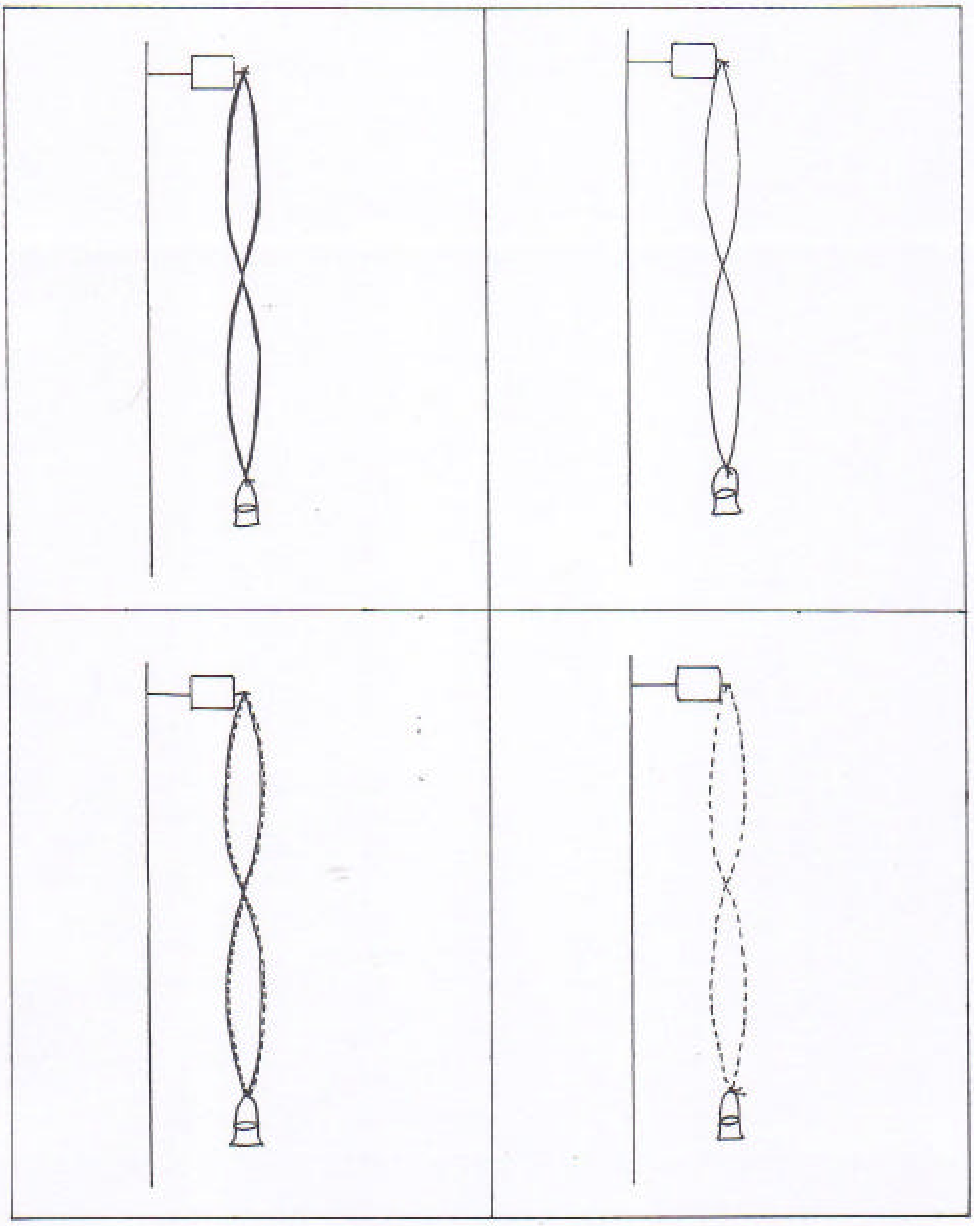
Correlazione esistente tra ? e µ

FASE 1: CORRELAZIONE ESISTENTE TRA T E M



CONSIDERAZIONI CRITICHE FASE 1:

1 Per n si intende il numero di ventri dell'onda stazionaria quindi il numero di mezze lunghezze d'onda prodotte dal vibratore lungo il filo.

