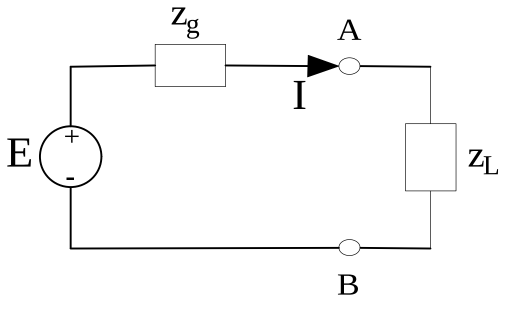
Appunti di Campi elettromagnetici
Capitolo 8 – parte III
Linee di trasmissione

Il problema dell'adattamento

Introduzione

Supponiamo di avere una generatore di forza elettromotrice sinusoidale E, dotato di impedenza interna z_g, collegato ad un carico z_L:



Se ci mettiamo nelle ipotesi di un *circuito a parametri concentrati*, sappiamo che la condizione cosiddetta di **adattamento (di potenza) del carico** è realizzata quando si verifica il massimo trasferimento di potenza dal generatore al carico; dall'elettrotecnica, sappiamo che questa condizione è verificata quando l'impedenza del generatore è pari al complesso coniugato dell'impedenza di carico o viceversa:

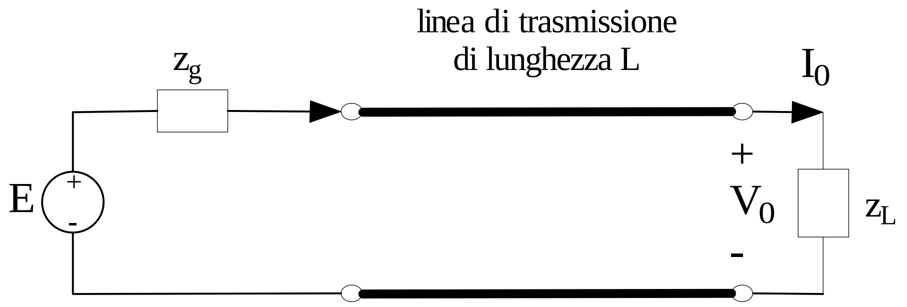
$$z_g^* = z_L$$

Questa affermazione, però, rischia di essere troppo generica: infatti, se l’impedenza z_g non è una pura resistenza, il valore della sua parte immaginaria $X_g(j\omega)$ dipende dalla pulsazione $\omega=2\pi f$ del generatore e quindi l’adattamento potrà essere valido solo per una particolare pulsazione ω_0, quella in corrispondenza della quale risulta ancora verificata la relazione

$$z_g^*(j\omega_0)=z_L(j\omega_0)$$

Se il segnale applicato al carico non è monocromatico, ossia comprende più frequenze, l’adattamento varrà solo per una di queste frequenze. In questa situazione, ci si pone il problema di realizzare il massimo trasferimento di potenza dal generatore al carico non più in termini generici, ma in modo tale da conservare invariato lo spettro del segnale applicato dal generatore: si parla, in questo caso, di **adattamento di uniformità**.

Consideriamo adesso nuovamente un generatore di forza elettromotrice E, dotato sempre di impedenza interna z_g, e supponiamo di utilizzare una linea di trasmissione (di impedenza caratteristica z_C) per collegarlo ad un carico generico z_L:



Facciamo, per semplicità, l’ipotesi che la linea non presenti perdite: sappiamo che, in questo caso, la tensione e la corrente, in corrispondenza di una generica sezione z della linea, sono date dalle equazioni

$$\begin{cases} V(z)=V_0\cos(\beta z)+jz_C I_0\sin(\beta z) \\ I(z)=\dfrac{1}{z_C}\left[jV_0\sin(\beta z)+z_C I_0\cos(\beta z)\right] \end{cases}$$

dove ricordiamo che $z_C=\sqrt{\ell/c}=R_C$, ossia che l’impedenza caratteristica della linea risulta essere una quantità reale.

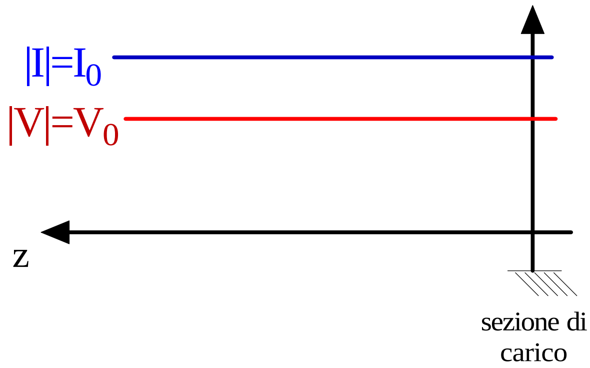
<u>Per non avere distorsioni sul segnale che transita sulla linea, è necessario che la potenza emessa dal generatore sia tutta progressiva</u>; perché questo accada, il coefficiente di riflessione sul carico $\rho_L=V_r/V_i$ deve risultare nullo, il che avviene solo se il carico z_L risulta uguale alla impedenza caratteristica z_C della linea.

In termini analitici, se supponiamo verificata la condizione $z_L=z_C$ e ci ricordiamo che la tensione ai capi del carico vale $V_0=z_L I_0$, le equazioni della tensione e della corrente diventano

$$\begin{cases} V(z) = V_0 \cos(\beta z) + jV_0 \operatorname{sen}(\beta z) = V_0 e^{j\beta z} \\ I(z) = jI_0 \operatorname{sen}(\beta z) + I_0 \cos(\beta z) = I_0 e^{j\beta z} \end{cases}$$

In queste espressioni, si osserva che manca, sia nell'onda di tensione sia in quella di corrente, l'onda riflessa. Abbiamo cioè un'onda puramente progressiva di tensione e un'onda puramente progressiva di corrente: ciò significa che il modulo dell'onda risulta costante (e pari al valore assunto in corrispondenza del carico) man mano che ci si sposta spazialmente.

