Appunti di FISICA TECNICA

Capitolo 8 - Introduzione all’acustica

Nozioni preliminari di acustica

INTRODUZIONE AL SUONO

L' **acustica** è la *scienza del suono*, inteso sia come fenomeno fisico (che, prodotto da vibrazioni meccaniche, si propaga per onde in un mezzo elastico) sia come sensazione psicologica che queste onde producono sull'uomo.

Il **suono** è una perturbazione (prodotta da una **sorgente sonora**) che, propagandosi in un **mezzo elastico**, provoca una variazione di pressione ed uno spostamento di particelle, tale da poter essere rilevata da una persona o da uno **strumento acustico**.

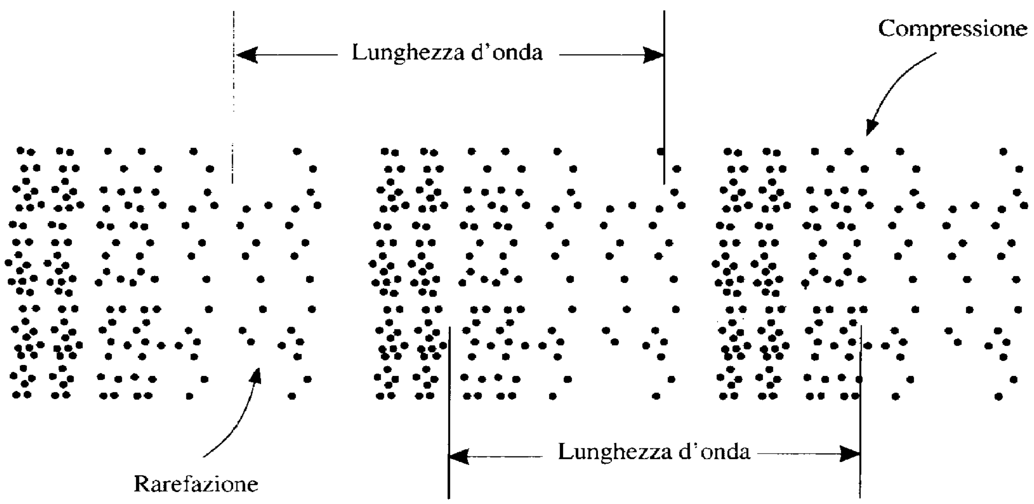
Da questa semplice definizione scaturisce che il fenomeno acustico, dal punto di vista tecnico, prevede la presenza contemporanea della sorgente sonora, del **mezzo di trasmissione** e del ricevitore.

Il **fenomeno ondulatorio**, connesso con il suono, fa sì che le varie particelle del mezzo in cui esso si trasmette vibrino, propagando così la perturbazione alle particelle vicine. *Mentre questa perturbazione, che trasporta sia l'informazione sia l'energia, si propaga a distanza, le singole particelle, anche nel caso di fluidi (cioè gas e liquidi), rimangono sempre in prossimità della loro posizione originale*. Si hanno cioè delle **vibrazioni locali** (compressione e rarefazione) di particelle:

- nel caso di gas o liquidi, che non possono trasmettere *sforzi di taglio*, tali vibrazioni sono sempre parallele alla direzione dell'onda che si propaga, per cui si parla di **onde longitudinali**;
- al contrario, nel caso dei solidi, che possono trasmettere *sforzi di taglio*, ci sono anche vibrazioni perpendicolari alla direzione dell'onda, cui corrispondono perciò delle **onde trasversali**.

Le caratteristiche di spostamento delle particelle intorno alle posizioni di equilibrio dipendono dalle caratteristiche della sorgente che ha prodotto la perturbazione.

Nella figura seguente è indicato uno schema semplificato della propagazione di onde sonore longitudinali:



Noi ci occuperemo essenzialmente della propagazione del suono nei gas e, in particolare, nell'aria, per cui limiteremo la nostra analisi alle onde longitudinali.

VELOCITÀ (DI PROPAGAZIONE) DEL SUONO

Le **onde sonore** *si propagano con* ***velocità caratteristica del mezzo di trasmissione***: mentre la frequenza delle vibrazioni locali dipende dalla sorgente, la velocità di propagazione dipende esclusivamente dal mezzo di trasmissione.

Nel caso dei gas perfetti (quale può essere considerata anche l'aria nelle condizioni standard di temperatura, 25°C, e pressione, 1 atm), la **velocità di propagazione del suono**, che indicheremo con c, può essere espressa mediante la seguente relazione:

$$c = \sqrt{\frac{kp_0}{\rho_0}} \qquad \frac{m}{s}$$

dove $k = c_P / c_V$ (il cosiddetto *indice della adiabatica*) è il rapporto tra il calore specifico a pressione costante ed il calore specifico a volume costante, p_0 $[\mathrm{Pa}]$ è la pressione del gas e ρ_0 $[\mathrm{kg/m^3}]$ la massa per unità di volume (*densità* nel Sistema Internazionale e *peso specifico* nel Sistema Tecnico) del gas stesso.

> N.B. Come avremo modo di dire anche in seguito, il fatto di considerare trasformazioni adiabatiche (cioè senza scambi di calore) deriva dal fatto che *la velocità di propagazione del suono nel mezzo è talmente elevata, rispetto alla velocità con cui avvengono i processi di scambio termico, da poter ritenere tali processi nulli.*

E' possibile anche fare qualche passaggio in più sull'espressione della velocità del suono: avendo a che fare con un gas perfetto, possiamo utilizzare l'equazione di stato dei gas ideali:

$$p_0 V_0 = nR_0 T_0 = \frac{M}{M_m} R_0 T_0$$

dove, con riferimento al gas considerato, V_0 $[\mathrm{m^3}]$ è il volume del gas considerato, n $[\mathrm{kmol}]$ la quantità di gas, T_0 $[\mathrm{K}]$ la temperatura assoluta (cioè misurata in K), $R_0 = 8314$ $[\mathrm{J/kmol \cdot K}]$ la **costante universale dei gas**, M $[\mathrm{Kg}]$ la massa, M_m $[\mathrm{kg/kmol}]$ la massa molare.

Tenendo conto che la massa per unità di volume è $\rho_0 = M / V_0$ (*densità* nel Sistema Internazionale o *peso specifico* nel Sistema Tecnico), possiamo usare l'equazione di stato per scrivere che

$$\rho_0 = \frac{M}{V_0} = \frac{p_0 V_0 M_m}{R_0 T_0 V_0} = \frac{p_0}{T_0} \frac{M_m}{R_0}$$

Sostituendo questa espressione in quella della velocità di propagazione del suono, otteniamo evidentemente che

$$\boxed{c = \sqrt{\frac{kT_0 R_0}{M_m}} \qquad \frac{m}{s}}$$

In base a quest'altra relazione (nota come **legge di Laplace**), possiamo dire che *la velocità di propagazione del suono è indipendente dalla pressione del gas, mentre è direttamente proporzionale alla radice quadrata della temperatura assoluta.*

Nel caso particolare dell'aria, sapendo che k=1.4 e che la massa molare è $M_m = 29[kg/kmol]$, quella relazione porta a $c = 20.04 \cdot \sqrt{T_0}\ [m/s]$.