2 Sono stati utilizzati cestelli portapesi con diverse masse (SI VEDA TAB.1, NOTE): m_c1, m_c2, m_c3 adatte a realizzare due ventri con fili di densità lineare μ e di diverso materiale. Si richiedevano, infatti, tensioni T nel filo con valori molto differenti l'uno dall'altro.

3 Per quanto riguarda l'elaborazione statistica dei dati la riga 15 della tabella 1 non è stata presa in considerazione in quanto per ottenere due ventri in un metro di filo di quel tipo avremmo dovuto appendere un peso di 1020 Kg circa.

4 È necessario fare in modo che l'asta di sostegno non oscilli a causa del movimento periodico del vibratore. In tal caso si correrebbe il rischio di introdurre effetti di risonanza indesiderati.

5 Per evitare che il cestello portapesi, a causa della non centralità del suo baricentro, potesse oscillare o ruotare su se stesso abbiamo cercato di sistemare i pesetti al centro del cestello.

6 I valori della tensione T, dati dal numero di pesetti che si aggiungevano nel cestello per avere un numero di ventri da noi precedentemente stabilito, sono stati ottenuti per tentativi. Si sono, così, aggiunti e tolti pesetti fino al punto di osservare qualitativamente la "migliore" configurazione stazionaria.

7 La lunghezza del filo è molto importante: una piccola distrazione nella sua misurazione può pregiudicare la bontà dell'esperienza.

8 Il filo che sostiene i pesetti dovrebbe essere di massa nulla essendo, nella trattazione teorica, la massa concentrata interamente all'estremità inferiore del filo. Ovviamente questa condizione rimane del tutto teorica.

9 Nei grafici numero 1 e 2 si è usata una scala BILOGARITMICA in quanto ci ha permesso di presentare, sullo stesso grafico, tutti i valori della densità lineare del filo (μ).
Sui due assi è presente una divisione di tipo logaritmico: ogni unità rappresenta una potenza di base dieci poste in successione $(10 \cdot 10^2 \cdot 10^3 \dots 10^n)$.

Questo accorgimento permette di evitare la concentrazione di valori in uno spazio ristretto del grafico.