I diagrammi dei moduli di V(z) e I(z) sono dunque del tipo seguente:



Mettiamoci dunque nelle ipotesi appena citate e consideriamo una generica sezione z della linea (supposta di lunghezza L):

- se guardiamo verso il carico, vediamo l'impedenza d'ingresso $z_i(z)$ in corrispondenza di quella sezione ed è evidente, dalle espressioni di V(z) e I(z), che tale impedenza risulta sempre uguale all'impedenza caratteristica della linea: risulta infatti che

$$z_i(z) = \frac{V(z)}{I(z)} = \frac{V_0 e^{j\beta z}}{I_0 e^{j\beta z}} = \frac{V_0}{I_0} = z_L = z_C$$

- se, invece, guardiamo verso il generatore, vediamo l'equivalente di Thevenin del complesso costituito dal generatore E, dalla sua impedenza interna z_g e dal tratto di linea di lunghezza L-z. Indicati con E' e z'_g i due "parametri" (concentrati) dell'equivalente di Thevenin, è chiaro che, in generale, essi saranno diversi da E e z_g, data proprio la presenza del tratto L-z di linea.

Il caso in cui $E = E'$ e $z_g = z'_g$ si verifica solo quando risulta $z_g = z_C$: di conseguenza, l'adattamento tra generatore e carico si realizza solo imponendo la doppia condizione

$$\boxed{z_g = z_C = z_L}$$

Ovviamente, in queste condizioni, abbiamo già detto che risulta $\rho_L = 0$ e questo comporta anche che

$$|\rho_Z| = |\rho_L| = 0$$

$$ROS = \frac{1+|\rho_L|}{1-|\rho_L|} = 1$$

Nel caso in cui la linea presenta anche delle perdite, è possibile verificare che tali perdite, nelle condizioni di adattamento, sono minime, il che indica che *l’adattamento di uniformità è doppiamente vantaggioso, visto che massimizza la potenza trasferita al carico e minimizza le perdite lungo la linea*

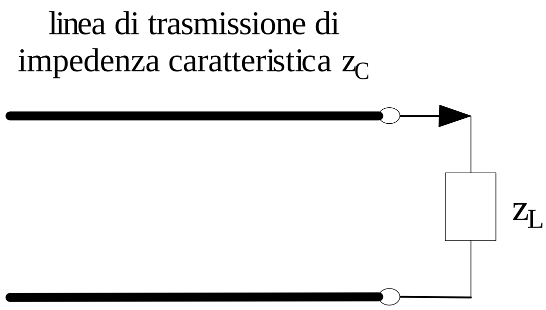
Gli adattatori di impedenza

Nella maggior parte dei casi, ci si trova a dover lavorare con una z_g ed una z_L assegnate e non coincidenti con la z_C della linea che si vuole utilizzare per il collegamento del generatore con il carico. Non potendo, quindi, variare il valore di questi parametri, è necessario, per effettuare l’adattamento, inserire, tra il generatore e la linea e tra la linea ed il carico, due opportune reti biporta: la caratteristica di queste reti deve essere quella per cui, chiudendo l’intero circuito, tali reti vedano, sia verso il carico sia verso il generatore, una impedenza pari alla z_C. Ecco perché queste particolari reti biporta prendono il nome di **adattatori di impedenza**.

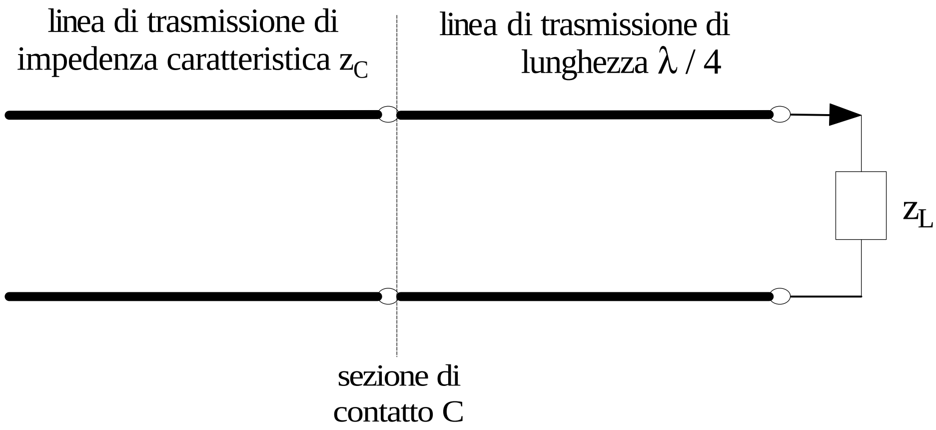
Adattamento mediante linea lunga λ/4

Un primo tipo di adattatore di impedenza è stato analizzato in precedenza ed è la **linea di lunghezza λ/4** (che abbiamo anche definito “*invertitore di impedenza*”).Vediamo allora quali caratteristiche deve avere questa linea affinché si realizzi l’adattamento tra linea e carico.

Supponiamo di partire da una linea generica, di impedenza caratteristica z_C, chiusa su un carico z_L:



In queste condizioni, la linea “vede” una impedenza di ingresso pari esattamente a z_L, mentre abbiamo detto che l’adattamento si realizza quando la linea vede una impedenza di ingresso pari alla propria impedenza caratteristica z_C. Allora, per “passare” da z_L a z_C, possiamo pensare di inserire, tra linea e carico, una nuova linea, lunga λ/4, avente una opportuna impedenza caratteristica z'_C:



Il motivo per cui la lunghezza del nuovo tratto di linea è λ/4 è che, come trovato in precedenza, l'impedenza di ingresso alla sezione indicata in figura con C vale

$$z_i(C) = \frac{(z'_C)^2}{z_L}$$

Sulla base di questa formula, se realizziamo la linea lunga λ/4 con una impedenza caratteristica $z'_C = \sqrt{z_L z_C}$, otteniamo una impedenza di ingresso alla sezione C pari a

$$z_i(C) = \frac{\left(\sqrt{z_L z_C}\right)^2}{z_L} = z_C$$

e quindi realizziamo il desiderato adattamento tra linea e carico.

