

# Appunti di Fisica II

## Campo magnetico: concetti introduttivi

Introduzione ai fenomeni magnetici .....	1
Azione dei magneti su cariche elettriche in moto .....	2
Forza di Lorentz.....	5
Selettore di velocità .....	5
Invarianza della carica elettrica.....	6
Moto di cariche elettriche in un campo magnetico .....	7
Ciclotrone .....	9

### INTRODUZIONE AI FENOMENI MAGNETICI

In natura esistono due tipi di **magneti**:

- i **magneti naturali**, che sono capaci di manifestare spontaneamente forze di *natura non elettrostatica* su materiali ferrosi;
- i **magneti artificiali**, per i quali, invece, le proprietà magnetiche non sono spontanee ma vengono indotte.

Tuttavia, tutti i tipi di magneti sono accomunati da una particolare caratteristica: il loro comportamento è molto simile a quello visto per i *dielettrici polarizzati*, i quali, pur essendo globalmente neutri, presentano cariche superficiali di polarizzazione di segni opposti. Si verifica infatti che *ogni magnete presenta 2 distinte polarità, convenzionalmente indicate con Nord e Sud in analogia al fatto che la Terra stessa si comporta come un gigantesco magnete*.

Prendendo come esempio di magnete proprio la Terra, osserviamo quale è l'azione che essa esplica su di una sbarretta magnetizzata: la sbarretta sente una coppia di forze che tende ad orientarla parallelamente al campo applicato e poi una forza che tende invece a trascinarla dove il campo è più intenso. Questo è esattamente lo stesso che accade tra due dipoli elettrici, o, ciò che è lo stesso, ciò che accade quando inseriamo un dipolo elettrico all'interno di un campo elettrico non uniforme (più volte ci capiterà di osservare forti analogie tra le situazioni in magnetostatica e quelle in elettrostatica).

Quando ci furono i primi studi sul magnetismo, si pensava che il campo magnetico fosse generato da ipotetiche *masse magnetiche positive e negative* localizzate sui cosiddetti magneti. Più tardi, con le scoperte di Oersted (1820), questa teoria venne smentita dalla evidente impossibilità di separare su un corpo delle masse magnetiche. Al contrario, si ha adesso la certezza che non esistono corpi *carichi magneticamente*, come invece ci sono quelli carichi elettricamente. Questo significa che, *scomponendo un magnete in parti sempre più piccole, non faremmo altro che ottenere magneti sempre più piccoli*.

Lo studio dell'**elettromagnetismo** ci porterà alla seguente fondamentale conclusione: tutti i fenomeni magnetici sono dovuti a correnti elettriche, cioè a cariche in movimento.

## AZIONE DEI MAGNETI SU CARICHE ELETTRICHE IN MOTO

Si può verificare sperimentalmente che, mettendo un magnete nei pressi di un corpo carico in quiete, non si esplica alcuna forza tra di essi; al contrario, se facciamo muovere il corpo carico, sempre in presenza del magnete, allora il corpo risente di una certa forza che tende a modificare la sua traiettoria: per esempio, se avviciniamo una calamita ad un tubo di raggi catodici (nel quale ci sono elettroni in movimento), osserviamo uno spostamento del pennellino elettronico che confluisce verso un diverso punto dello schermo destinato ad accoglierlo.

*Le caratteristiche della forza che agisce su una carica puntiforme che si muove nei pressi di un magnete vengono dedotte facilmente per via sperimentale.* In particolare, queste caratteristiche possono essere schematizzate come segue:

- il modulo della forza è proporzionale al valore  $q$  della carica in moto: basta usare cariche diverse e verificare che, a parità di tutte le altre variabili, la forza risulta più intensa quando la carica è maggiore;
- il modulo della forza è anche proporzionale al modulo della velocità del corpo in moto: basta usare la stessa carica e lanciarla nello stesso punto con velocità diverse per verificare che la forza aumenta all'aumentare della velocità;
- la direzione della forza è sempre ortogonale alla direzione del moto (cioè della velocità) della carica puntiforme: questo, come vedremo, implica sia che la forza non compia alcun lavoro sulla carica sia che non possa modificare il modulo della sua velocità;
- la direzione della forza è anche ortogonale ad una direzione  $\vec{b}$  legata esclusivamente al punto  $P$  in cui effettuiamo le misurazioni;
- infine, il modulo della forza è proporzionale al seno dell'angolo formato dal vettore velocità  $\vec{v}$  con il vettore  $\vec{b}$ .