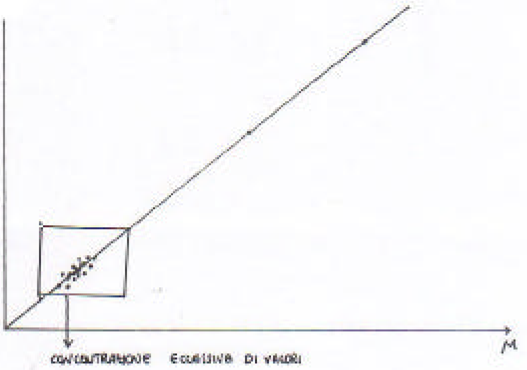


FIGURA 1: RELAZIONE TRA T E M NELLA NORMALE SCALA LINEARE

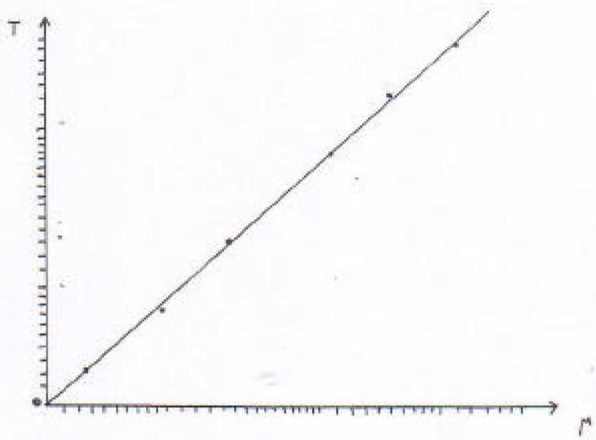


FIGURA 2: RELAZIONE TRA T E M NELLA SCALA LOGARITMICA

PERMETTE DI APPREZZARE CHE LA CORRELAZIONE DI LINEARITÀ SI ESTENDE AD UNA MOLTITUDINE DI VALORI DELLA DENSITÀ LINEARE (M)

TAB. 1 TABELLA DI DATI RIGUARDANTI LA CORRELAZIONE CHE LEGA T E μ

		MASSA DEL FILO	LUNGHEZZA FILO		LUNGHEZZA FILO PER CALCOLO DI μ	DENSITÀ LINEARE DEL FILO	TENSIONE DEL FILO	COEFFICIENTE DI PROPORZIONALITÀ	
N	FILI	m $(Kg \cdot 10^{-3})$ $\pm 0{,}001$	ℓ (m) $\pm 0{,}001$	ℓ^2 (m^2)	L (m) $\pm 0{,}001$	$\mu = \frac{m}{L}$ $(\frac{Kg}{m} \cdot 10^{-6})$	T (N) $\pm 0{,}001$	$K = \frac{T}{\mu}$ $(\frac{Nm}{Kg})$	NOTE
1	SETA 3	0,077	1,000	1,000	2,842	27,00	0,301	11150	$n = 2$
2	FILO DA RICAMO	0,140	1,000	1,000	4,497	31,000	0,310	10000	$f = (100 \pm 1)$ Hz
3	FILO FORTE 2	0,181	1,000	1,000	4,497	40,200	0,402	10000	$K = \frac{4f^2\ell^2}{n^2}$
4	SETA 1	0,149	1,000	1,000	2,456	61,0	0,610	10000	
5	FILO FORTE 1	0,277	1,000	1,000	4,497	61,60	0,579	9399	$m_{c_1} = (28{,}7 \pm 0{,}1) 10^{-3}$ Kg
6	FILO PER IMBASTIRE	0,309	1,000	1,000	4,497	68,70	0,686	9985	$m_{c_2} = (42{,}8 \pm 0{,}1) 10^{-3}$ Kg
7	SETA 2	0,111	1,000	1,000	1,499	74,00	0,740	9990	$m_{c_3} = (14{,}5 \pm 0{,}1) 10^{-3}$ Kg
8	NYLON	0,535	1,000	1,000	5,996	89,00	0,892	10022	
9	POLYESTERE	0,456	1,000	1,000	4,497	101,40	1,017	10020	
10	FILO	0,437	1,000	1,000	2,998	145,80	1,458	10000	
11	COTONE 1	0,569	1,000	1,000	3,730	153,00	1,525	9967	
12	COTONE 2	0,953	1,000	1,000	4,374	218,00	2,205	10100	
13	SPAGO	3,211	1,000	1,000	4,497	714,0	7,134	9990	
14	NYLON A TRECCIA	6,327	1,000	1,000	5,996	1055,0	10,647	10090	
15	FILO DI PLASTICA CON ANIMA DI RAME	12,936	0,347	0,120	1,799	10647	0,781	73	

CALCOLI RELATIVI ALLA TABELLA 1

• POICHÉ $l^2 = l \cdot l$

$$\frac{\Delta l^2}{l^2} = \left(\frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta l}{l}\right) = \frac{2\Delta l}{l}$$

$$\Delta l^2 = \frac{2\Delta l}{\cancel{l}_1} \cdot l^{\cancel{2}^1} = 2 l \Delta l = 2 \cdot 1{,}000 \cdot 0{,}001 = 0{,}002\ m^2$$

