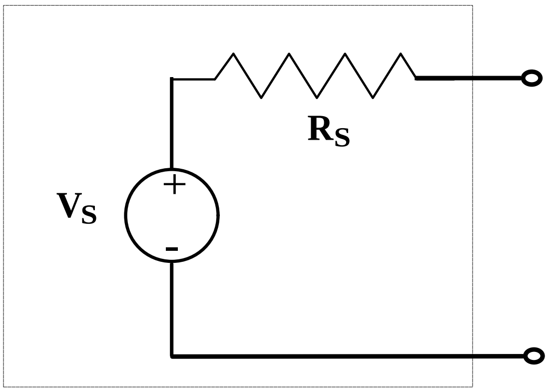
dove abbiamo evidentemente indicato con $\mathbf{(A_V)_{dB}}$ il guadagno di tensione (espresso in dB) dell'amplificatore.

Quest'ultima formula mostra che il guadagno di potenza (in dB) di un amplificatore coincide con quello di tensione (sempre in dB) nel caso in cui risultano uguali la resistenza di ingresso dell'amplificatore stesso ed il carico da esso alimentato. Naturalmente, sempre nell'ipotesi che $R_{in}=R_L$, se ci esprimiamo in unità naturali anziché in unità logaritmiche, il rapporto di potenze diventa uguale al quadrato del rapporto di tensioni:

$$(G_P)_{R_L=R_{in}} = \left(\frac{P_{out}}{P_{in}}\right)_{R_L=R_{in}} = \left(\frac{v_{out}}{v_{in}}\right)^2$$

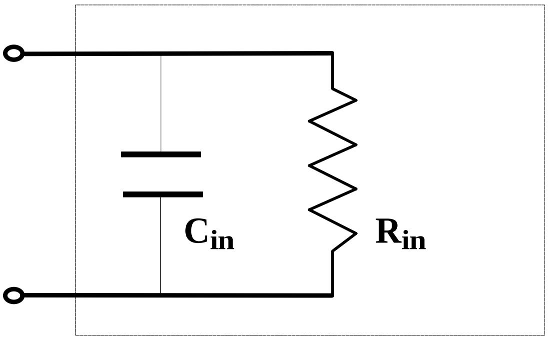
CARATTERIZZAZIONE DELLE SORGENTI DI SEGNALE

Le **sorgenti di segnale** possono sempre essere caratterizzate per mezzo del circuito equivalente di Thevenin mostrato nella figura seguente:



Il parametro V_S rappresenta la **tensione a vuoto**, mentre R_S è la **resistenza interna** della sorgente. Nella maggior parte dei casi, risulta $\mathbf{R_S=50\Omega}$.

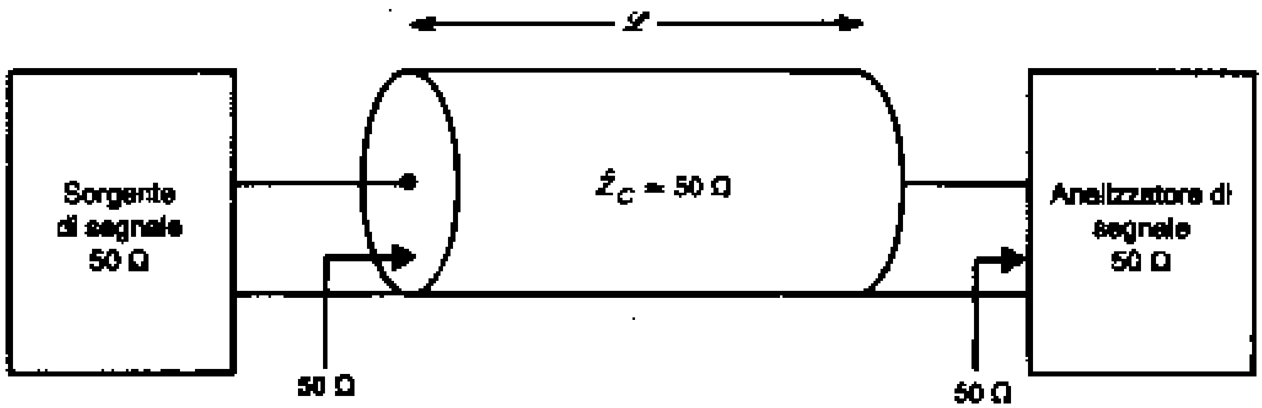
Inoltre, quasi tutti gli **strumenti** utilizzati per la misura dei segnali possono essere caratterizzati come mostrato nella figura seguente:



In molti strumenti (ad esempio negli *analizzatori di spettro*), la resistenza interna R_{in} vale ancora **50** Ω, mentre la capacità C_{in} è di bassissimo valore (praticamente trascurabile). D'altra parte, ci sono invece altri strumenti, come per esempio i *voltmetri* e gli *oscilloscopi*, la cui resistenza interna non è di 50 Ω, ma decisamente più grande (per strumenti elettronici, si va su resistenze dell'ordine dei MΩ, mentre la capacità è dell'ordine di qualche decina di pF).

Per poter stabilire quali siano le caratteristiche di ingresso di uno strumento per la misura di segnali, è dunque sufficiente individuare i valori di R_{in} e C_{in}, che generalmente sono forniti direttamente dal costruttore (ad esempio, sono riportati accanto al connettore di ingresso).

Alla luce di queste considerazioni, andiamo ad esaminare la struttura mostrata nella figura seguente:



Abbiamo qui una sorgente di segnale, con resistenza interna di 50 Ω, connessa ad una analizzatore di segnale (con resistenza di ingresso ancora da 50 Ω) tramite un cavo coassiale di impedenza caratteristica $\mathbf{z_C=50\Omega}$ ([1]).

Dato che il carico (rappresentato dall'analizzatore di segnali) ha impedenza di ingresso pari a z_C, deduciamo che c'è **adattamento** tra cavo e carico: questo significa che l'impedenza di ingresso del carico vale $\mathbf{z_{in}=z_C=50\Omega}$ per qualsiasi frequenza e per qualsiasi lunghezza del cavo stesso ([2]). *Questo spiega perché gli strumenti per la misura dei segnali abbiano generalmente una resistenza di ingresso di 50W e i cavi coassiali abbiano impedenza caratteristica di 50 W* ([3]).

[1] E' opportuno ricordare che l'impedenza caratteristica di una linea di trasmissione è puramente resistiva quando tale linea ha perdite nulle. Questo è un caso puramente ideale, irrealizzabile nella pratica, ma comunque va bene, con buona approssimazione, quando le perdite sono comunque molto basse. Noi facciamo allora proprio questa ipotesi.

[2] E' importante distinguere la resistenza R_{in} di ingresso dalla impedenza di ingresso, che vale $z_{in}=R_{in}+jX_{in}$, dove X_{in} rappresenta la parte reattiva dell'impedenza (e quindi, per esempio, l'eventuale condensatore in parallelo alla resistenza).

[3] In realtà, l'impedenza dei cavi coassiali dipende dalle applicazioni: ad esempio, per portare il segnale TV dall'antenna domestica al televisore si usa generalmente un cavo coassiale da 75 Ω.

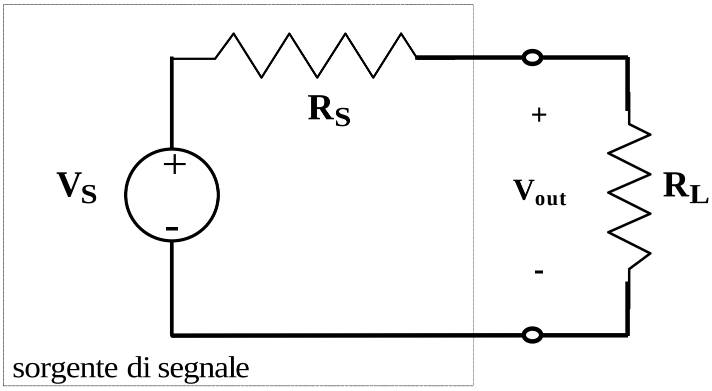
Ad ogni modo, nonostante i **50Ω** siano diventati uno standard per il mondo industriale, è bene sottolineare che qualsiasi altro valore diverso da 50Ω sarebbe comunque accettabile*: ciò che conta, infatti, è che la resistenza di carico del cavo, che coincide con quella di ingresso dell'analizzatore di segnale, sia pari all'impedenza caratteristica del cavo stesso;* se non fosse così, l'impedenza di ingresso del cavo, misurata in corrispondenza della sorgente, risulterebbe funzione sia della frequenza ω sia della lunghezza L del cavo. Questa situazione renderebbe molto difficile la determinazione dell'impedenza vista dalla sorgente; non solo, ma la variazione di tale impedenza con ω e con L comporterebbe analoghe variazioni del segnale di uscita: infatti, anche se la tensione a vuoto V_S della sorgente fosse stabile, il valore della tensione di uscita dipenderebbe dalla resistenza di sorgente R_S e dalla resistenza di carico connessa ai suoi morsetti.