Il problema di un simile procedimento è che non è facile realizzare, nella pratica, una linea con impedenza caratteristica avente fase prefissata ([1]). Allora, utilizzando la carta di Smith, si procede nel modo seguente:

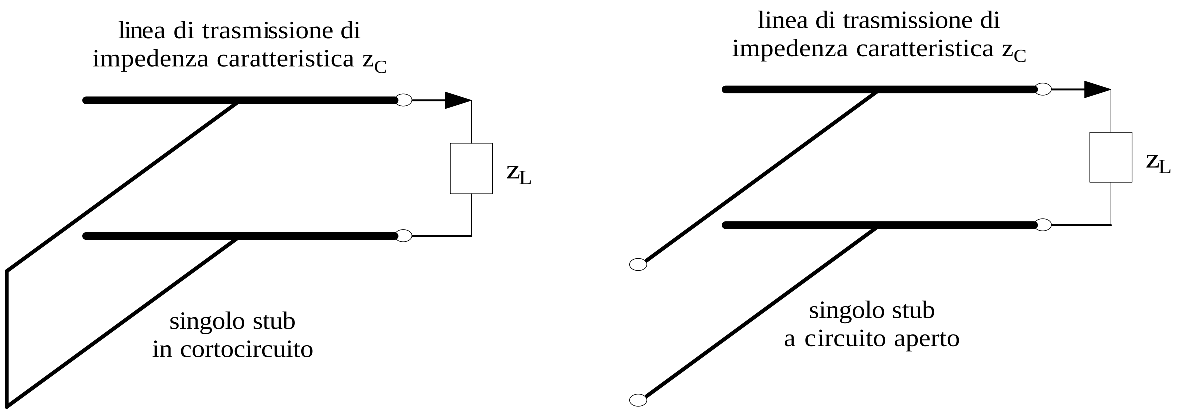
- a partire dal carico z_L (e quindi dal coefficiente di riflessione $\rho_Z(0)=\rho_L$), ci si muove verso il generatore fino alla sezione C (a distanza L_C dal carico) in corrispondenza della quale il vettore rappresentativo del coefficiente di riflessione $\rho_Z(L_C)$ interseca l'asse reale della carta di Smith;
- quando questo avviene, l'impedenza di ingresso vista da C (guardando verso il carico) è puramente resistiva ed è perciò in corrispondenza di questa sezione che viene inserita la linea lunga λ/4 avente impedenza caratteristica $z'_C = \sqrt{R_L z_C}$ (che poi è una impedenza a sua volta puramente resistiva visto che z_C è resistiva).

Anche in questo caso, però, c'è un inconveniente: infatti, l'adattamento così realizzato è comunque "a banda stretta", visto che la linea con impedenza caratteristica z'_C è lunga λ/4 solo per una data frequenza e non per le eventuali altre frequenze di cui è composto il segnale.

1 Ricordiamo sempre che, per una linea senza perdite, l'impedenza caratteristica è reale, mentre, per una linea reale, cioè con perdite, si tratta di una quantità complessa.

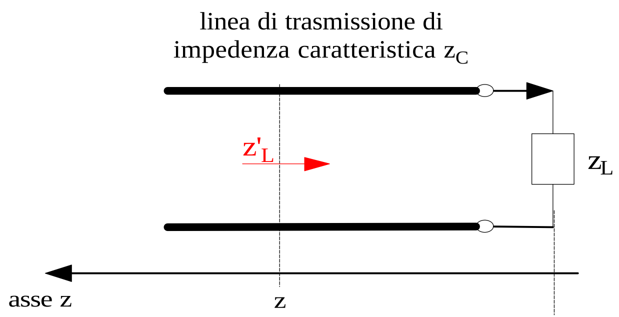
Adattamento a singolo stub

Un’altra possibilità per effettuare l’adattamento tra linea e carico è quello di inserire *in parallelo*, in corrispondenza di una certa sezione della linea in esame, una seconda linea, che prende il nome di **stub**, opportunamente dimensionata, chiusa in cortocircuito oppure su un circuito aperto:



L’adattamento appena realizzato prende il nome di **adattamento a singolo stub**: lo scopo è quello per cui, guardando dalla sezione di inserimento verso il carico, la linea “veda” una impedenza di ingresso complessiva (data dal parallelo tra la parte rimanente della linea e lo stub) pari alla sua impedenza caratteristica z_C. Vediamo di capire meglio di cosa si tratta.

Partiamo dalla sezione di carico, in corrispondenza della quale la linea “vede” una impedenza di ingresso pari evidentemente all’impedenza di carico z_{LOAD}. Muovendoci verso il generatore, l’impedenza z'_L vista dalla linea ad una certa distanza z dal carico è quella del complesso formato dal carico e dal tratto di linea di lunghezza z:



Mettiamoci allora in una generica sezione A dalla quale, guardando verso il carico, si vede una ammettenza di ingresso $y'_{L,A}=1/z'_{L,A}$; perché ci sia adattamento, da questa sezione A la linea deve vedere una ammettenza di ingresso pari all’ammettenza caratteristica y_C: allora, possiamo pensare di inserire, in corrispondenza di questa sezione A, uno stub (chiuso in corto oppure su un circuito aperto a seconda dei casi), dimensionato in modo tale che la somma della sua ammettenza con l’ammettenza $y'_{L,A}=1/z'_{L,A}$ vista da A verso il carico sia pari all'ammettenza caratteristica y_C della linea. In questo modo, la linea è adattata al carico.

In termini della carta di Smith, il ragionamento è il seguente. Partiamo dalla impedenza di carico z_{LOAD}: al fine di avere un riferimento concreto, supponiamo che sia $z_{LOAD} = 60 + j25$. Per utilizzare la carta di Smith, dobbiamo normalizzare questa impedenza, per cui consideriamo l'impedenza di carico normalizzata:

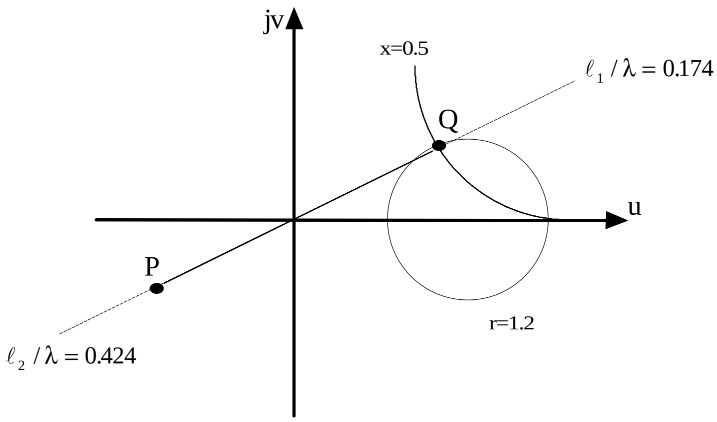
$$z_L = \frac{z_{LOAD}}{z_C} = \frac{60 + j25}{50} = 1.2 + j0.5$$

dove abbiamo supposto che l'impedenza caratteristica della linea sia $z_C = 50$.