• POICHÉ $\mu = \frac{m}{L}$

$$\Delta\mu = \left(\frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta L}{L}\right)\mu$$

AD ESEMPIO $\Delta\mu = \left(\frac{0{,}001}{3{,}212} + \frac{0{,}001}{4{,}497}\right) 714 \cdot 10^{-6} = 0{,}4 \cdot 10^{-6}\ \frac{Kg}{m}$

SI RIPORTA, QUINDI, UNA TABELLA ILLUSTRANTE I VALORI D $\Delta\mu$ PER OGNI MISURA

TAB 1A

N	$\mu\ (\frac{Kg}{m} \cdot 10^{-6})$	$\Delta\mu\ (\frac{Kg}{m} \cdot 10^{-6})$	NOTE
1	27,00	0,05	
2	31,000	0,007	μ = DENSITÀ LINEARE DEL FILO
3	49,200	0,009	$\Delta\mu$ = INCERTEZZA ASSOLUTA SU μ
4	61,00	0,03	
5	61,60	0,01	
6	68,70	0,02	
7	74,00	0,05	
8	89,00	0,02	
9	101,40	0,02	
10	145,80	0,05	
11	153,00	0,04	
12	218,00	0,05	
13	714,0	0,2	
14	1055,0	0,2	
15	10647	6	

$$\overline{K} = \sum_{i=1}^{15} \frac{K_i}{i} = \frac{K_1 + K_2 + K_3 + \dots K_{14}}{14} = \frac{(11150 + \dots + 73)}{14} = 10051 \ \frac{Nm}{Kg}$$

- INCERTEZZA ASSOLUTA SU K MEDIANTE <u>LA PROPAGAZIONE DEGLI ERRORI</u>:

$$\Delta K = \left(\frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta M}{M}\right)\overline{K} = \left(\frac{0{,}001}{0{,}310} + \frac{0{,}4 \cdot 10^{6}}{31{,}0 \cdot 10^{-6}}\right) \cdot 10051 = 162 \ \frac{Nm}{Kg}$$

$$E_r = \frac{\Delta K}{\overline{K}} = \frac{162}{10051} = 0{,}0161$$

$$E_r\% = E_r \cdot 100 = 1{,}61\ \%$$

RISULTATO FINALE

$$\boxed{\begin{array}{c} K = (10051 \pm 162)\ \frac{Nm}{Kg} \\ K = (100 \pm 2) \cdot 10^{+2}\ \frac{Nm}{Kg} \end{array}}$$

· INCERTEZZA ASSOLUTA SU K MEDIANTE IL METODO DELLA DEVIAZIONE STANDARD

Questo metodo ci consente di ridurre l'intervallo $[\bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}}]$ ad una confidenza del 67,6%. Ciò significa che ripetendo un numero N di misure e calcolandone la media, ena ha il 67,6% di possibilità di essere compresa nell'intervallo.

TAB. 1B

	COEFFICIENTE DI PROPORZIONALITÀ	SCARTO SEMPLICE DALLA MEDIA	SCARTO AL QUADRATO	
N	$K = \frac{T}{M}$ $\left(\frac{Nm}{Kg}\right)$	ξ $\left(\frac{Nm}{Kg}\right)$	ξ^2 $\left(\frac{Nm}{Kg}\right)^2$	NOTE
1	11150	1100	120	
2	10000	-51	2600	
3	10000	-51	2600	
4	10000	-51	2600	
5	9399	-88	7700	
6	9985	-66	4350	
7	9990	-61	3700	
8	10022	-29	840	
9	10020	-31	960	
10	10000	-51	2600	
11	9967	-84	7100	
12	10100	49	2400	
13	9990	-61	3700	
14	10090	39	1520	