Sempre da osservazioni sperimentali, si verifica che la forza sentita dalla carica in moto risulta avere massima intensità quando il vettore velocità  $\vec{v}$  e il vettore  $\vec{b}$  risultano ortogonali. Questo fatto ci permette di stabilire l'**intensità del campo magnetico**, che indicheremo con  $\vec{B}$ . Indichiamo infatti con  $F_m$  il valore della massima intensità della forza esercitata sul corpo carico; definiamo quindi un nuovo vettore  $\vec{B}$  avente le seguenti caratteristiche: la sua direzione è quella del vettore  $\vec{b}$ ; il suo modulo è dato invece da  $F_m/qv$ . In base a questa definizione, verifichiamo se esprimendo la forza magnetica come prodotto vettoriale

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

essa risulta soddisfare a tutte le proprietà prima elencate:

- il modulo di questa forza è evidentemente proporzionale sia al valore della carica  $q$  che la sente sia al modulo della velocità  $\vec{v}$  con cui tale carica si muove;

- la direzione di  $\vec{F}$  è ortogonale sia al vettore  $\vec{v}$  sia al vettore  $\vec{b}$  (che indica la direzione di  $\vec{B}$ ): infatti, in base alla regola del prodotto vettoriale, il vettore  $\vec{F}$  deve essere ortogonale al piano formato da questi due vettori;
- sempre in base alla regola del prodotto vettoriale, il modulo di  $\vec{F}$  è  $qvB\sin\theta$ , dove  $\theta$  è l'angolo formato dai due vettori  $\vec{v}$  e  $\vec{B}$ , per cui tale modulo è proporzionale al valore di  $\sin\theta$ ;
- infine, il modulo di  $\vec{F}$  è massimo (è vale  $F=qvB$ ) quando i vettori  $\vec{v}$  e  $\vec{b}$  sono ortogonali, ossia quando  $\theta=90^\circ$  e  $\sin\theta=1$ .

Quindi, effettivamente, la forza magnetica può essere espressa tramite quel prodotto vettoriale<sup>1</sup>.

La funzione  $\vec{B} = \vec{B}(x,y,z)$  che definisce il vettore in tutti i punti dello spazio costituisce dunque un nuovo campo vettoriale, cui diamo il nome di **campo magnetico**. La sua unità di misura si deduce facilmente dalle relazioni appena considerate: infatti, se consideriamo proprio l'espressione  $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$  e, in particolare, consideriamo il valore massimo della forza (che si ottiene quando i vettori  $\vec{v}$  e  $\vec{b}$  sono ortogonali), troviamo evidentemente che il campo magnetico vale

$$B = \frac{F_{\max}}{qv}$$

da cui quindi deduciamo che le sue dimensioni sono

$$[B] = \frac{[F_{\max}]}{[q] \cdot [v]} = \frac{[N]}{[C] \cdot [m/s]} = \left[ \frac{N \cdot s}{C \cdot m} \right]$$

Nel sistema MKS, questa unità di misura prende il nome di **Tesla**. Tuttavia, si preferisce spesso usare un'altra unità di misura: infatti, considerando che il *flusso magnetico* (di cui parleremo più avanti) si misura in **Weber** (simbolo: **Wb**), il campo magnetico viene spesso misurato in **Weber/m<sup>2</sup>**.

Del vettore  $\vec{B}$  abbiamo fino ad ora definito il modulo, la direzione e l'unità di misura; manca il verso. Possiamo subito dire che *il verso da attribuire a  $\vec{B}$  (come ad un qualsiasi vettore) dipende dalla scelta di una terna di riferimento che sia destrorsa o sinistrorsa*: dato che generalmente si usano terne destrorse, diciamo che il verso di  $\vec{B}$  si determina in base alla **regola della mano destra** (o, analogamente, in base alla *regola del cavatappi*).