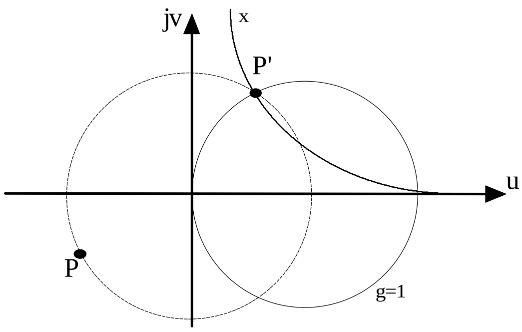
Noto il valore di z_L, possiamo individuare il suo punto rappresentativo Q sulla carta di Smith: sarà l'intersezione tra la circonferenza per r=1.2 e la circonferenza per x=0.5 (sulla scala graduata esterna, quella verso il generatore, il valore corrispondente a Q è $\ell_1 / \lambda = 0.174$).

Dovendo inoltre ragionare con impedenze in parallelo, è opportuno considerare l'ammettenza di carico (sempre normalizzata), ossia $y_L = 1/z_L = 0.71 - j0.3$, ottenibile direttamente sulla carta di Smith operando una rotazione di 180° del punto Q.

Sia dunque P il punto rappresentativo di tale ammettenza sulla carta di Smith:



Per realizzare l'adattamento, dobbiamo fare in modo che la linea veda una ammettenza di ingresso (normalizzata) reale e pari ad 1 (il che equivale a dire che l'impedenza di ingresso vale proprio z_C). Di conseguenza, dobbiamo fare in modo che P si sposti in un punto caratterizzato da una conduttanza g=1 e da una suscettanza s=0. Per ottenere g=1 possiamo ruotare P in senso orario (visto che ci dobbiamo allontanare dal carico) ed a $|\rho_Z|$ costante (visto che la linea è senza perdite), fino ad incontrare la circonferenza corrispondente a g=1:



La rotazione di P avviene puntando il compasso nell'origine e tracciando la circonferenza di raggio $\overline{OP}$ finché essa non interseca la circonferenza corrispondente a g=1. Fisicamente, questa rotazione di P equivale ad allontanarsi progressivamente dal carico di una certa distanza che tra un attimo misureremo.

Naturalmente, ci sono 2 diverse intersezioni della circonferenza di raggio $\overline{OP}$ con la circonferenza g=1: per semplicità, scegliamo la prima, corrispondente al punto $P'(1,0.5)$ (cui corrisponde una lettura sulla scala graduata di $\ell_3/\lambda = 0.143$).

Questa rotazione equivale ad allontanarci dal carico di un tratto $\frac{\ell_{STUB}}{\lambda}$ che possiamo dedurre immediatamente sia in termini di rotazione (se leggiamo il valore in gradi) sia in termini di traslazione (se leggiamo il valore in frazioni di lunghezze d'onda): considerando la traslazione, otteniamo

$$\frac{\ell_{STUB}}{\lambda} = (0.5 - 0.424) + 0.143 = 0.219$$

Ciò che abbiamo ricavato è che la distanza dal carico alla quale dobbiamo inserire lo stub è $\ell_{STUB} = 0.219\lambda$.

A questo punto, ci troviamo nella situazione per cui l'ammettenza (normalizzata) y' vista dalla linea a distanza ℓ_{STUB} dal carico è caratterizzata da g=1 e da una suscettanza $s = j0.5$ diversa da zero. Per realizzare l'adattamento, dobbiamo annullare questa suscettanza (il che equivale a dire che il punto P', rappresentativo di y', deve spostarsi nell'origine) e possiamo far questo inserendo, appunto a distanza ℓ_{STUB}, uno stub, di lunghezza opportuna L_{STUB}, chiuso in corto: infatti, questo stub presenta una ammettenza di ingresso $y_{STUB} = jb_{STUB}$ puramente immaginaria e quindi basta scegliere il valore di L_{STUB} in modo tale che $b_{STUB} + b = 0$.

In altre parole, dobbiamo determinare L_{STUB} in modo tale che risulti

$$y_{STUB} + y' = jb_{STUB} + y' = 1$$

Avendo trovato che $y' = 1 + j0.5$, deduciamo che deve essere $b_{STUB} = -0.5$. Il problema si è dunque ridotto a determinare quanto deve essere lungo lo stub in modo che la sua ammettenza sia $y_{STUB} = 0 - j0.5$. Potremmo procedere per via analitica usando formule trovate in precedenza, ma usando la carta di Smith la soluzione è più immediata:

- per prima cosa, bisogna individuare la circonferenza corrispondente ad s=-0.5 e leggere il valore corrispondente all'intersezione tra la suddetta circonferenza e la scala graduata esterna: così facendo, si legge $\frac{L'_{STUB}}{\lambda} = 0.426$;
- da questa informazione, nota la lunghezza d'onda di lavoro, si deduce che la lunghezza dello stub deve essere

$$\frac{L_{STUB}}{\lambda} = \frac{L'_{STUB}}{\lambda} - \frac{0.25}{\lambda} = 0.176 \longrightarrow L_{STUB} = 0.176\lambda$$

La conclusione dell'esercizio è dunque che l'adattamento della linea al carico può essere effettuata ponendo uno stub in corto, di lunghezza $L_{STUB} = 0.176\lambda$, ad una distanza $\ell_{STUB} = 0.219\lambda$ dal carico.

Esempio

Consideriamo una linea, avente impedenza caratteristica $z_C = 75$, *chiusa su di un carico* $z_{LOAD} = 150 + j75$. *Vogliamo effettuare l'adattamento usando uno stub in corto.*

Il primo passaggio è quello di calcolare l'ammettenza normalizzata di carico, al fine di utilizzare la carta di Smith:

$$z_L = \frac{z_{LOAD}}{z_C} = \frac{150 + j75}{75} = 2 + j \xrightarrow{\text{ruotando di 180° sulla carta di Smith}} y_L = 0.4 - j0.2$$

Sia P il punto rappresentativo di tale ammettenza sulla carta di Smith. Dobbiamo adesso allontanarci dal carico di una distanza ℓ_{STUB} tale che il punto P si posti sulla circonferenza corrispondente a g=1: per fare questo, ruotiamo P in senso orario (puntando il compasso nell'origine) fino ad incontrare la circonferenza corrispondente a g=1. Così facendo, otteniamo il punto $Q(1,1.05)$ caratterizzato da una suscettanza s=1.05.