Spesso è importante poter eseguire una *scansione in frequenza*, cioè un insieme di misure successive ottenute facendo variare la frequenza della sorgente; se l'uscita non fosse costante con la frequenza, tali misure sarebbero inutili, in quanto non permetterebbero di determinare il valore esatto dell'uscita ad una determinata frequenza.

Queste osservazioni spiegano dunque il motivo per cui *la moderna strumentazione per misure di compatibilità elettromagnetica (e non solo) abbia impedenze di ingresso e di sorgente puramente resistive di 50W ed i cavi coassiali utilizzati abbiano impedenze caratteristiche di 50W.*

Sulla base di queste premesse, ci possiamo accorgere facilmente di come sia facile calcolare, per lo schema dell'ultima figura, sia il segnale in uscita dalla sorgente sia quello in corrispondenza dello strumento di misura.

Il livello del segnale in uscita dalla sorgente viene solitamente indicato dal generatore stesso di segnale in termini di potenza di uscita (espressa in **dBm**) fornita ad un carico adattato. Per comprendere il concetto, basta far riferimento alla figura seguente, in cui una sorgente di segnale è connessa ad un carico R_L tramite un collegamento che può essere sia diretto sia effettuato mediante un cavo:



La semplice applicazione della regola del partitore di tensione ci dice che la tensione ai morsetti della sorgente di segnale vale

$$V_{out} = \frac{R_L}{R_S + R_L} V_S$$

La condizione di massimo trasferimento di potenza dalla sorgente al carico (resistivo) si ha notoriamente quando quest'ultimo è pari alla resistenza interna della sorgente: ponendo perciò $\mathbf{R_S = R_L}$, otteniamo

$$V_{out} = \frac{1}{2} V_S$$

Da qui possiamo ricavare anche la potenza fornita dal generatore (in condizioni di massimo trasferimento di potenza, cioè appunto di adattamento al carico):

$$P_{out} = \frac{V_{out}^2}{R_L} = \frac{\frac{1}{4}V_S^2}{R_L} = \frac{V_S^2}{4R_L}$$

Solitamente, i generatori di segnali assumono che sia $R_L=R_S=50\Omega$, per cui visualizzano, sul proprio display, la potenza fornita ad un carico adattato da 50Ω:

$$P_{out}(W) = \frac{V_S^2}{4 \cdot 50\Omega} = \frac{V_S^2}{200}(W)$$

dove, ovviamente, la tensione che compare in questa espressione deve essere misurata in V.

In particolare, la potenza viene visualizzata in **dBm**, ossia rapportando la potenza effettiva ad 1mW, calcolandone il logaritmo in base 10 e moltiplicando per 10:

$$(P_{out})_{dBm} = 10\log_{10}\frac{P_{out}}{1mW} = 10\log_{10}\frac{\frac{V_S^2}{200}}{1mW} = 10\log_{10}\frac{V_S^2}{200mW}$$

Spesso, anziché riferirsi al valore di picco della tensione fornita dalla sorgente, ci si riferisce al **valore efficace**: quest'ultimo, per una forma d'onda $v_S(t)$ periodica (di periodo T) generica, è notoriamente definito mediante la relazione

$$V_{eff,S} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v_S^2(t)dt}$$

Nel caso particolare di una forma d'onda sinusoidale, è noto che il valore efficace è legato al valore di picco $V_{picco,S}$ dalla relazione $V_{eff,S} = \frac{V_{picco,S}}{\sqrt{2}}$. Se allora sostituiamo nell'espressione della potenza, otteniamo che

$$(P_{out})_{dBm} = 10\log_{10}\frac{V_{picco,S}^2}{200mW} = 10\log_{10}\frac{2V_{eff,S}^2}{200mW} = 10\log_{10}\frac{V_{eff,S}^2}{100mW}$$

Quella di usare il valore efficace della tensione e della corrente è una convenzione spesso usata in campo industriale, proprio per evitare di portarsi avanti il fattore ½ nell'espressione della potenza.