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \xi_i^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{14} \xi_i^2}{13}} = \sqrt{3291,54} = 57,4 \frac{Nm}{Kg} \simeq 57 \frac{Nm}{Kg}$$

$$\varepsilon_r = \frac{\sigma}{\bar{K}} = \frac{57}{10051} = 0,005671$$

$$\varepsilon_{r\%} = \varepsilon_r \cdot 100 = 0,5671\ \%$$

RISULTATO FINALE

$$\boxed{K = (10051 \pm 57) \frac{Nm}{Kg}}$$

ELABORAZIONE DATI TABELLA 1 MEDIANTE IL METODO DEI MINIMI QUADRATI:

Questo metodo serve a diminuire l'arbitrarietà che in genere sussiste quando si calcolano i parametri di una curva. Esso è un METODO MATEMATICO attraverso cui possiamo trovare la "curva teorica". Si definisce "dei minimi quadrati" in quanto impone di rendere minima la somma dei quadrati delle distanze fra le ordinate dei punti sperimentali e i punti corrispondenti sulla curva: $\delta_1^2+\delta_2^2+\dots\delta_n^2$ = minimo

TAB. 1c

	TENSIONE DEL FILO	DENSITÀ LINEARE DEL FILO	
N	T (N) ± 0,001	μ $\left(\frac{Kg}{m}\cdot 10^{-6}\right)$	NOTE
1	0,301	27,0	
2	0,310	31,0	
3	0,402	40,2	
4	0,610	61,0	
5	0,579	61,6	
6	0,686	68,7	
7	0,740	74,0	
8	0,892	89,0	
9	1,017	101,4	
10	1,458	145,8	
11	1,525	153,0	
12	2,205	218,0	
13	7,134	714,0	
14	10,647	1055,0	

$\delta_i^2=(T-K\mu)^2$ essendo $K=10^4\,\frac{Nm}{Kg}$

$\delta_1^2=(0{,}301-K\,27{,}0\cdot10^{-6})^2=0{,}090601+729\cdot10^{-12}K^2-16{,}254\cdot10^{-6}K$

$\delta_2^2=(0{,}310-K\,31{,}0\cdot10^{-6})^2=0{,}0961+961\cdot10^{-12}K^2-19{,}22\cdot10^{-6}K$

$\delta_3^2=(0{,}402-K\,40{,}2\cdot10^{-6})^2=0{,}161604+1616{,}04\cdot10^{-12}K^2-32{,}3208\cdot10^{-6}K$

$\delta_4^2=(0{,}610-K\,61{,}0\cdot10^{-6})^2=0{,}3721+3721\cdot10^{-12}K^2-74{,}42\cdot10^{-6}K$

$\delta_5^2=(0{,}579-K\,61{,}6\cdot10^{-6})^2=0{,}335241+3794{,}56\cdot10^{-12}K^2-71{,}3328\cdot10^{-6}K$

$\delta_6^2=(0{,}686-K\,68{,}7\cdot10^{-6})^2=0{,}470596+4719{,}69\cdot10^{-12}K^2-94{,}2564\cdot10^{-6}K$

$\delta_7^2=(0{,}740-K\,74{,}0\cdot10^{-6})^2=0{,}5476+5476\cdot10^{-12}K^2-109{,}52\cdot10^{-6}K$

$\delta_8^2=(0{,}892-K\,89{,}0\cdot10^{-6})^2=0{,}795664+7921\cdot10^{-12}K^2-158{,}776\cdot10^{-6}K$

$\delta_9^2=(1{,}017-K\,101{,}4\cdot10^{-6})^2=1{,}034289+10281{,}96\cdot10^{-12}K^2-206{,}25\cdot10^{-6}K$

$\delta_{10}^2=(1{,}458-K\,145{,}8\cdot10^{-6})^2=2{,}125764+21257{,}64\cdot10^{-12}K^2-425{,}153\cdot10^{-6}K$

$\delta_{11}^2=(1{,}525-K\,153{,}0\cdot10^{-6})^2=2{,}325625+23409\cdot10^{-12}K^2-466{,}65\cdot10^{-6}K$