Prima di annullare questa suscettanza, dobbiamo valutare ℓ_{STUB}, che è la distanza corrispondente alla rotazione appena effettuata: considerando che le letture, sulla scala graduata, corrispondenti a P e a Q sono rispettivamente $\ell_P/\lambda = 0.464$ e $\ell_Q/\lambda = 0.163$, abbiamo che

$$\frac{\ell_{STUB}}{\lambda} = (0.5 - 0.464) + 0.163 = 0.199$$

per cui la distanza dal carico alla quale dobbiamo inserire lo stub è $\ell_{STUB} = 0.219\lambda$.

A questo punto, siamo nella situazione in cui l'ammettenza (normalizzata) y' vista dalla linea a distanza ℓ_{STUB} dal carico è caratterizzata da g=1 e da una suscettanza s=j1.05. Per realizzare l'adattamento, dobbiamo annullare questa suscettanza (il che equivale a spostare il punto P', rappresentativo di y', nell'origine): a questo pensa lo stub in corto, la cui lunghezza L_{STUB} va infatti dimensionata in modo che l'ammettenza di ingresso $y_{STUB}=jb_{STUB}$ dello stub stesso soddisfi la condizione

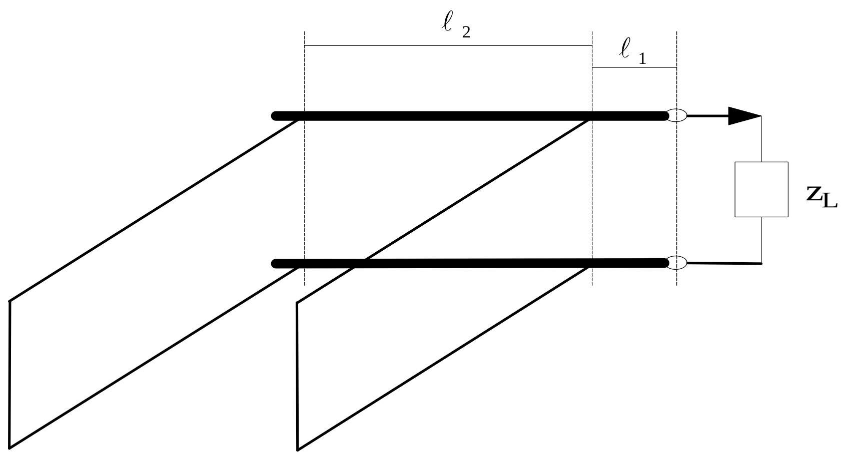
$$y_{STUB} + y' = jb_{STUB} + y' = 1$$

Avendo trovato che $y' = 1 + j1.05$, deduciamo che deve essere $b_{STUB} = -1.05$. La soluzione è immediata: una volta individuata la circonferenza corrispondente a s=-j0.5, leggiamo la sua intersezione con la scala graduata esterna (il valore numerico è $L'_{STUB}/\lambda = 0.372$) e quindi deduciamo che

$$\frac{L_{STUB}}{\lambda} = \frac{L'_{STUB}}{\lambda} - \frac{0.25}{\lambda} = 0.122 \longrightarrow L_{STUB} = 0.122\lambda$$

Adattamento a doppio stub

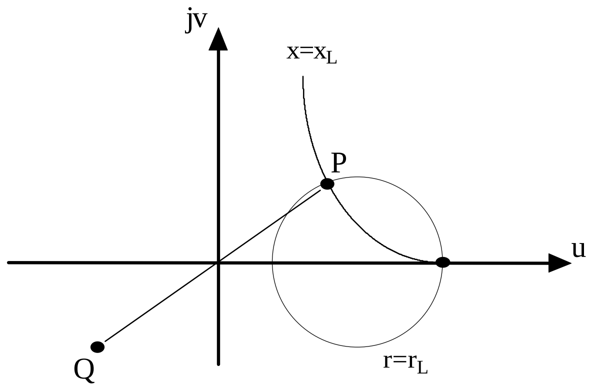
L’adattamento a singolo stub esaminato nei paragrafi precedenti è un procedimento che presenta un inconveniente fondamentale: si è visto, infatti, che la distanza dello stub dal carico e la lunghezza dello stub stesso dipendono dal valore di λ, ossia quindi dalle caratteristiche del segnale; ciò comporta che, nel caso ci sia una variazione λ, risulterebbe necessario modificare sia ℓ_{STUB} sia L_{STUB}. Da un punto di vista tecnologico, mentre è sempre possibile variare la lunghezza dello stub, risulta spesso difficile variare ℓ_{STUB} (cioè variare il punto di inserimento dello stub stesso), per cui si ovvia a questo inconveniente utilizzando il cosiddetto **adattamento a doppio stub**, in base al quale gli stub inseriti sono due:



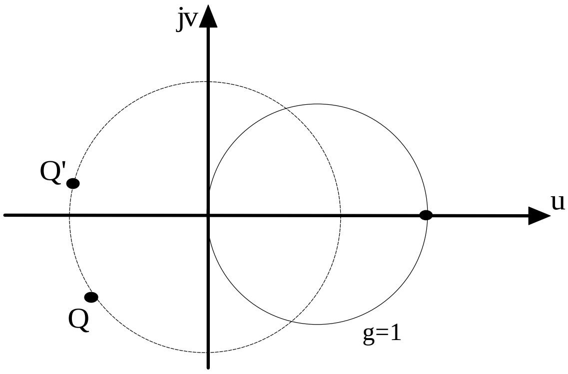
In questo caso, sono fisse le distanze ℓ_1 tra il carico ed il primo stub ed ℓ_2 tra i due stub, mentre vanno dimensionate le lunghezze L_1 e L_2 degli stub stessi.