Esempi numerici

Facciamo adesso alcuni esempi numerici a supporto delle considerazioni fatte nel paragrafo precedente.

Partiamo da un caso semplice: supponiamo che la tensione di uscita di un generatore, su un carico di 50Ω, sia $V_{out}=120\mu V$; la corrispondente potenza di uscita è

$$P_{out} = \frac{V_{out}^2}{R_L} = \frac{\left(120 \cdot 10^{-6}\right)^2}{50} = 2.88 \cdot 10^{-10}\,W$$

$$\left(P_{out}\right)_{dBm} = 10\log_{10}\frac{P_{out}}{1mW} = 10\log_{10}\frac{2.88 \cdot 10^{-7}\,mW}{1mW} = -65.4\ dBm$$

In modo del tutto analogo, se supponiamo che uno strumento di misura indichi una potenza di ingresso di -37dBm (per una resistenza di ingresso che si ipotizza sia sempre di 50Ω), allora i passaggi da fare per calcolare la tensione di ingresso sono i seguenti:

$$\left(P_{in}\right)_{dBm} = 10\log_{10}\frac{P_{in}}{1mW} \longrightarrow P_{in} = 10^{\frac{\left(P_{in}\right)_{dBm}}{10}} \cong 0.0002\ mW$$

$$V_{in} = \sqrt{P_{in} \cdot R_L} = \sqrt{\left(0.0002 \cdot 10^{-3}\right) \cdot 50} \cong 0.00316\ V\ \left(\Leftrightarrow 70dB\mu V\right)$$

Basta cioè semplicemente convertire la lettura di potenza da dBm in unità naturali e poi applicare la formula che lega la potenza alla corrispondente tensione, ipotizzando R_L=50Ω.

Il livello massimo del segnale che può essere applicato in ingresso ad uno strumento viene di solito specificato proprio in **dBm**: viene cioè fornito il valore della potenza massima che può essere dissipata dalla resistenza di ingresso dello strumento (che si assume sempre essere di 50Ω). Se la potenza effettivamente posta in ingresso fosse superiore al limite indicato, lo strumento potrebbe danneggiarsi irreparabilmente.
Supponiamo, per esempio, di avere un analizzatore di spettro al cui ingresso può essere applicata una potenza massima di -30dBm (corrispondente a 1μW). Con un discorso analogo a quello fatto nell’ultimo esempio, deduciamo che la massima tensione in ingresso tollerabile dallo strumento risulta essere

$$\left(V_{in}\right)_{max} = \sqrt{\left(P_{in}\right)_{max} \cdot R_L} = \sqrt{\left(1 \cdot 10^{-6}\right) \cdot 50} \cong 0.007071\,V\ \left(\Leftrightarrow 8.5dBmV\right)$$

Adesso consideriamo il caso di una sorgente (con R_S=50Ω) connessa ad un carico **R_L=150Ω**. Supponiamo di aver usato uno strumento di misura per misurare la potenza di uscita della sorgente e di aver rilevato il valore P_{out}=-37dBm del precedente esempio. Nel passare dalla potenza alla tensione, lo strumento di misura assume, per ipotesi, che il carico sia da 50Ω, per cui fornisce un valore di tensione, in base ai calcoli di poco fa, di 0.00316 V. Tuttavia, il carico R_L non è da 50 Ω, per cui questa indicazione è sbagliata.

Possiamo però ugualmente risalire alla effettiva tensione di uscita: il modo più semplice di procedere è quello di usare la misura di potenza dello strumento per ricavare la tensione a vuoto V_S della sorgente, in modo poi da calcolare la vera V_{out}.