Prima di concludere questa introduzione del campo magnetico, vediamo alcune ulteriori osservazioni:

- in primo luogo, ricordiamo che *non esiste una convenzione generale su come denominare i campi vettoriali in magnetismo*: il simbolo  $\vec{B}$  viene

<sup>1</sup> Sempre in base alle proprietà del prodotto vettoriale, possiamo dedurre una importante caratteristica del campo magnetico e in particolare della sua azione sulle cariche in moto: abbiamo detto che l'azione di  $B$  è massima quando è ortogonale alla velocità (ossia alla traiettoria) del corpo carico; l'azione di  $B$  è invece nulla (oltre al caso di cariche in quiete) quando la velocità del corpo carico è parallela o antiparallela a  $B$  stesso. Questo implica una osservazione molto semplice: immaginiamo di avere una particella che si muove in una certa regione dello spazio senza subire alterazioni della sua traiettoria; il fatto che non venga deviata non è necessariamente sinonimo di assenza di campo magnetico: può essere che non ci sia come può essere che sia parallelo alla velocità, per cui non esercita alcuna azione su di essa.

perciò usato talvolta per indicare il campo magnetico, così come faremo in questa sede, mentre altre volte viene usato per indicare la cosiddetta induzione magnetica, di cui parleremo in seguito;

- esiste una evidente similitudine tra il campo magnetico e il campo elettrico  $\vec{E}$  e cioè il fatto che entrambi possono essere comodamente rappresentati tramite **linee di campo**: *tali linee sono disegnate in modo tale che in ogni punto la loro tangente dia la direzione del vettore e che, inoltre, il numero di linee che attraversano una qualsiasi superficie ad esse ortogonale dia una misura del modulo del vettore stesso*;
- esistono tuttavia anche profonde differenze tra il campo magnetico e quello elettrico. La prima e più evidente è sulla azione che questi campi esercitano sui corpi carichi: il campo magnetico agisce solo su corpi carichi in moto, il campo elettrico sia sui corpi in moto sia su quelli in quiete; inoltre, la forza cui dà origine il campo magnetico è ortogonale alla direzione del campo, mentre quella cui dà origine il campo elettrico è sempre ad esso parallela;
- un'altra differenza, che verrà spiegata meglio più avanti, consiste nel fatto che le linee di  $E$  cominciano e finiscono sempre in corrispondenza di cariche, mentre le linee del campo magnetico sono sempre delle linee chiuse;
- dalla maggior parte delle cose che abbiamo finora detto circa il campo magnetico, si deduce che esso presenta una maggiore complessità rispetto al campo elettrico. La prima differenza, in questo senso, con il campo elettrico appare proprio quando si tratta di valutare modulo, direzione e verso di un determinato campo magnetico una volta che sia nota la forza che esso esercita su un corpo carico in moto: infatti, immaginiamo di avere un corpo che si muove con velocità  $\vec{v}$  e sente una forza di natura magnetica  $\vec{F}$ ; supponiamo di misurare  $\vec{F}$  e di individuare il suo verso; questo non ci aiuta affatto per la determinazione di  $\vec{B}$ , in quanto la direzione di  $\vec{F}$  non indica in modo univoco la direzione di  $\vec{B}$ . Di conseguenza, per prima cosa si individua la direzione di  $\vec{B}$ : un metodo pratico consiste nel trovare la direzione di  $\vec{v}$  per cui la forza risulta nulla; la direzione del vettore  $\vec{B}$  sarà allora ortogonale a questa direzione e ad  $\vec{F}$ ; si effettua quindi una seconda misura, con una diversa velocità, in base alla quale si determina l'intensità di  $\vec{B}$ . In parole povere, data una regione in cui è presente un certo campo magnetico che si vuole determinare, si prende un corpo carico, lo si fa muovere in questa regione fino a che non si trova una direzione per la quale il corpo non risente di alcuna forza magnetica; la direzione ad essa ortogonale sarà quella di  $\vec{B}$ ; poi si rilancia il corpo nella stessa regione, si misurano velocità e intensità della forza e si deduce il modulo di  $\vec{B}$ ; il verso infine viene dato dalla regola della mano destra una volta nota la direzione;
- una interessante osservazione può essere la seguente: *se abbiamo la necessità di deviare la traiettoria di una particella carica, possiamo farlo utilizzando separatamente un campo elettrico o uno magnetico o applicandoli entrambi*. A meno di non creare un campo elettrico ortogonale alla traiettoria iniziale della particella, è sempre conveniente utilizzare come **deviatore** il campo magnetico, per il semplice fatto che non occorre spendere alcun lavoro sulla particella;
- per concludere, una osservazione di carattere pratico che sarà utile per rappresentare graficamente i vettori: un vettore che è ortogonale al foglio ed è entrante sarà disegnato con un *cerchio con all'interno una croce* (come a rappresentare la coda di una freccia); viceversa, se il vettore è uscente dal piano del foglio, al centro del cerchio ci sarà un *puntino* (come a rappresentare la punta della freccia).