Vediamo ancora una volta il principio con cui funziona questo procedimento, servendoci sempre della carta di Smith.

Partiamo dall’impedenza di carico normalizzata z_L, cui corrisponde un certo punto $P(r_L, x_L)$ sulla carta di Smith. Ruotando di 180° il punto P, otteniamo il punto $Q(g_L, s_L)$ rappresentativo dell’ammettenza di carico normalizzata y_L:



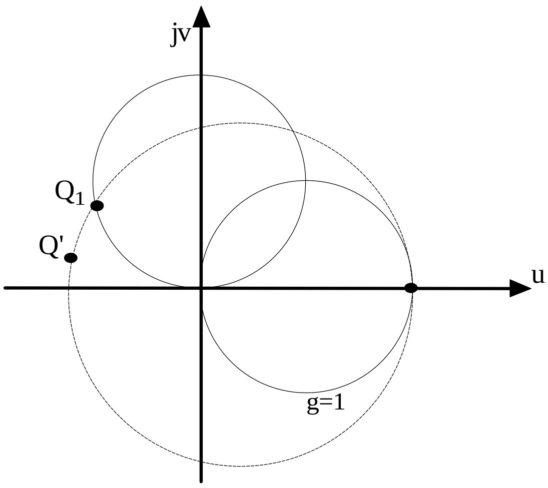
Ruotando adesso, a ρ costante, ossia con il compasso centrato nell’origine, il punto Q di un angolo $2\beta\ell_1$ in verso orario, ci portiamo in un punto $Q'(g'_L, s'_L)$ che rappresenta l'ammettenza vista dalla linea (guardando verso il carico) a distanza ℓ_1 dal carico.



Facciamo subito osservare che il valore di ℓ_1 può essere scelto a proprio piacimento: da un punto di vista pratico, si tratta di stabilire dove sia possibile effettuare l'inserimento del 1° stub.

Adesso, a partire da Q', determiniamo la lunghezza L_1 del 1° stub in modo tale che Q' si sposti sulla circonferenza per g=1 ruotata però di 90° in senso antiorario (indichiamo questa circonferenza con **Γ**): il motivo per cui facciamo questo sarà chiaro più avanti.

Per effettuare questa rotazione graficamente, dobbiamo semplicemente considerare l'intersezione della circonferenza corrispondente a $g = g'_L$ (che è la parte reale della ammettenza corrispondente a Q') con la circonferenza Γ:



Il motivo per cui la rotazione avviene a g costante è che l'inserimento dello stub provoca l'introduzione solo di una parte reattiva, mentre mantiene invariata quella resistiva.

Otteniamo dunque il punto Q_1 che rappresenta l'impedenza di ingresso che la linea vede a distanza ℓ_1, tenendo conto anche della presenza del primo stub.

A questo punto, ci spostiamo ancora verso il generatore, ad una distanza ℓ_2 dal primo stub tale che il punto Q_1 si porti sulla circonferenza per g=1, questa volta non ruotata. E' facile verificare come questa distanza ℓ_2 non vada determinata, ma vale esattamente $\lambda/8$: questo ci fa capire perché abbiamo considerato la circonferenza Γ.

Otteniamo dunque un nuovo punto $Q_2(g_2 = 1, s_2 \neq 0)$ caratterizzato da una conduttanza unitaria e da una suscettanza non nulla. A questo punto, ci basta ripetere lo stesso ragionamento fatto nel caso dell'adattamento a singolo stub, nel senso che dobbiamo semplicemente dimensionare la lunghezza L_2 del secondo stub in modo che la sua suscettanza annulli s_2 (il che corrisponde a dire che Q_2 deve portarsi nell'origine).

Questo è dunque il procedimento teorico generale da seguire per realizzare l'adattamento a doppio stub.

Osservazione

Possiamo spiegare l'adattamento a doppio stub anche partendo dalla sezione A in cui viene inserito lo stub più lontano dal carico.

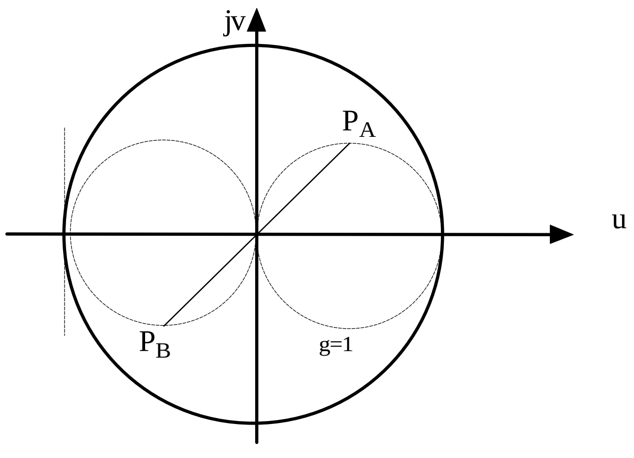
Cominciamo allora col dire che, guardando solo lo stub numero 2 dalla sezione A, si vede una ammettenza $y_2 = -jb_2$ (che è puramente immaginaria visto che lo stub è chiuso su un cortocircuito); il parallelo tra questa ammettenza e l'ammettenza y_B presentata dal resto della rete (guardando sempre verso il carico) sarà allora

$$y_A = y_B + y_2 = y_1 - jb_2$$

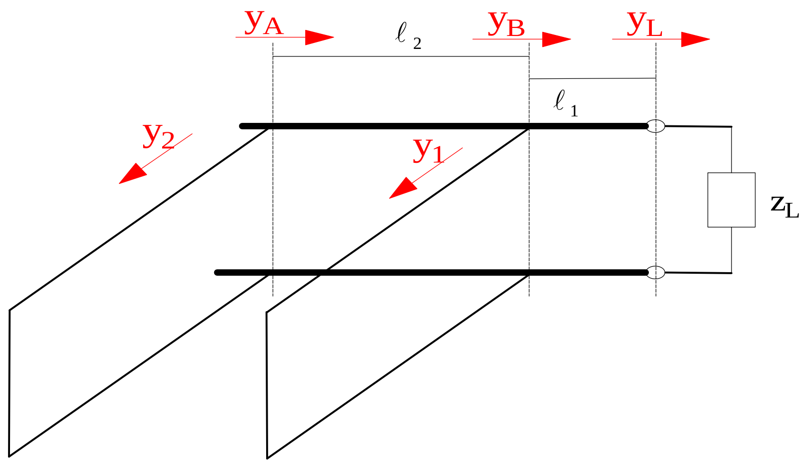
La condizione di adattamento è che risulti $y_A = 1 + j0$, dal che deduciamo due cose:

- in primo luogo, se facciamo riferimento ancora una volta alla carta di Smith, il punto P_A rappresentativo della sezione A (cioè rappresentativo di y_A) deve giacere sul cerchio corrispondente a g=1;
- in secondo luogo, affinché risulti $y_A = 1 + j0$, deve essere $y_B = 1 + jb_2$.