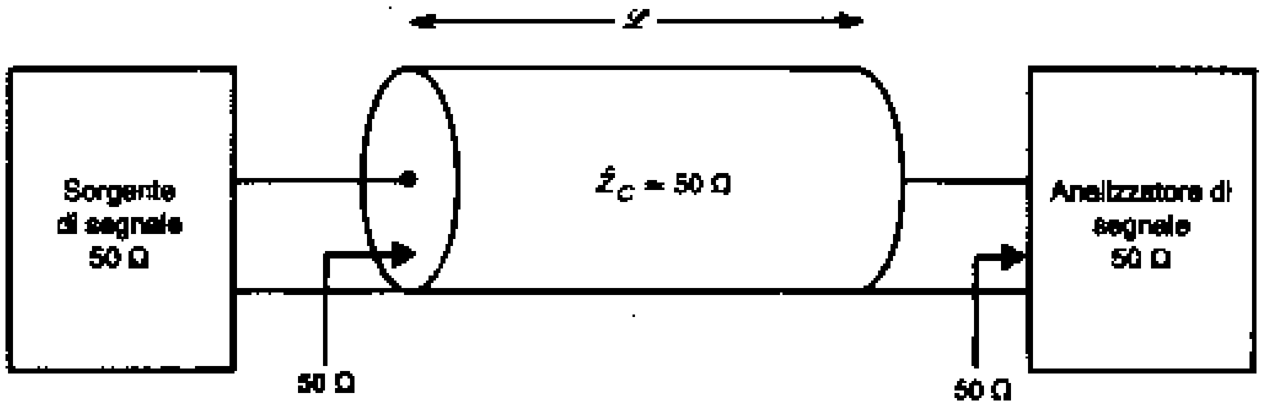
Infatti, per ricavare il valore di V_S, basta assumere che il carico sia di 50Ω (cioè basta fare la stessa ipotesi fatta dallo strumento di misura): una lettura di potenza di -37dBm (↔0.2mW) corrisponde, su un carico da 50Ω, ad una tensione di 0.1V; essendo anche R_S=50Ω, possiamo applicare la relazione $V_{out} = \frac{1}{2}V_S$, da cui deduciamo che

$$V_S = 2 \cdot V_{out} = 2 \cdot 0.1 = 0.2\,V$$

Se questa è la tensione a vuoto della sorgente, abbiamo visto in precedenza che la tensione sul carico (cioè la vera tensione di uscita) si calcola applicando il partitore di tensione:

$$V_{out} = \frac{R_L}{R_S + R_L} V_S = \frac{150}{50+150} \cdot 0.2 = 0.15\,V$$

Sulla base di tutte queste considerazioni, possiamo adesso fare dei calcoli sullo schema generale considerato prima e qui di seguito riproposto:



Dobbiamo in primo luogo fissare la frequenza di lavoro, in quanto è noto che un qualsiasi mezzo di trasmissione (quale appunto il cavo coassiale) presenta una attenuazione (cioè una perdita di potenza intesa come *rapporto tra potenza in ingresso e potenza in uscita*) dipendente dalla frequenza. Questa frequenza di lavoro è evidentemente quella indicata dalla sorgente di segnale sul proprio display: ipotizziamo si tratti di **100 MHz**.

Ipotizziamo, inoltre, che la stessa sorgente indichi un segnale in uscita ad un livello di potenza di **-30 dBm**.

Per quanto riguarda il cavo, supponiamo che si tratti di un cavo del tipo **RG-58U**, lungo **L=150 ft**. Tale cavo, a 100 MHz, presenta una attenuazione specifica (cioè una attenuazione, in dB, riferita a 100ft di lunghezza) di **4.5 dB/100 ft**.

Infine, supponiamo che la resistenza interna della sorgente, l'impedenza caratteristica del cavo e quella di ingresso dello strumento di misura siano tutte di **50 Ω**. Qualora non valgano queste uguaglianze, i calcoli che seguiranno non avrebbero senso ed il valore effettivo del segnale in corrispondenza dello strumento sarebbe estremamente difficile da misurare (senza l'esecuzione di ulteriori misure).