## FORZA DI LORENTZ

Abbiamo sottolineato, nel precedente paragrafo, che il campo magnetico non dà origine ad una forza di tipo posizionale, che cioè dipende dalla posizione in cui si trova il corpo carico che la sente, ma ad una forza che dipende dalla velocità (in senso vettoriale) del corpo carico. Osserviamo inoltre che la forza magnetica, in base all'espressione  $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ , risulta sempre ortogonale alla direzione della velocità  $\vec{v}$ : questo significa che il lavoro compiuto da questa forza è nullo, il che comporta che non possa determinare una variazione dell'energia cinetica del corpo; per dirla in formule, abbiamo infatti che la variazione di energia cinetica del corpo, pari al lavoro compiuto su quest'ultimo, vale

$$\Delta E_{\text{CIN}} = L = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{\ell} = \int_1^2 q\vec{v} \times \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = q \int_1^2 \vec{v} \times \vec{B} \cdot \vec{v} dt = 0$$

Se la variazione di energia cinetica è nulla e se teniamo conto che tale energia cinetica vale notoriamente  $E_{\text{CIN}} = \frac{1}{2}mv^2$ , deduciamo che il modulo della velocità deve rimanere costante nonostante il corpo carico sia sottoposto all'azione della forza magnetica.

Da queste considerazioni deduciamo che l'unico effetto della forza magnetica su un corpo carico in movimento è quello di incurvarne la traiettoria.

Adesso supponiamo che il corpo carico si stia muovendo sotto l'azione contemporanea di un campo elettrico e di un campo magnetico. Vale, in questo caso, il noto **principio di sovrapposizione degli effetti**, in base al quale ciascuna forza (elettrica o magnetica) agisce come se l'altra non ci fosse, ossia, in altre parole, la presenza di ciascun campo non modifica l'azione dell'altro. Ricordando allora che la forza esercitata dal campo elettrico su un corpo carico (non necessariamente in moto) è  $\vec{F}_E = q\vec{E}$ , possiamo scrivere che la forza complessiva agente su un corpo carico ha la seguente espressione:

$$\boxed{\vec{F}_{\text{TOT}} = \vec{F}_E + \vec{F}_M = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})}$$

Questa prende il nome di **forza di Lorentz**. E' evidente che l'azione del campo elettrico si manifesta a prescindere dal fatto che il corpo sia in movimento oppure no, mentre invece l'azione del campo magnetico si manifesta solo se il corpo è in movimento. Entrambe le forze presuppongono invece che il corpo possieda una propria carica elettrica.

Ricordiamo infine che, a differenza dell'azione del campo magnetico, l'azione del campo elettrico compie un lavoro sul corpo in questione, per cui ne modifica l'energia cinetica e quindi la velocità.

## SELETORE DI VELOCITÀ

La forza di Lorentz risulta nulla, come avremo modo di vedere adesso, quando il campo magnetico ed il campo elettrico sono disposti in modo tale che le loro azioni siano uguali ed opposte. Infatti, un uso comune che si fa della forza di Lorentz è la realizzazione del cosiddetto **selettore di velocità**, ossia di un dispositivo che, dato un fascio di particelle elettricamente cariche (elettroni, ioni, ...), sia in grado di selezionarne solo alcune. Vediamo quale principio viene utilizzato a questo scopo.

Immaginiamo di avere una regione di spazio in cui siano presenti un campo magnetico  $\vec{B}$  e un campo elettrico  $\vec{E}$  ortogonali tra loro: la **forza elettrica** sentita da un corpo carico che passa attraverso questa regione è  $\vec{F}_E = q\vec{E}$  ed agisce nella stessa direzione del campo elettrico; la **forza magnetica** è invece  $\vec{F}_M = q\vec{v} \times \vec{B}$  ed agisce ortogonalmente al campo magnetico, il che significa che agisce nella stessa direzione della forza elettrica; possiamo allora disporre i versi dei due campi in modo che le rispettive forze risultino agire in direzioni opposte.