Adesso, passando dalla sezione A alla sezione B, il punto P_A subisce una rotazione (con compasso puntato nell'origine), in senso antiorario visto che andiamo verso il carico, di ℓ_2/λ. Passiamo perciò in un punto P_B rappresentativo della sezione B. I valori più comuni per la distanza ℓ_2 tra i due stub sono $\lambda/4$ e $\lambda/8$, per cui è immediato determinare la posizione di P_B: ad esempio, nel caso in cui $\ell_2 = \lambda/4$ (cioè si considera la circonferenza per g=1 ruotata di 180°), risulta



Adesso, il punto P_B rappresenta l'ammettenza y_B vista dalla sezione B e corrispondente al parallelo tra l'ammettenza y_1 del primo stub e l'ammettenza y'_L del complesso formato dal carico y_L e dal rimanente tratto di linea (di lunghezza ℓ_1). Di conseguenza, il compito del primo stub è quello di portare il punto P' rappresentativo di y'_L nel punto P_B.



Naturalmente, anche il primo stub, essendo chiuso in corto, presenterà una ammettenza puramente immaginaria: sarà qualcosa del tipo $y_1 = -jb_1$, per cui risulterà

$$y_B = y_1 + y'_L = -jb_1 + y'_L$$

D'altra parte, era $y_B = 1 + jb_2$, per cui deve essere

$$y'_L = 1 + j(b_1 + b_2)$$

A questo punto, i dati del problema devono essere tali da fornirci la posizione di P', ossia il valore di y'_L (che dipende sia dal carico y_L sia dalla distanza ℓ_1): nota questa informazione, siamo in grado di calcolare la lunghezza L_2 dello stub più lontano.

Esempio

Supponiamo di avere un carico $z_{LOAD} = 1600 + j800$ *che deve essere adattato, mediante un doppio stub, ad una linea avente impedenza caratteristica* $z_C = 400$. *Vogliamo dimensione i due stub.*

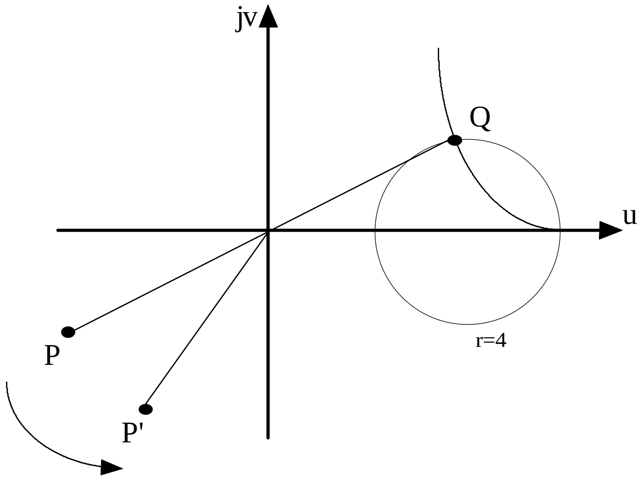
La prima cosa da fare, al fine di utilizzare la carta di Smith, è individuare l'impedenza di carico normalizzata:

$$z_L = \frac{z_{LOAD}}{z_C} = 4 + j2$$

In tal modo, possiamo individuare sulla carta di Smith il punto Q rappresentativo del carico: sarà l'intersezione delle circonferenze per r=4 e x=2.

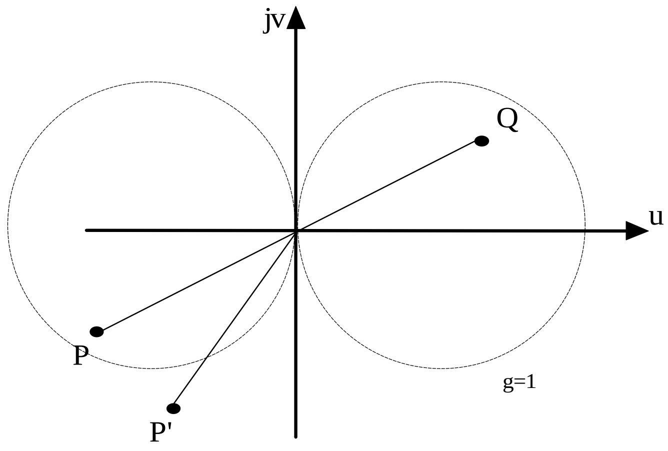
Successivamente, dovendo ragionare in termini di ammettenze, possiamo semplicemente ruotare Q di 180°, in modo quindi da trovare il punto P rappresentativo dell'ammettenza pari a

$$y_L = 1/z_L = 0.22\langle -26.56° = 0.2 - j0.1 .$$



Adesso supponiamo di fissare la distanza ℓ_1 in modo tale che $2\beta\ell_1 = 44°$: ciò significa che, ruotando P di 44° in senso orario, giungiamo nel punto P' rappresentativo di y'_L (che quindi diventa nota perché può essere letta sulla carta).

Questa y'_L va sommata all'ammettenza $y_1 = jb_1$ del primo stub (visto che le due ammettenze sono in parallelo), in modo da individuare il punto P_B rappresentativo dell'impedenza $y_B = 1 + jb_2$ vista dalla sezione B guardando verso il carico: essendo y_1 una pura suscettanza, P_B si troverà sul cerchio trasformato del cerchio g=1 in corrispondenza di $\ell_2 = \lambda/4$ (dove ricordiamo che ℓ_2 è la distanza, fissata a priori, tra il primo ed il secondo stub).



A partire da P_B, mediante una rotazione di 180°, otteniamo P_A (rappresentativo dell'ammettenza $y_A = 1 + j0$ vista dalla sezione A, sempre guardando verso il carico) sul cerchio g=1 e siamo perciò in grado di calcolare la lunghezza L_2 del secondo stub.