Se, infine, ci riferiamo alla temperatura espressa in °C, che indichiamo con ϑ, possiamo usare, con buona approssimazione, la relazione

$$\boxed{c = 331.2 + 0.6\vartheta}$$

Questa relazione mostra, in pratica, che *la velocità del suono aumenta di 0.6 metri/sec per ogni aumento di 1°C della temperatura.* La seguente tabella mostra, in base a quest'ultima relazione, come varia la velocità del suono nell'aria al variare della temperatura:

Temperatura (°C)	Velocità del suono (m/s)
-10	325
0	331
10	337
20	343
30	349
40	355

Esempio numerico

Calcoliamo la velocità del suono, in aria, alla temperatura di 20°C.

Sappiamo che l'aria è un mezzo elastico che, in condizioni standard di temperatura e di pressione, assume comportamento da gas perfetto: ciò comporta che la formula per il calcolo della velocità del suono nell'aria sia $\boxed{c = \sqrt{kRT}}$, dove k è l'indice dell'adiabatica, che vale 1.4 per l'aria, dove R è la costante del gas considerato, che per l'aria vale $287\frac{J}{KgK}$, e dove T è la temperatura espressa in gradi Kelvin. Nel nostro caso, abbiamo dunque che T=293K, per cui le velocità del suono nell'aria a questa temperatura è

$$c = \sqrt{1.4 \cdot 287 \cdot 293} = 343(m/s)$$

Propagazione nei liquidi e nei solidi (cenni)

Se, adesso, consideriamo un liquido anziché un gas perfetto, si trova che la velocità di propagazione del suono può essere calcolata mediante la seguente equazione:

$$\boxed{c = \sqrt{\frac{1}{K\rho}} \quad \frac{m}{s}}$$

dove K $[Pa^{-1}]$ è il *coefficiente di comprimibilità* del liquido in condizioni adiabatiche e ρ $[kg/m^3]$ la massa per unità di volume. In base a quella relazione, *la velocità con cui il suono si propaga in un liquido cresce al diminuire della densità*.

La seguente tabella indica i valori della velocità del suono, sempre in funzione della temperatura, nell'**acqua distillata**:

Temperatura (°C)	Velocità del suono (m/s)
0	1407
10	1449
20	1484
30	1510

Confrontando questi valori con quelli nell'aria, si osserva che, a parità di temperatura, *il suono si propaga molto più velocemente nell'acqua distillata che non nell'aria.*

Infine, consideriamo la propagazione del suono nei solidi. Intanto, abbiamo detto che, nei solidi, possiamo avere sia onde longitudinali, per le quali lo spostamento delle particelle avviene nella stessa direzione di propagazione dell'onda, sia onde trasversali, per le quali lo spostamento avviene invece nella direzione ortogonale a quella di propagazione.

Cominciamo allora dalle **onde longitudinali**, per le quali la velocità del suono, che indichiamo con c_l (la l sta proprio per longitudinali), è diversa a seconda della forma:

- per un solido a forma di barra, si ha che $c_l = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad \frac{m}{s}$
- per un solido a forma di piastra indefinita, si ha invece che $c_l = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}} \quad \frac{m}{s}$

dove E [Pa] è il *modulo di Young*, ν è il *coefficiente di Poisson* e ρ la densità del materiale di cui il solido è costituito.

Per quanto riguarda, infine, le **onde trasversali** nei solidi, la loro velocità è stimabile mediante la seguente relazione:

$$c_t = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}} \quad \frac{m}{s}$$

Nella maggior parte dei casi, la velocità del suono nei solidi è superiore a quella nell'aria, come indicato nella tabella seguente (riferita alle sole onde longitudinali):

Materiale	Densità (kg/m^3)	Velocità del suono (m/s)
Acciaio	7800	5000
Alluminio	2700	5820
Gomma	1010÷1250	35÷230
Legno (conifere)	400÷700	3300
Piombo	11300	1260
Rame	8900	4500
Stagno	7280	4900
Vetro	2300÷5000	4000÷5000
Zinco	7100	3750

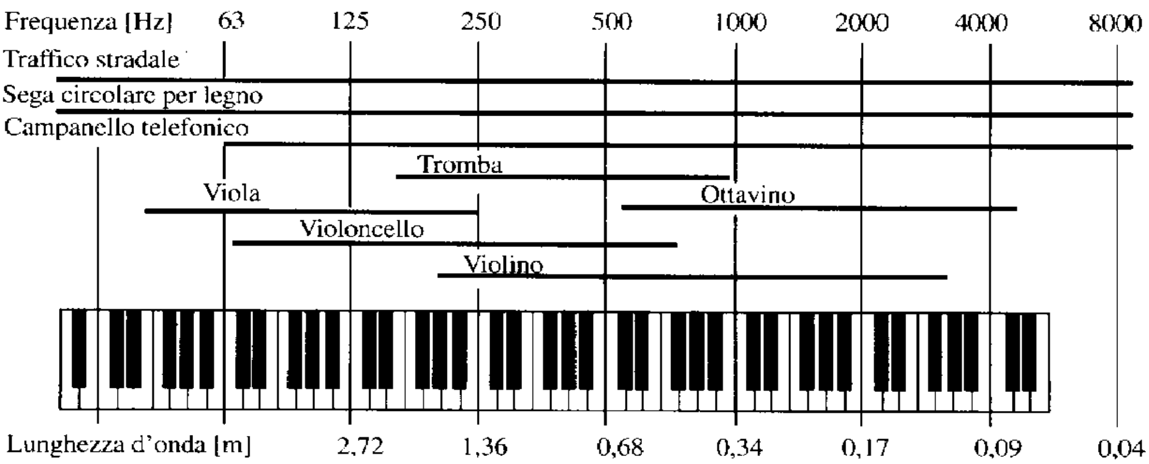
FREQUENZA DEL SUONO

Nel fenomeno sonoro, oltre alla *velocità di propagazione* (che misura la rapidità con cui il segnale si sposta da un punto all'altro del mezzo di trasmissione) occorre considerare altre proprietà caratteristiche delle onde, come la *frequenza*, il *periodo* e la *lunghezza d'onda*.

La **frequenza**, legata alla rapidità con cui le particelle oscillano in ogni singolo punto, è il *numero di oscillazioni nell'unità di tempo*: si misura in *cicli per secondo*, ossia in **Hertz [Hz]**.

Nel caso di *individui adulti normal-udenti*, il campo di frequenza percepibile si estende approssimativamente tra 20 Hz e 16000Hz.

La figura seguente mostra le bande di frequenze di alcuni suoni e rumori:



L'inverso della frequenza prende il nome di **periodo** (misurata in secondi): si tratta del *tempo necessario affinché le particelle compiano una oscillazione completa*.

Infine, prende il nome di **lunghezza d'onda** (indicata con λ e misurata in m) la *distanza percorsa dall'onda durante una oscillazione completa* (o anche il cammino percorso dall'onda mentre, localmente, avviene una oscillazione completa).

Le tre proprietà appena citate sono legate dalle seguenti relazioni:

$$\boxed{\lambda = \frac{c}{f} = cT}$$

Campo dell' udibile

Considerando la propagazione del suono nell'aria in condizioni normali, è importante definire il cosiddetto **campo dell'udibile**, ossia il campo di lunghezze d'onda (o, ciò che è lo stesso, di frequenze) che l'orecchio umano può percepire: si trova che la lunghezza d'onda varia all'incirca tra λ=**17m** (corrispondente alla **frequenza minima di 20Hz**) e λ=**22mm** (corrispondente alla **frequenza massima di 16kHz**), con conseguenze molto importanti ogniqualvolta risulta comparabile con le dimensioni degli ambienti edificati o degli oggetti presenti.