In questa situazione, possiamo determinare il valore della velocità  $\vec{v}$  in seguito al quale le due forze, elettrica e magnetica, risultano avere lo stesso modulo: dovendo essere

$$qE = qvB$$

si ricava evidentemente che

$$v = \frac{E}{B}$$

Quindi, data una regione di spazio dove il campo elettrico e il campo magnetico sono disposti ortogonalmente tra loro e in modo tale (ci riferiamo al verso) che le rispettive forze risultino opposte, solo le particelle che si muovono in questa regione di spazio con velocità  $\vec{v}$  ortogonale ai due campi e con modulo  $v=E/B$  non risentono di alcuna forza e proseguono indisturbate il loro moto. Per tutti gli altri valori della velocità, ci sarà una forza che prevale sull'altra e quindi ne risulteranno sempre traiettorie deviate.

E' proprio in questo senso che si può costruire un **selettore di velocità**: dato un flusso di particelle cariche che attraversa la suddetta regione, le uniche particelle che la attraverseranno indisturbate sono quelle aventi quella particolare velocità.

Esistono due importanti applicazioni di questo principio: la prima è uno strumento, costruito per la prima volta da Thompson, atto a determinare il rapporto **e/m** tra la carica e la massa di un elettrone; la seconda consiste nei cosiddetti **spettrografi di massa**, i quali servono ad individuare, tramite appunto la loro massa, tutti i costituenti di una determinata sostanza.

## INVARIANZA DELLA CARICA ELETTRICA

L'espressione della forza di Lorentz appena descritta contiene implicita una proprietà fondamentale della carica elettrica: *la carica elettrica  $q$  di un corpo non dipende dallo stato di moto di questo ed è la stessa che si può calcolare per lo stesso corpo, supposto in quiete, per mezzo della legge di Coulomb o del teorema di Gauss.*

Esiste tuttavia una differenza tra una carica in moto ed una in quiete:

- la carica di un punto esprime, in modo quantitativo, la caratteristica di questo come sorgente di azioni elettriche su altri corpi; in condizioni statiche ed in uno spazio isotropo, tali azioni devono essere le stesse in tutte le direzioni;
- al contrario, per una carica in moto esiste una direzione privilegiata che è quella della sua velocità  $\vec{v}$ , per cui non abbiamo alcuna ragione, a priori, per dire che, in questo caso, la forza elettrica sia radiale e uguale in tutte le direzioni.

Sulla base di questa differenza, anziché definire il valore di un carica in movimento in base alla **legge di Coulomb**, cioè misurando la forza da questa esercitata su una carica di prova, è *preferibile definire la quantità di carica sulla base del **teorema***

**di Gauss**, ossia tramite il flusso uscente da una superficie chiusa che abbraccia completamente il corpo carico in esame. Così facendo, la valutazione della carica è ricondotta alla valutazione del campo elettrico generato, mediato su tutte le direzioni dello spazio: possiamo cioè definire la quantità di carica  $q$ , sia in quiete sia in moto, tramite la relazione

$$q = \epsilon_0 \oint_S \vec{E} \cdot \vec{n} dS$$

dove appunto  $q$  è la carica totale contenuta nella regione delimitata dalla superficie chiusa  $S$ .

Il valore della carica elettrica  $q$ , definito mediante il teorema di Gauss come appena enunciato, risulta dunque indipendente dalla velocità, per cui possiamo misurare il valore  $q$  di tale carica quando questa è in quiete e poi porre tale valore nell'espressione della forza di Lorentz:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

L'indipendenza di  $q$  dalla velocità viene normalmente enunciata come **invarianza relativistica della carica elettrica**. E' noto che, al contrario della carica elettrica, la **massa** di un corpo non gode della stessa proprietà: *la massa, infatti, aumenta con la velocità e tende a diventare infinita al tendere del valore della velocità a quello di propagazione dei fenomeni elettromagnetici del vuoto, ossia la cosiddetta velocità della luce nel vuoto (pari a  $3 \cdot 10^8$  m/s).*