$\delta_{12}^2=(2{,}205-K\,218{,}0\cdot10^{-6})^2=4{,}862025+47524\cdot10^{-12}K^2-961{,}38\cdot10^{-6}K$

$\delta_{13}^2=(7{,}134-K\,714{,}0\cdot10^{-6})^2=50{,}893956+509796\cdot10^{-12}K^2-10187{,}352\,K$

$\delta_{14}^2=(10{,}647-K\,1055{,}0\cdot10^{-6})^2=113{,}36+1113025\cdot10^{-12}K^2-22465{,}17\cdot10^{-6}K$

$\sum_{i=1}^{14}\delta_i^2=\delta_1^2+\delta_2^2+\dots+\delta_{14}^2=177{,}46978+633285{,}89\cdot10^{-12}K^2-12664{,}106\cdot10^{-6}K$

Dunque $f(K)=633285{,}89\cdot10^{-12}K^2-12664{,}106\cdot10^{-6}K+177{,}46978$

DERIVO IL TUTTO

$f'(K)=2\cdot633285{,}89\cdot10^{-12}K-12664{,}106\cdot10^{-6}=1266571{,}8\cdot10^{-12}K-12664{,}106\cdot10^{-6}$

PONENDO $f'(K)=0$

$1266571{,}8\cdot10^{-12}K=12664{,}106\cdot10^{-6}$

DA CUI

$K=\frac{12664{,}106\cdot10^{-6}}{1266571{,}8\cdot10^{-12}}=0{,}99987\cdot10^4\,\frac{Nm}{Kg}=9998{,}7\,\frac{Nm}{Kg}$

CALCOLO DELLA INCERTEZZA ASSOLUTA SUL VALORE DEL PARAMETRO K DETERMINATO CON IL METODO DEI MINIMI QUADRATI

1) determinare la varianza dei dati, cioè la somma dei loro scarti al quadrato dei valori calcolati con il valore K trovato

$\sigma^2=\frac{\Sigma(T_i-K\mu_i)^2}{N-1}=0{,}0009774\left(\frac{Nm}{Kg}\right)^2$

2) si calcola la quantità Δ

$\Delta=N\Sigma(\mu_i)^2-(\Sigma\mu_i)^2=16495351\left(\frac{Nm}{Kg}\right)^2$

3) La deviazione standard su K sarà

$$\sigma_k^2 = \frac{N\sigma^2}{\Delta} = \frac{14 \cdot 0{,}0009774}{16495351} = 0{,}0082954 \cdot 10^{-7} \left(\frac{Nml}{Kg}\right)^2$$

$$\sigma_k = \sqrt{\sigma_k^2} = 0{,}288 \cdot 10^{-4} \frac{Nml}{Kg} \simeq 0{,}3 \cdot 10^{-4} \frac{Nml}{Kg}$$

CALCOLO DEL COEFFICIENTE DI CORRELAZIONE:

Il coefficiente di correlazione (r) indica il grado di "affidabilità" del modello teorico rispetto ai dati sperimentali

$$r = \frac{\Sigma(M_i - \bar{M})(T_i - \bar{T})}{\sqrt{\Sigma(M_i - \bar{M})^2 \, \Sigma(T_i - \bar{T})^2}} = \frac{11861{,}991}{\sqrt{14071{,}415 \cdot 10^4}} = \frac{11861{,}991}{11862{,}3} = 0{,}9999739$$

- SE IL COEFFICIENTE DI CORRELAZIONE È VICINO ALLO 0 NON C'È ALCUNA CORRELAZIONE
- SE IL COEFFICIENTE DI CORRELAZIONE È VICINO AD 1 C'È CORRELAZIONE