Facciamo anche osservare che proprio il campo di frequenze udibili dall'uomo consente di dare un definizione precisa di *perturbazione acustica*: *una perturbazione ondulatoria è di tipo **acustico** quando è in grado di sensibilizzare l'orecchio umano,* il che significa che la frequenza della perturbazione deve essere compresa nell'intervallo $[20\text{Hz}, 16000\text{Hz}]$.

L'EQUAZIONE DELLE ONDE

Abbiamo detto che, durante la propagazione del fenomeno acustico in un gas, le particelle del mezzo vibrano intorno alla loro posizione di equilibrio. Tali vibrazioni non avvengono in tutti i punti con la stessa fase (tanto che, in alcuni punti, le particelle vibrano in opposizione di fase), con la conseguenza che in alcune zone le particelle tenderanno ad addensarsi e in altre a rarefarsi. *Nel mezzo di propagazione si avranno dunque variazioni di densità e di pressione, entrambe funzioni del tempo e dello spazio.*

Possiamo allora scrivere la pressione P nell'aria nella forma

$$\boxed{P(x,y,z,t) = p_0 + p(x,y,z,t)}$$

dove p_0 è il valore della pressione nelle *condizioni iniziali indisturbate*, mentre p(x,y,z,t) rappresenta la cosiddetta **pressione sonora**, ossia la variazione di pressione dovuta appunto al fenomeno acustico. In generale, risulta $p \ll p_0$ ed è perciò possibile trascurare i termini di ordine superiore al primo, così come si fa anche per la densità e per la velocità.

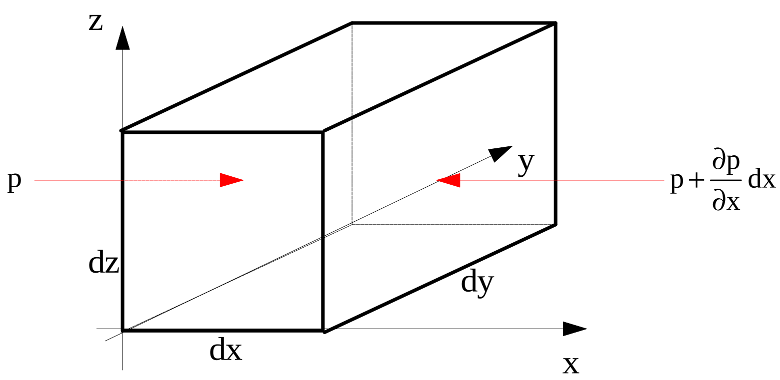
N.B. Le variazioni della pressione ambiente dovuta alla presenza di un suono sono generalmente talmente piccole che nemmeno i barometri più sofisticati sono in grado di misurarle.

E' importante osservare che *le variazioni della pressione sonora (vale a dire della differenza tra la pressione istantanea e quella atmosferica) prodotte nel gas dall'onda sonora, avvengono in generale così rapidamente da non permettere scambi di calore tra volumi adiacenti.* Ecco perché, dal punto di vista termodinamico, le trasformazioni subite dal gas per effetto del fenomeno sonoro si possono considerare **adiabatiche**.

Vogliamo allora andare a ricavare l' **equazione delle onde**, la cui integrazione permette di determinare il **campo acustico** in ogni regione dello spazio.

Tale equazione può essere ricavata applicando, al generico volumetto di controllo, la legge di Newton, l'equazione di stato dei gas perfetti e la legge di conservazione della massa. Faremo inoltre riferimento, per semplicità, al **caso monodimensionale**, cioè al caso in cui le grandezze fisiche coinvolte (tipicamente pressione e velocità), risultano funzione, oltre che del tempo, solo di una coordinata spaziale e non di tutte e tre (caso tri-dimensionale).

Consideriamo dunque un volumetto di gas all'interno di un mezzo elastico (non potrebbe essere altrimenti per avere la propagazione), isotropo, omogeneo, non viscoso, soggetto a un'onda acustica che si propaga lungo l'asse x, racchiuso in un contenitore cubico, dalle pareti flessibili senza peso, avente come normali gli assi cartesiani:



Il primo obbiettivo è ottenere l'equazione del moto.

Usando uno sviluppo in serie di Taylor (arrestato al secondo termine), possiamo scrivere che la risultante delle forze di pressioni agenti sul volumetto è

$$F = p - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x}\Delta x \right)\Delta y \Delta z = -\frac{\partial p}{\partial x}\Delta x \Delta y \Delta z = -\frac{\partial p}{\partial x}V_0 \longrightarrow \frac{F}{V_0} = -\frac{\partial p}{\partial x}$$

(il segno - è giustificato dal fatto che un gradiente di pressione positivo produce una risultante diretta verso le x decrescenti).

Applicando adesso la legge di Newton $F = M\frac{dv}{dt}$, l'equazione di prima diventa

$$\frac{M}{V_0}\frac{dv}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x}$$

Ricordando inoltre che $\rho = M/V_0$, si ottiene la cosiddetta **equazione del moto**:

$$\boxed{\rho_0 \frac{dv}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x}}$$

Passiamo adesso all'equazione dei gas.

In primo luogo, teniamo conto del fatto che è adiabatica la trasformazione che avviene nel mezzo gassoso a causa del propagarsi delle onde sonore: considerando il gas come un gas perfetto, l'equazione dell'adiabatica è $PV^k = \cos t$, dove V è il volume istantaneo (misurato in m^3) occupato dalla massa contenuta nel volume V_0 e dove l'indice k della trasformazione vale notoriamente 1.4 per gas come aria, idrogeno, ossigeno, azoto e quanti altri hanno molecole biatomiche. Differenziando l'equazione $PV^k = \cos t$, si ottiene $kPV^{k-1}dV + V^k dP = 0$, da cui si ricava anche che

$$\frac{dP}{P} = -k\frac{dV}{V}$$

D'altra parte, così come abbiamo fatto per la pressione, possiamo porre $\boxed{V = V_0 + \tau}$, dove τ è la *variazione del volume dovuta al fenomeno acustico*, mentre V_0 è il valore del volume nelle condizioni iniziali indisturbate. Dato che $p \ll p_0$ e $\tau \ll V_0$, l'equazione appena ricavata può essere allora riscritta nella forma

$$\frac{p}{p_0} = -k\frac{\tau}{V_0}$$

Derivando questa relazione rispetto al tempo, si ottiene adesso l' **equazione dei gas**:

$$\boxed{\frac{1}{p_0}\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{k}{V_0}\frac{\partial \tau}{\partial t}}$$

Dobbiamo adesso giungere alla formulazione dell'equazione della conservazione della massa.

Per prima cosa, dobbiamo considerare che la massa del gas nel volume di controllo rimane costante anche se le pareti di questo si deformano (*legge di conservazione della massa*): sulla base di questa considerazione, possiamo affermare che le variazioni di volume dipenderanno solo dalla differenza degli spostamenti delle particelle in corrispondenza delle facce opposte del volumetto di controllo.