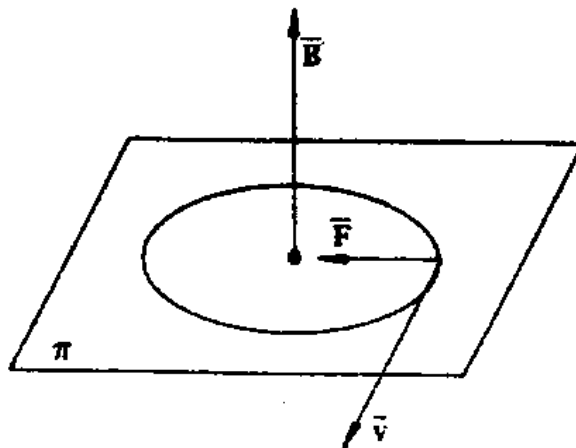
E' bene inoltre distinguere la costanza della carica con la velocità dal principio di conservazione della carica precedentemente enunciato:

$$\text{div} \vec{J} + \frac{d\rho}{dt} = 0$$

Questa relazione stabilisce solo la costanza della quantità di carica in una data regione dello spazio qualora non ci sia flusso di carica attraverso le pareti che delimitano tale regione.

## MOTO DI CARICHE ELETTRICHE IN UN CAMPO MAGNETICO

Consideriamo un campo magnetico  $\vec{B}$  uniforme ed un corpo, di massa  $m$  e carica  $q$ , che si muove inizialmente con velocità  $\vec{v}$  giacente su un piano  $\pi$  perpendicolare a  $\vec{B}$ , come illustrato nella figura seguente:





Se non c'è campo elettrico nella regione di spazio considerata, la forza agente sul corpo in questione è solo quella del campo magnetico:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

In base alle regole del prodotto vettoriale, è evidente che questa forza è di natura centripeta; vediamo allora che tipo di moto si ottiene.

In primo luogo, sappiamo che il modulo della velocità non può variare (in quanto la forza è ortogonale allo spostamento e quindi non compie lavoro), e ci accorgiamo inoltre che anche l'accelerazione è costante in modulo, in quanto risulta, in base alla seconda legge di Newton, che

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{q\vec{v} \times \vec{B}}{m} = \frac{qvB}{m} \vec{v}$$

dove abbiamo indicato con  $\vec{v}$  il versore della normale alla traiettoria.

Sapendo, inoltre, che l'accelerazione è pari alla derivata della velocità, possiamo scrivere quanto segue:

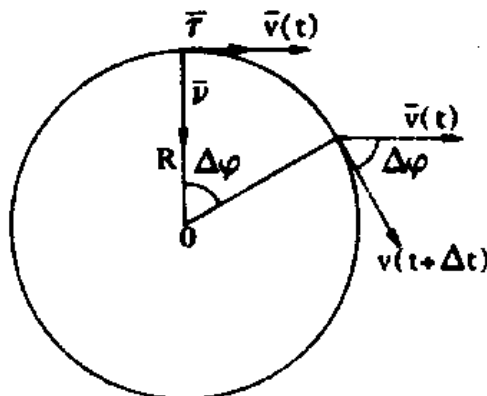
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(v\vec{\tau})}{dt} = \frac{dv}{dt} \vec{\tau} + v \frac{d\vec{\tau}}{dt}$$

dove abbiamo indicato con  $\vec{\tau}$  il versore della tangente al moto in ciascun punto.

Avendo detto che la velocità ha modulo costante, deduciamo che  $dv/dt=0$ , per cui risulta

$$\vec{a} = v \frac{d\vec{\tau}}{dt} = v \frac{d\vec{\tau}}{ds} \frac{ds}{dt} = v \cdot \vec{v} \cdot \frac{v}{R} = \frac{v^2}{R} \vec{v}$$

dove abbiamo indicato con R il raggio di curvatura della traiettoria:



Deduciamo che la presenza del campo magnetico uniforme dà origine ad un moto circolare, con raggio R valutabile dall'uguaglianza

$$a = \frac{qvB}{m} = \frac{v^2}{R}$$

e quindi pari a

$$R = \frac{mv}{qB}$$



In base a questa espressione, il raggio di curvatura dipende, a parità di velocità e di campo magnetico, dalla massa e dalla carica della particella: questo significa che particelle meno cariche ma con massa minore si muovono sulle stesse traiettorie.