Poiché (r), nel nostro caso, è molto vicino ad 1 è presente un'alta correlazione

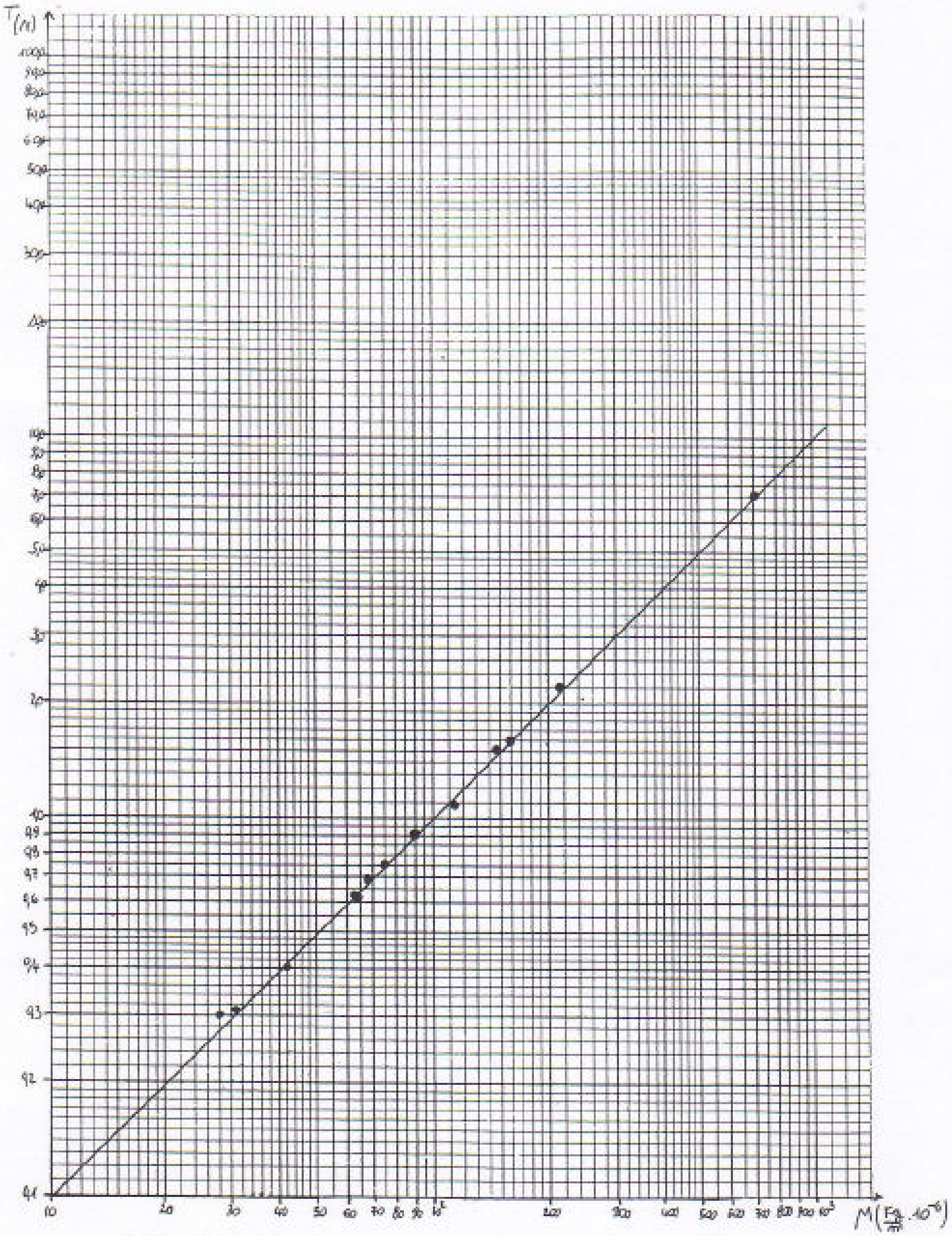


GRAFICO 1 : DIAGRAMMA SU SCALA BILOGARITMICA, ILLUSTRANTE LA RELAZIONE TRA T E M