Supponiamo allora che, in un certo intervallo di tempo, le particelle sulla faccia a sinistra del volumetto di controllo abbiano subito uno spostamento ξ_X; nello stesso intervallo di tempo, le particelle sulla faccia a destra si saranno allora spostate della quantità $\xi_X + \frac{\partial \xi_X}{\partial x}\Delta x$. Possiamo allora calcolare la variazione di volume τ nel modo seguente:

$$\tau = \left[\left(\xi_X + \frac{\partial \xi_X}{\partial x}\Delta x\right) - \xi_X\right]\Delta y \Delta z = \frac{\partial \xi_X}{\partial x}\Delta x \Delta y \Delta z = \frac{\partial \xi_X}{\partial x}V_0$$

Derivando rispetto al tempo e indicando con v la velocità istantanea delle particelle, otteniamo l' **equazione della conservazione della massa**:

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \xi_X}{\partial x}V_0\right) = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \xi_X}{\partial x}\right)V_0 = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \xi_X}{\partial t}\right)V_0 = V_0\frac{\partial v}{\partial x} \longrightarrow \boxed{\frac{\partial \tau}{\partial t} = V_0\frac{\partial v}{\partial x}}$$

A questo punto, dobbiamo combinare le tre equazioni ottenute per giungere all'equazione delle onde.

Prendendo l'espressione di $\partial\tau/\partial t$ dall'equazione di conservazione della massa e sostituendo nell'equazione dei gas, otteniamo

$$\frac{1}{p_0}\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{k}{V_0}\frac{\partial \tau}{\partial t} = -\frac{k}{V_0}V_0\frac{\partial v}{\partial x} = -k\frac{\partial v}{\partial x} \longrightarrow \frac{\partial p}{\partial t} = -kp_0\frac{\partial v}{\partial x}$$

Derivando ambo i membri di questa equazione rispetto al tempo, otteniamo

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -kp_0\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial v}{\partial x}$$

Dobbiamo ora trovare una comoda espressione per il termine $\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial v}{\partial x}$. Considerando allora l'equazione del moto $\rho_0 \frac{dv}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x}$, possiamo differenziarla rispetto ad x, in modo da ottenere

$$-\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \rho_0 \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial t} = \rho_0 \frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial v}{\partial x}$$

Da qui otteniamo che $\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$ e quindi, sostituendo nell'equazione di prima, otteniamo

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{kp_0}{\rho_0}\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$$

Ricordando che, nei gas, la velocità del suono ha espressione $c = \sqrt{\frac{kp_0}{\rho_0}}$, possiamo riscrivere quest'ultima equazione nella forma

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$$

e questa è l' **equazione delle onde** per suoni che si propagano in un gas ideale omogeneo nel caso unidimensionale.

Ripetendo un ragionamento analogo nello spazio tridimensionale, si ottiene l'equazione

$$\boxed{\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}}$$

Se, infine, sostituiamo alla pressione p la velocità v, si ottiene una relazione formalmente identica:

$$\boxed{\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}}$$

Queste due ultime equazioni esprimono dunque l'equazione delle onde in coordinate cartesiane e sono fondamentali per lo studio della propagazione delle onde piane.

Nel caso in cui si voglia considerare la propagazione nello spazio libero di **onde sferiche** emesse da **sorgenti sonore omnidirezionali (sferiche)**, è più utile esprimere l'equazione delle onde in coordinate sferiche: fissando l'origine del riferimento nel centro di propagazione, l'equazione da considerare diventa

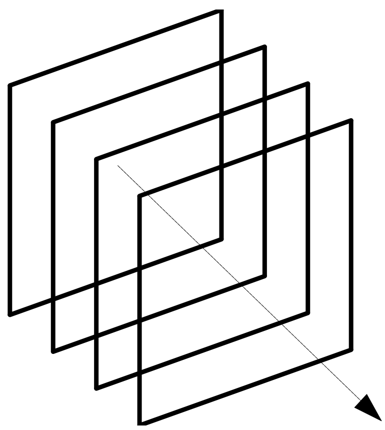
$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$$

LE ONDE PIANE

Consideriamo una sorgente acustica costituita da un piano che, immerso in un mezzo elastico, oscilla in direzione ortogonale a se stesso; in questo caso, si producono delle **onde acustiche piane**, ossia onde aventi le seguenti caratteristiche:

- il termine *piane* deriva dal fatto che il suono si propaga, nel mezzo di trasmissione, in modo tale che il luogo dei punti raggiunti in un certo istante dalla perturbazione sonora (**fronte d'onda**) sia un piano;
- le grandezze acustiche dipendono dal tempo e da un'unica coordinata spaziale, che coincide con la direzione di propagazione dell'onda, normale al fronte d'onda.

La figura seguente mostra uno schema di propagazione dei suoni per onde piane:



Quelli rappresentati in figura sono i fronti d'onda, ossia dei piani ortogonali alla direzione di propagazione (indicata dalla freccia).

Facendo riferimento alla sola coordinata x, l'*equazione delle onde* da considerare è quella trovata nel paragrafo precedente:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$$

Si dimostra che la soluzione generale di questa equazione differenziale è del tipo

$$p(x,t) = F(ct - x) + G(ct + x)$$

In questa espressione, F(ct-x) e G(ct+x) sono funzioni arbitrarie dotate di derivata seconda, mentre c è la velocità del suono nel mezzo considerato:

- la funzione F(ct-x) rappresenta un' **onda diretta di pressione**, in quanto essa si propaga nel verso positivo delle x con velocità c;
- in modo analogo, la funzione G(ct+x) rappresenta un' **onda inversa di pressione**, in quanto si propaga nel verso negativo delle x con velocità c.

Per esempio, una soluzione di questo tipo si può avere esplicitando F e G come funzioni esponenziali di un argomento immaginario: se supponiamo che ci sia solo l'onda diretta, può cioè risultare

$$\overline{p}(x,t) = \sqrt{2}p_{eff}e^{jk(ct-x)} = \sqrt{2}p_{eff}e^{j(\omega t-kx)}$$

dove abbiamo indicato con $\omega=2\pi f$ (rad/s) la *pulsazione*, con $k=\omega/c$ (rad/m) il *numero d'onda* e con p_{eff} il *valore efficace* della pressione, definito dalla relazione

$$p_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T p^2(t)dt}$$

Il *trattino* orizzontale sopra la *p* indica che $\overline{p}(x,t)$ è una quantità complessa, dotata perciò di un modulo e di una fase; considerando, invece, che ogni quantità fisica osservabile è sempre reale, possiamo applicare il *teorema di Eulero* per ottenere che

$$p(x,t) = \mathrm{Re}\{\overline{p}(x,t)\} = \mathrm{Re}\left\{\sqrt{2}p_{eff}e^{j(\omega t-kx)}\right\} = \sqrt{2}p_{eff}\,\mathrm{Re}\left\{e^{j(\omega t-kx)}\right\} = \sqrt{2}p_{eff}\cos(\omega t-kx)$$

La quantità (reale) p(x,t) rappresenta una vibrazione armonica, nello spazio e nel tempo, di ampiezza $\sqrt{2}p_{eff}$. Questa soluzione è particolarmente importante in quanto, sulla base del noto *teorema di Fourier* (applicabile sotto certe condizioni che risultano sempre verificate nei casi di interesse fisico), una funzione periodica è esprimibile come sommatoria di infiniti termini armonici.

Impedenza acustica (specifica e caratteristica)

La notazione esponenziale complessa presenta essenzialmente due vantaggi rispetto a quella trigonometrica reale: in primo luogo, c'è il vantaggio che una derivazione (o una integrazione) rispetto al tempo corrisponde semplicemente alla moltiplicazione (o divisione) per $j\omega$; in secondo luogo, tale notazione rende più semplice l'introduzione della cosiddetta *impedenza acustica*, che andiamo a descrivere.