Osserviamo inoltre che il moto avviene con velocità angolare non solo costante (per cui è un **moto circolare uniforme**) ma anche indipendente dalla velocità  $\vec{v}$ : infatti, la velocità angolare, in base alla semplice definizione, vale

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{qB}{m}$$

Ovviamente, da qui discende che anche il periodo di rivoluzione  $T$  (cioè il tempo necessario affinché il corpo compia un giro completo) è indipendente dalla velocità  $v$ . Questo implica che una stessa particella, lanciata con diverse velocità, percorre un giro completo (sia pur su circonferenze con raggio diverso) nello stesso tempo

In conclusione, riportiamo le varie quantità di interesse in termini vettoriali:

$$q\vec{v} \times \vec{B} = \vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m(\vec{\omega} \times \vec{v}) = -m(\vec{v} \times \vec{\omega})$$

$$\vec{v} \times (q\vec{B} + m\vec{\omega}) = 0$$

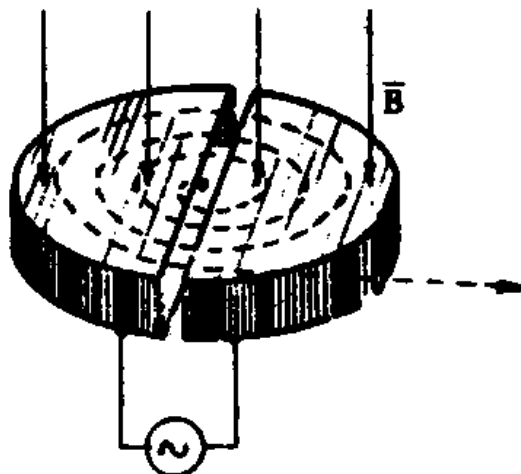
da cui scaturisce che la velocità angolare è

$$\vec{\omega} = -\frac{q}{m} \vec{B}$$

Ricordiamo, prima di concludere, che la traiettoria sulla quale viene deviata la particella carica è una circonferenza solo nel caso che il campo magnetico (uniforme) e la velocità iniziale della particella siano tra loro ortogonali. Nel caso più generale di campo magnetico e velocità non necessariamente ortogonali, vedremo il moto della particelle è **elicoidale**.

## CICLOTRONE

Il **ciclotrone** è un dispositivo utilizzato per accelerare le particelle nucleari sfruttando l'azione combinata di un campo elettrico alternato e di un campo magnetico costante. Il ciclotrone è così composto:



Ci sono due **elettrodi metallici**, cavi, entrambi di forma circolare e posti a poca distanza uno dall'altro in modo tale che i rispettivi diametri siano paralleli. Un **gas di protoni** (oppure di nuclei leggeri) viene immesso nella cavità delimitata dai due elettrodi. I due elettrodi sono collegati ai morsetti di un generatore che mantiene tra di essi una d.d.p. che varia alternativamente nel tempo con opportuna frequenza.

All'interno della cavità, che è a vuoto spinto, è instaurato un campo magnetico costante perpendicolare al piano della cavità stessa. Sotto l'effetto del campo elettrico, gli ioni vengono accelerati e, sotto l'effetto del campo magnetico, vengono spinti lungo traiettorie circolari, acquistando energia e velocità ogni volta che passano attraverso la separazione tra i due elettrodi. Dato che il periodo del moto circolare imposto dal campo magnetico alle particelle non dipende dalla loro velocità, è possibile sincronizzare il generatore di d.d.p. : questo è in grado quindi, invertendo il senso della d.d.p., di accelerare gli ioni ogni volta che passano nella regione che separa gli elettrodi.

In tal modo, si forniscono alti valori di energia agli ioni. Il processo funziona sempre meno all'aumentare della loro velocità: infatti, quando la massa comincia a variare a causa della velocità, il periodo di rotazione cambia con essa e la sincronizzazione si fa' più complicata.

Autore: **SANDRO PETRIZZELLI**

e-mail: [sandry@iol.it](mailto:sandry@iol.it)

sito personale: <http://users.iol.it/sandry>

succursale: <http://digilander.iol.it/sandry1>