Dunque, sotto le ipotesi fatte, è immediato ricavare la potenza P_{ric} ricevuta dallo strumento: basta infatti considerare la potenza P_{out} emessa dalla sorgente e l'attenuazione α cui essa è sottoposta a causa del cavo. Scriviamo perciò che

$$P_{ric} = P_{out} \cdot \frac{1}{\alpha} = P_{out} \cdot \frac{P_{out,cavo}}{P_{in,cavo}}$$

In unità logaritmiche (che sono sempre le più comode in questo tipo di formule, dato che trasformano prodotti e divisioni rispettivamente in somme e differenze), abbiamo che

$$(P_{ric})_{dBm} = 10\log_{10}\frac{P_{ric}}{1mW} = 10\log_{10}\frac{P_{out}\cdot\frac{1}{\alpha}}{1mW} = 10\log_{10}\frac{P_{out}}{1mW} - 10\log_{10}\alpha = -30(dBm) - 10\log_{10}\alpha$$

L'attenuazione complessiva si calcola facilmente a partire dall'attenuazione specifica e dalla lunghezza del cavo:

$$\alpha = \alpha_S \cdot L = 4.5\left(\frac{dB}{100ft}\right)\cdot\frac{150}{100}(ft) = 6.75dB$$

Possiamo dunque scrivere che la potenza ricevuta dallo strumento è

$$(P_{ric})_{dBm} = -30\,dBm - 6.75\,dB = -36.75\,dBm$$

Avendo detto che la resistenza di ingresso dello strumento è di 50Ω, possiamo immediatamente calcolarci la tensione in ingresso:

$$P_{ric} = 10^{\frac{(P_{ric})_{dBm}}{10}} \cong 0.000211\ mW$$

$$V_{ric} = \sqrt{P_{ric}\cdot R_L} = \sqrt{\left(0.000211\cdot 10^{-3}\right)\cdot 50} \cong 3.25mW\ \left(\Leftrightarrow 70.24dB\mu V\right)$$

A questo stesso risultato potevamo arrivare anche per altra via. Infatti, dato l'adattamento tra la sorgente ed il cavo coassiale (R_S=z_C=50Ω), possiamo convertire immediatamente la potenza in uscita in tensione in uscita:

$$V_{out} = \sqrt{P_{out}\cdot R_L} = \sqrt{\left(1\cdot 10^{-6}\right)\cdot 50} \cong 7.07mW\ \left(\Leftrightarrow 77dB\mu V\right)$$

Conosciamo dunque la tensione in ingresso al cavo. Se interpretiamo il cavo come un amplificatore (sia pure con guadagno minore di 1), abbiamo visto in precedenza che sussiste la relazione

$$(G_P)_{dB} = (A_V)_{dB} + 10\log_{10}\frac{R_{in,cavo}}{R_{L,cavo}}$$

dove $(G_P)_{dB} = \left(\frac{P_{out,cavo}}{P_{in,cavo}}\right)_{dB}$ e $(A_V)_{dB} = \left(\frac{V_{out,cavo}}{V_{in,cavo}}\right)_{dB}$ sono i guadagni rispettivamente di potenza e di tensione del cavo stesso. Nel nostro caso, dato l'adattamento tra il cavo e lo strumento ($R_{in,cavo}$=$R_{L,cavo}$), possiamo evidentemente scrivere che

$$(G_P)_{dB} = (A_V)_{dB}$$

Questa relazione dice dunque che, in dB, il guadagno di tensione coincide con quello di potenza, ossia anche che la potenza in uscita dal cavo differisce da quella in ingresso per la stessa quantità di cui differiscono la tensione in uscita e quella in ingresso. Questa quantità è il guadagno di potenza del cavo, ossia il reciproco dell'attenuazione:

$$(V_{out,cavo})_{dB} = (G_P)_{dB} + (V_{in,cavo})_{dB}$$

In definitiva, con i simbolismi usati prima, possiamo concludere che

$$\left(V_{ric}\right)_{dB\mu V} = \left(\frac{1}{\alpha}\right)_{dB} + \left(V_{out}\right)_{dB\mu V} = -6.75\,dB + 77\,dB\mu V = 70.24\,dB\mu V$$

Si tratta ovviamente dello stesso risultato di prima.

Autore: **SANDRO PETRIZZELLI**
e-mail: sandry@iol.it
sito personale: http://users.iol.it/sandry
succursale: http://digilander.iol.it/sandry1