Riprendiamo l'equazione del moto $\rho_0\frac{dv}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x}$: in base a questa equazione, è possibile ottenere la velocità v(x,t) per semplice integrazione, nel tempo, della quantità $\frac{\partial p}{\partial x}$: si cioè che

$$\rho_0\frac{dv}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} \longrightarrow dv = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial x}dt \longrightarrow v(x,t) = -\frac{1}{\rho_0}\int\frac{\partial p}{\partial x}dt = ... = \frac{1}{\rho_0}\frac{1}{c}p(x,t)$$

Facendo allora il rapporto tra la pressione sonora e la velocità delle particelle, otteniamo

$$\frac{p(x,t)}{v(x,t)} = \rho_0 c$$

Si ottiene dunque un valore reale e questa è una ulteriore importante caratteristica delle onde piane: *la pressione sonora e la velocità sono in fase e p(x,t) è proporzionale a v(x,t) secondo il coefficiente* $\rho_0 c$.

Per onde sonore generiche, non necessariamente piane, il rapporto tra il valore della pressione sonora in un generico punto ed il valore della velocità di spostamento delle particelle nello stesso punto prende il nome di **impedenza acustica specifica**: essa si indica con $\mathbf{Z_S}$ e si misura evidentemente in $\left[Pa \cdot s \cdot m^{-1}\right]$.

Per le onde piane, abbiamo appena visto che si tratta di una quantità reale (e prende il nome di **impedenza acustica caratteristica**, indicata con $\mathbf{Z_C}$), mentre, <u>in generale, tale rapporto è un numero complesso</u>, in conseguenza del fatto che pressione e velocità non sono in fase tra loro.

Nel caso di onda piana che si propaga liberamente nell'aria, alla temperatura di 25°C ed alla pressione atmosferica di 10^5 Pa, l'impedenza acustica caratteristica assume il valore

$$\boxed{Z_C = 407 \left[Pa \cdot s \cdot m^{-1}\right]}$$

Esempio numerico

Calcoliamo l'impedenza caratteristica dell'aria alla temperatura di 20°C ed alla pressione di 1 atmosfera.

Considerando l'aria come un gas perfetto, la sua impedenza caratteristica (cioè il rapporto tra la variazione di pressione e la variazione di velocità dovute alla perturbazione sonora) è data dalla formula $\boxed{Z_C = \frac{p}{v} = \rho_0 c}$: si tratta di una quantità reale in quanto si considera un'onda piana. Dobbiamo dunque calcolare la densità dell'aria e la velocità del suono nell'aria stessa:

- la formula per il calcolo della velocità del suono nell'aria sia $c = \sqrt{kRT}$, dove k è l'indice dell'adiabatica, che vale 1.4 per l'aria, dove R è la costante del gas considerato, che per l'aria vale $287\frac{J}{KgK}$, e dove T è la temperatura espressa in gradi Kelvin: (nel nostro caso è T=20°C=293K): sostituendo i valori numerici, si trova $c = 343(m/s)$
- per quanto riguarda, invece, la densità, ci basta usare la legge dei gas perfetti:

$$\rho_0 = \frac{m}{V_0} = \frac{P_0}{RT} = \frac{1(atm)}{287\left(\frac{J}{KgK}\right)293(K)} \cong \frac{10^5(Pa)}{287\left(\frac{J}{KgK}\right)293(K)} = 1.2\left(\frac{Kg}{m^3}\right)$$

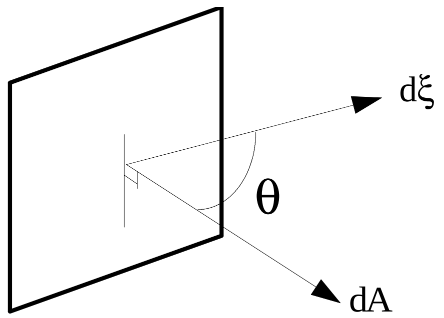
Facendo i conti, risulta $Z_C = \rho_0 c = 413\left(\frac{Kg}{m^2 \sec}\right)$.

Intensità acustica e densità di energia acustica

Vogliamo adesso determinare l'**energia sonora** che fluisce, nel tempo infinitesimo dt, attraverso la generica superficie, di area dA, immersa nel fluido in cui si propaga l'onda sonora.

A tale scopo, basta considerare che il fenomeno di propagazione del suono si verifica in quanto il fluido esercita sulla superficie *dA* una forza *F=pdA*. Se, nell'intervallo di tempo dt, il fluido di sposta della quantità $d\xi$ in direzione perpendicolare alla superficie dA, esso avrà compiuto un lavoro (forza per spostamento) pari a $d\ell = Fd\xi = pdAd\xi$ (misurato in J), mentre invece il lavoro sarà nullo se lo spostamento avviene in direzione tangente alla superficie dA. Allora, se indichiamo con θ l'angolo compreso tra lo spostamento dξ e la normale alla superficie dA, il lavoro $d\ell$ sarà dato, in generale, da

$$d\ell = p \cdot dA \cdot d\xi \cdot \cos\theta$$



Si definisce, allora **intensità acustica istantanea**, valutata nella direzione formante un angolo θ con la direzione di propagazione dell'onda sonora, la quantità

$$I_\theta(t) = \frac{d\ell}{dAdt} = p\frac{d\xi}{dt}\cos\theta = pv\cos\theta$$

misurata in W/m^2.

In base a questa espressione, *l'intensità acustica istantanea, nella direzione individuata dall'angolo q, è pari al prodotto della pressione sonora per la componente vcosq della velocità delle particelle nella direzione normale alla superficie.*

Nota $I_\theta(t)$, possiamo calcolarci l' intensità acustica media, detta brevemente **intensità acustica**, sempre nella direzione individuata da θ: basta fare appunto una media nel periodo, ossia

$$I_\theta = \frac{1}{T}\int_0^T I_\theta(t)dt$$

misurata anche questa in W/m^2.

Adoperando espressioni complesse, si trova che tale intensità acustica è, in generale, valutabile mediante la relazione

$$\boxed{I_\theta = \mathrm{Re}\left\{\overline{p}^* \cdot \overline{v}\right\}\cos\theta}$$

dove $\overline{v} = v_{eff}e^{-jkx}$ e inoltre $\overline{p}^*$ è il complesso coniugato di $\overline{p} = p_{eff}e^{-jkx}$:

Se, ad esempio, applichiamo questa definizione al caso di un'onda sonora piana, otteniamo quanto segue:

$$\boxed{I_\theta = \frac{p_{eff}^2}{\rho_0 c}\cos\theta}$$

dove p_{eff} è il valore efficace della pressione sonora nel punto in cui si vuol determinare l'intensità acustica istantanea, mentre r_0c è l'impedenza acustica caratteristica.