Esempio

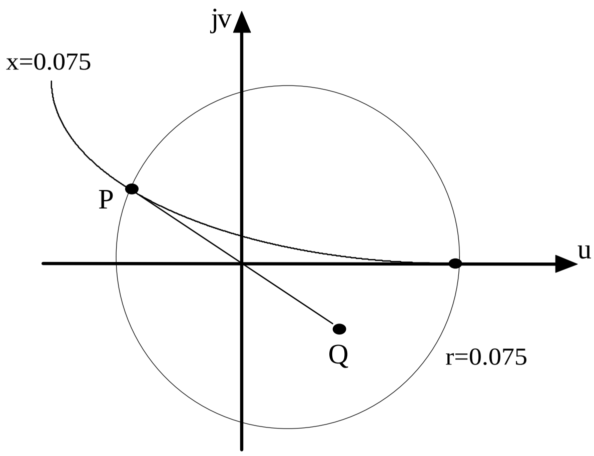
Supponiamo di avere un carico $z_{LOAD} = 3.75 + j3.75$ *chiuso su una linea avente impedenza caratteristica* $z_C = 50$. *Vogliamo adattare questo carico, mediante un doppio stub, ponendo il 1° stub a distanza di 21.5°.*

La prima cosa da fare, al fine di utilizzare la carta di Smith, è sempre quella di individuare l'impedenza di carico normalizzata:

$$z_L = \frac{z_{LOAD}}{z_C} = 0.075 + j0.075$$

In tal modo, possiamo individuare sulla carta di Smith il punto P rappresentativo del carico: sarà l'intersezione delle circonferenze per r=0.075 e x=0.075.

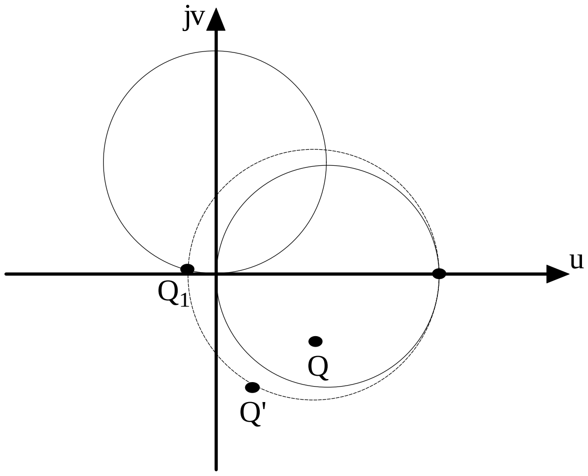
Successivamente, dovendo ragionare in termini di ammettenze, dobbiamo ruotare P di 180°, in modo quindi da trovare il punto Q rappresentativo di $y_L = 1/z_L$:



La distanza ℓ_1 del 1° stub dal carico è per ipotesi tale che $\beta\ell_1 = 21.5°$, il che significa che la rotazione (in senso orario e a ρ costante) di Q deve essere di $2\beta\ell_1 = 43°$.

Ci portiamo così in un punto $Q'(g'_L, s'_L)$ che rappresenta l'ammettenza vista dalla linea (guardando verso il carico) a distanza ℓ_1 dal carico, escluso il 1° stub. A partire da Q', dobbiamo determinare la lunghezza L_1 del 1° stub in modo tale che Q' si posti sulla circonferenza per g=1 ruotata però di 90° in senso antiorario (si suppone, quindi, che i due stub siano a distanza $\ell_2 = \lambda/8$). Per effettuare questa rotazione graficamente, dobbiamo considerare l'intersezione della circonferenza corrispondente a $g = g'_L$ con la circonferenza Γ.

A seguito della rotazione di Q', si giunge dunque nel punto $Q_1(r_1 = 0.3, x_3 = 0.3)$ che rappresenta l'ammettenza di ingresso y_{Q_1} che la linea vede a distanza ℓ_1, tenendo conto anche della presenza del primo stub.



Dobbiamo ora determinare la lunghezza L_1 del 1° stub: l'ammettenza y_{Q_1} è il parallelo tra l'ammettenza corrispondente a Q' e quella corrispondente al 1° stub; ciò significa che deve essere $y_{Q_1} = y_{Q'} + y_{STUB,1}$ e quindi deduciamo che L_1 deve essere tale che lo stub abbia una suscettanza

$$y_{STUB,1} = y_{Q_1} - Y_{Q'} = (0.3 + j0.3) - 0.3 - (-j2) = j2.3$$

Allora, andando sulla carta di Smith, cerchiamo la circonferenza per x=2.3, leggiamo la sua intersezione con la scala graduata esterna, che risulta essere 0.184, e sommiamo questo valore a quello del cortocircuito, che sappiamo essere 0.25: concludiamo così che

$$\frac{L_1}{\lambda} = (0.25 + 0.184) = 0.096 \longrightarrow L_2 = 0.096\lambda$$

A questo punto, nota la distanza dal carico del primo stub e la lunghezza dello stesso 1° stub, ci spostiamo ancora verso il generatore ad una distanza $\ell_2 = \lambda/8$: questa distanza, come detto più volte, è tale che il punto Q_1 si porti sulla circonferenza per g=1 (non ruotata). Tracciando quindi la circonferenza con centro nell'origine e raggio $\overline{OQ_1}$, otteniamo il punto Q_2 caratterizzato da una conduttanza unitaria g_2=1 e da una suscettanza che risulta essere s_2=1.45.

Non ci resta ora che determinare la lunghezza L_2 del secondo stub in modo che la sua suscettanza annulli s_2 (il che corrisponde a dire che Q_2 deve portarsi nell'origine): dobbiamo cioè determinare L_2 in modo che risulti $y_{STUB,2} = -j1.45$.

Con discorso identico a quello seguito per determinare L_1, l'intersezione tra la circonferenza per x=-1.45 e la scala graduata è il valore 0.346, per cui deduciamo che

$$\frac{L_2}{\lambda} = (0.346 - 0.25) = 0.096 \longrightarrow L_2 = 0.096\lambda$$

Autore: **Sandro Petrizzelli**
e-mail: sandry@iol.it
sito personale: http://users.iol.it/sandry