Da quella espressione si osserva chiaramente che l'intensità acustica assume valore minimo (=0) quando θ=90°, ossia quando lo spostamento del fluido avviene nella direzione tangenziale alla superficie considerata, mentre *assume valore massimo* $I_{\theta,max} = \frac{p_{eff}^2}{\rho_0 c}$ *quando lo spostamento avviene in direzione perpendicolare alla suddetta superficie (cioè quando q=0°).*

Infine, definiamo **densità di energia acustica** (simbolo: **D**) l'energia sonora contenuta nell'unità di volume all'intorno del punto considerato; si dimostra che essa è pari al rapporto tra l'intensità acustica misurata nella direzione di propagazione dell'onda (cioè per θ=0°) e la velocità del suono nell'aria: si ha dunque che

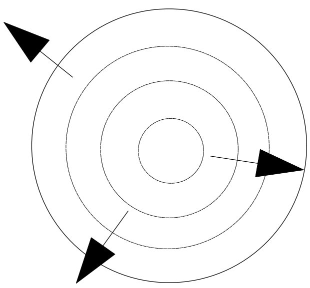
$$D = \frac{I_{\theta,max}}{c} = \frac{p_{eff}^2}{\rho_0 c^2}$$

e questa quantità si misura evidentemente in W/m^3.

LE ONDE SFERICHE

La principale caratteristica di una **sorgente sonora sferica** *è quella che tutti i punti della sua superficie vibrano uniformemente in fase spostandosi radialmente rispetto alla posizione di equilibrio per effetto di contrazioni ed espansioni.*

Le onde generate da una simile sorgente, dette appunto **onde sferiche**, si propagano allora con le stesse modalità in tutte le direzioni, mantenendo sempre la simmetrica sferica, per cui il fronte d'onda sarà costituito da superfici sferiche concentriche:



E' conveniente, in questo caso, ragionare in coordinate sferiche anziché in coordinate cartesiane, per cui l'equazione delle onde da considerare è quella nella forma

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$$

Una soluzione di questa equazione è data dalla seguente equazione:

$$\overline{p}(r,t) = \sqrt{2} e^{j\omega t}\left(\frac{Ae^{-jkr}}{r} + \frac{Be^{jkr}}{r}\right)$$

dove A/r e B/r sono i valori efficaci della pressione sonora, rispettivamente dell'onda e di quella inversa.

Se non ci sono ostacoli alla propagazione, il fenomeno può essere descritto per mezzo della sola onda diretta, per cui l' **equazione dell'onda sferica che si propaga liberamente nello spazio** è

$$\boxed{\overline{p}(r,t) = \frac{\sqrt{2}Ae^{-jkr}}{r}e^{j\omega t}}$$

Nota la pressione, è facile calcolarsi anche la velocità delle particelle: l'equazione del moto, espressa in coordinate sferiche, è uguale a quella in coordinate cartesiane salvo a scambiare la coordinata x con la coordinata r, ossia è $\rho_0 \frac{dv}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial r}$: in base a questa equazione, otteniamo (per integrazione) che

$$\boxed{\overline{v}(r,t) = \frac{\sqrt{2}A}{r\rho_0 c}e^{j\omega t}\left(1+\frac{1}{jkr}\right)e^{-jkr}}$$

Facendo inoltre il rapporto tra la pressione e la velocità, otteniamo l'impedenza acustica specifica di un'onda sonora sferica:

$$Z_S = \frac{\overline{p}(r,t)}{\overline{v}(r,t)} = \frac{\dfrac{\sqrt{2}Ae^{-jkr}}{r}e^{j\omega t}}{\dfrac{\sqrt{2}A}{r\rho_0 c}e^{j\omega t}\left(1+\dfrac{1}{jkr}\right)e^{-jkr}} = \frac{\rho_0 c}{\left(1+\dfrac{1}{jkr}\right)}$$

Questa relazione è importante per il motivo seguente: ricordando che $k=2\pi/\lambda$, possiamo riscrivere l'impedenza acustica specifica nella forma

$$\boxed{Z_S = \frac{\rho_0 c}{\left(1+\dfrac{\lambda}{j2\pi r}\right)}}$$

Allora, per distanze r dall'origine sufficientemente grandi da risultare $2\pi r/\lambda >> 1$, il termine $\lambda/j2\pi r$ è sicuramente trascurabile rispetto ad 1, per cui risulta

$$Z_S = \frac{\rho_0 c}{\left(1+\dfrac{\lambda}{j2\pi r}\right)} \xrightarrow{\frac{\lambda}{j2\pi r}>>1} \rho_0 c$$

Ricordando che $\rho_0 c$ è l'impedenza acustica di un'onda piana, deduciamo dunque che, *per distanze dall'origine grandi rispetto alla lunghezza d'onda l l'onda sferica, che si propaga liberamente nello spazio, si comporta come un'onda piana.*

Possiamo inoltre calcolare l'intensità acustica dell'onda sferica diretta nella direzione formante un angolo θ con la direzione radiale: applicando la definizione $I_\theta = \mathrm{Re}\left\{\overline{p}^* \cdot \overline{v}\right\}\cos\theta$ trovata nel paragrafo precedente, abbiamo che

$$I_\theta = \mathrm{Re}\left\{\frac{\sqrt{2}Ae^{jkr}}{r}e^{-j\omega t} \cdot \frac{\sqrt{2}A}{r\rho_0 c}e^{j\omega t}\left(1+\frac{1}{jkr}\right)e^{-jkr}\right\}\cos\theta$$

Se supponiamo ancora una volta che risulti kr>>1, il termine tra parentesi diventa trascurabile e si ottiene

$$I_\theta = \frac{2A^2}{r^2\rho_0 c}\cos\theta$$

Ricordando poi che A/r è il valore efficace della pressione sonora nel punto considerato a distanza r dal centro della sorgente sferica, quella diventa

$$I_\theta = \frac{2p_{eff}^2}{\rho_0 c}\cos\theta$$

ossia la stessa espressione, a meno del termine 2, trovata per le onde piane. Ciò significa che valgono le stesse considerazioni delle onde piane a proposito sia della densità di energia acustica sia dei valori minimo e massimo dell'intensità acustica: *l'intensità assume valore massimo* $I_{\theta,max} = \frac{2p_{eff}^2}{\rho_0 c}$ *quando viene misurata nella direzione di propagazione dell'onda sonora (cioè quando q=0°).*

Se ora consideriamo una sorgente omnidirezionale e trascuriamo la dissipazione di energia dovuta all'assorbimento dell'aria, la **potenza acustica totale** (simbolo: **W**) emessa dalla sorgente è pari, in base al *principio di conservazione dell'energia*, alla potenza che incide sul generico fronte d'onda di raggio r: allora, tenendo conto che sul fronte d'onda si mantengono uniformi tutte le grandezze acustiche, possiamo scrivere che

$$I_0 = \frac{W}{4\pi r^2}$$

Concludiamo questo argomento osservando che, nella realtà, le onde piane e le onde sferiche non sono gli unici tipi di onde acustiche esistenti. Tuttavia, le onde piane assumono una importanza particolare in quanto, *a grande distanza dalla sorgente, tutti i tipi di onde si comportano approssimativamente come onde piane.* Al contrario, quando è necessario esaminare che cosa accade in prossimità della sorgente sonora, non è possibile fare approssimazioni, per cui la natura delle onde va ricavata necessariamente risolvendo con precisione l'equazione delle onde precedentemente introdotta.

La descrizione del suono

INTRODUZIONE

Abbiamo visto che le **onde sonore** sono descrivibili sia in termini di pressione sia in termini di velocità: tuttavia, abbiamo anche osservato che queste due grandezze fisiche non sono indipendenti tra loro, ma sono legate dal concetto di *impedenza acustica*, per cui diventa indifferente adoperare l'una o l'altra grandezza.

Nella pratica, le onde sonore vengono normalmente descritte in termini di *pressione sonora*, o meglio di **ampiezza della variazione di pressione** prodotta dall'onda: se indichiamo con p_0 il valore della pressione in condizioni di equilibrio stabile (per esempio il valore della pressione atmosferica, ritenuto uniforme nello spazio e nel tempo) e con P(x,y,z,t) la pressione totale all'istante t e nel punto (x,y,z), essa sarà

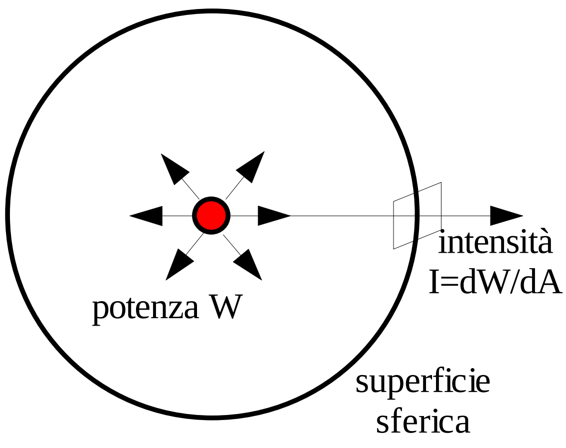
$$P(x,y,z,t) = p_0 + p(x,y,z,t)$$

dove p(x,y,z,t) rappresenta la **variazione di pressione** prodotta appunto dall'onda. Noi siamo interessati, ai fini della descrizione del suono, proprio a tale variazione.

Nel caso di suoni che si propagano nell'aria, le variazioni di pressione prodotte dalle onde sonore sono generalmente comprese nell'intervallo $\left[20(\mu Pa), 10^4(Pa)\right]$ e si tratta perciò di variazioni molto piccole rispetto alla pressione atmosferica, il cui valore al livello del mare, trascurando gli effetti delle condizioni metereologiche, è $\boxed{p_0 = 1{,}013 \cdot 10^5 (Pa)}$.

Il valore minimo di 20 μPa è un valore medio statistico ritenuto appunto come il minimo percepibile dall'ascoltatore medio; il valore di 10^4 Pa, invece, corrisponde pressoché a quello che si percepisce per un colpo di arma da fuoco, a distanza ravvicinata. E' bene inoltre ricordare che già una variazione di pressione dell'ordine di 10 Pa provoca una sensazione di *fastidio* nella percezione del suono, per cui rientra già nel campo dei cosiddetti *rumori*, di cui si parlerà in seguito.

La pressione (o la velocità) è una prima importante grandezza per la caratterizzazione di un'onda sonora; l'altra grandezza è invece la già citata *intensità acustica*: dal punto di vista energetico, i suoni sono caratterizzati dall' **intensità acustica** (simbolo: **I**). Per capire bene di che si tratta, facciamo riferimento alla figura seguente:



Consideriamo dunque la superficie infinitesima (di area dA) orientata normalmente rispetto alla direzione di propagazione dell'onda; supponiamo che tale superficie intercetti la porzione dW di potenza (= energia nell'unità di tempo) emessa dalla sorgente: in tal modo, l'**intensità acustica** è definibile mediante la relazione

$$\boxed{I = \frac{dW}{dA}}$$

In tal modo, *l'intensità acustica viene dunque a rappresentare l'energia che fluisce attraverso l'unità di superficie nell'unità di tempo (si tratta cioè di una potenza per unità di superficie).*

Nel caso dei suoni che vengono normalmente percepiti dall'osservatore umano, l'intensità acustica assume valore compresi nell'intervallo $\left[10^{-8}\left(W/m^2\right), 10^{-1}\left(W/m^2\right)\right]$.

Nel caso particolare di onde piane o di onde sferiche (a distanza dalla sorgente grande rispetto alla lunghezza d'onda), abbiamo già visto in precedenza come calcolare l'intensità acustica in funzione del valore efficace della pressione acustica:

$$\text{onde piane} \longrightarrow I = \frac{p_{eff}^2}{\rho_0 c}\cos\theta$$

$$\text{onde sferiche} \longrightarrow I = \mathrm{Re}\left\{\overline{p}^* \cdot \frac{p_{eff}}{\rho_0 c}\left(1 + \frac{1}{jkr}\right)\right\}\cos\theta$$

I LIVELLI SONORI

Abbiamo visto, nel paragrafo precedente, che *i valori della pressione sonora p e dell'intensità acustica I variano su range piuttosto ampi:* in particolare, abbiamo visto che la pressione sonora (cioè la variazione di pressione rispetto al valore atmosferico) varia nell'intervallo $\left[20(\mu Pa), 10^4(Pa)\right]$, mentre l'intensità acustica assume valori compresi nell'intervallo $\left[10^{-8}\left(W/m^2\right), 10^{-1}\left(W/m^2\right)\right]$. *E' quindi conveniente esprimere queste grandezze in <u>scala logaritmica</u>.*

Per fare questo, si introducono i cosiddetti **livelli di grandezze acustiche**, come appunto il *livello di pressione sonora* ed il *livello di intensità acustica*.

Cominciamo dal *livello di intensità acustica*. Sia I il valore numerico dell'intensità acustica (cioè il valore misurato in W/m^2) che vogliamo esprimere in scala logaritmica. La prima cosa da fare è fissare un <u>valore di riferimento</u> I_{RIF}, in quanto a noi interessa esprimere I non in modo assoluto, ma in rapporto proprio a I_{RIF}: convenzionalmente, il **valore di riferimento per l'intensità acustica** è

$$I_{RIF} = 10^{-12}\left(\frac{W}{m^2}\right)$$

Dato allora il rapporto I/I_{RIF}, il **livello di intensità (acustica)** è definito semplicemente con il logaritmo in base 10 di I/I_{RIF}, moltiplicato poi per 10:

$$\boxed{L_I = 10 \cdot \log_{10} \frac{I}{I_{RIF}}}$$

Il motivo per cui confrontiamo I con I_{RIF} è ora evidente: l'argomento di un logaritmo deve essere necessariamente adimensionale.

L'unità di misura del livello di una grandezza qualsiasi (rispetto ad un prefissato riferimento) è ovviamente il **decibel** (simbolo: **dB**), per cui L_I si misura in dB.

Sappiamo che l'intensità acustica, come la pressione sonora e la potenza acustica, varia entro limiti ben definiti, il che significa che anche il livello di intensità acustica varia entro un preciso intervallo:

- il valore minimo di tale intervallo è la cosiddetta **soglia dell'udito**, pari a $\boxed{L_I = 0\text{dB}}$ e cioè corrispondente a $I=I_{RIF}=10^{-12}(W/m^2)$: si tratta di un valore teorico che in effetti ha poco significato fisico, nel senso che la soglia dell'udito è in realtà leggermente più alta e sembra anche che vada alzandosi col passare del tempo;
- il valore massimo, invece, è la cosiddetta **soglia del dolore**, pari a $\boxed{L_I = 120\text{dB}}$ e cioè corrispondente a $I=10^{-1}(W/m^2)$.

Essendo il logaritmo una funzione invertibile, se conosciamo (per esempio perché lo abbiamo misurato) il livello di intensità acustica, possiamo facilmente ricavare l'intensità acustica espressa in unità naturali:

$$\boxed{I = I_{RIF} \cdot 10^{\frac{L_I}{10}}}$$

In modo del tutto analogo, è possibile definire il *livello di potenza* di una sorgente sonora: se W è la potenza emessa dalla sorgente, il **livello di potenza** sarà

$$L_W = 10 \cdot \log_{10} \frac{W}{W_{RIF}}$$

dove il **valore di riferimento per la potenza acustica** è $W_{RIF} = 10^{-12}(W)$. Naturalmente, vale anche in questo caso la relazione inversa che consente di ricavare W a partire da L_W:

$$W = W_{RIF} \cdot 10^{\frac{W_I}{10}}$$

E' possibile definire anche un *livello di pressione sonora* misurato in decibel: basta tener conto del fatto che la potenza o l'intensità acustica sono proporzionali al quadrato della pressione in valore efficace. In tal modo, il **livello di pressione sonora** è definito come

$$L_P = 10 \cdot \log_{10} \frac{p_{eff}^2}{p_{eff,RIF}^2} = 20 \cdot \log_{10} \frac{p_{eff}}{p_{eff,RIF}}$$

dove il **valore di riferimento per la pressione acustica efficace** è $p_{eff,RIF} = 2 \cdot 10^{-5} (Pa)$ e dove la relazione inversa è

$$p_{eff} = p_{eff,RIF} \cdot 10^{\frac{L_P}{20}}$$

E' importante osservare che *i valori di riferimento per l'intensità acustica, per la potenza acustica e per la pressione sonora efficace sono stati scelti in modo tale che <u>i relativi livelli risultassero tra loro correlati in maniera opportuna</u>.* Vediamo allora che tipo di legame esiste tra questi livelli.

Partiamo dal livello di intensità acustica $L_I = 10 \cdot \log_{10} \frac{I}{I_{RIF}}$: tenendo conto che I è proporzionale a p_{eff}^2 secondo la relazione $I = \frac{p_{eff}^2}{\rho_0 c}$, possiamo scrivere che

$$L_I = 10 \cdot \log_{10} \frac{I}{I_{RIF}} = 10 \cdot \log_{10} \frac{p_{eff}^2}{\rho_0 c I_{rif}} = 10 \cdot \log_{10} \frac{p_{eff}^2 p_{eff,RIF}^2}{\rho_0 c I_{rif} p_{eff,RIF}^2} = 10 \cdot \log_{10} \frac{p_{eff}^2}{p_{eff,RIF}^2} + 10 \cdot \log_{10} \frac{p_{eff,RIF}^2}{\rho_0 c I_{rif}} =$$

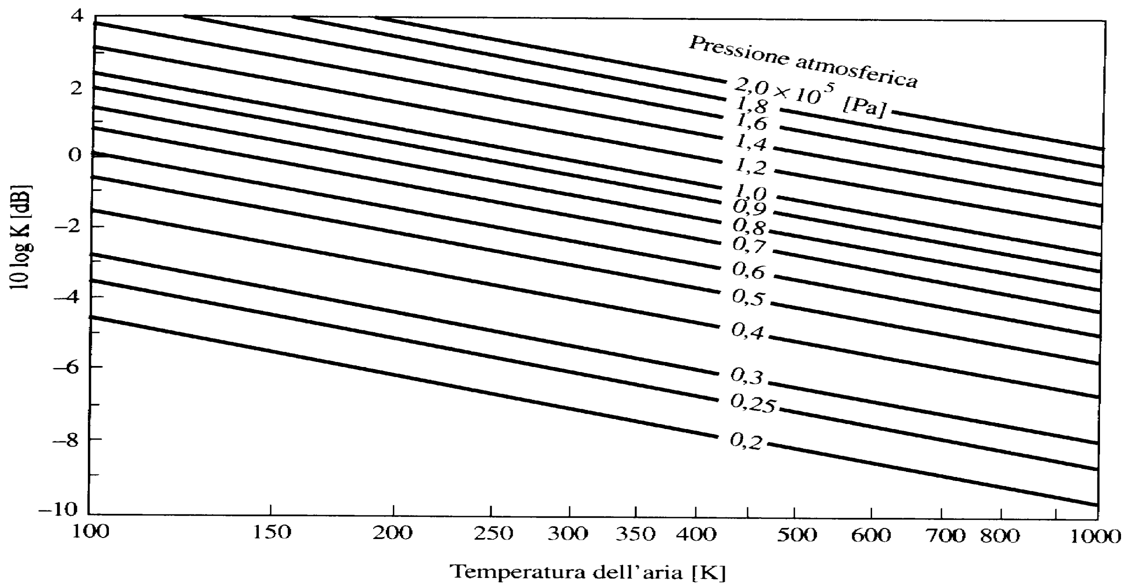
$$= L_P + 10 \cdot \log_{10} \frac{p_{eff,RIF}^2}{\rho_0 c I_{rif}} = L_P - 10 \cdot \log_{10} \frac{\rho_0 c I_{rif}}{p_{eff,RIF}^2}$$

Ponendo $K = \frac{\rho_0 c I_{rif}}{p_{eff,RIF}^2}$ e $C = -10 \cdot \log_{10} K$, possiamo dunque concludere che

$$\boxed{L_I = L_P + C}$$

Questo è dunque il <u>legame tra il livello di intensità acustica ed il livello di pressione sonora</u>.

E' opportuna fare qualche osservazione circa la costante C. In particolare, va osservato che tale costante dipende strettamente dalle condizioni ambientali in quanto è legata al valore di $\rho_0 c$. Allora, nel grafico seguente è riportato il valore assoluto di C in funzione della temperatura dell'aria (misurata in K) e della pressione atmosferica (misurata in Pa):



E' facile accorgersi che l'unico caso in cui risulta L_I=L_P è quello in cui C=0, che corrisponde a $\frac{\rho_0 c I_{rif}}{p^2_{eff,RIF}}=1$, ossia a

$$\boxed{\rho_0 c = \frac{p^2_{eff,RIF}}{I_{rif}} = 400\left(\frac{s}{m}\right)}$$

In condizioni normali (cioè alla pressione di $1{,}013\cdot 10^5\,(Pa)$ ed alla temperatura di 20°C) risulta $\rho_0 c = 409\left(\frac{s}{m}\right)$ e quindi *in tali condizioni si può ritenere, con buona approssimazione, che, numericamente, il livello di intensità acustica e quello di pressione sonora risultano uguali.*

Sovrapposizione di più suoni

Per concludere, nel caso in cui due o più suoni (dei quali si conoscano i rispettivi livelli L_i) si sovrappongono, *per calcolare il livello totale L_T non bisogna sommare i singoli livelli, ma il livello della somma delle rispettive intensità acustiche,* in quanto sono le grandezze energetiche quelle che si sommano: l'intensità acustica totale è

$$I_{TOT} = \sum_i I_i$$

Dividendo ambo i membri per I_{rif} e facendo successivamente il logaritmo in base 10, si ottiene

$$\log_{10}\frac{I_{TOT}}{I_{rif}} = \log_{10}\sum_i \frac{I_i}{I_{rif}}$$

Portando adesso il logaritmo dentro la sommatoria (che è un operatore lineare) e moltiplicando ambo i membri per 10, si ottiene proprio il livello totale di intensità:

$$L_{I,tot} = 10\cdot\log_{10}\sum_i \frac{I_i}{I_{rif}} = 10\cdot\log_{10}\sum_i 10^{\frac{L_i}{10}}$$

Facciamo un esempio semplice: supponiamo di avere due soli suoni cui corrispondono i livelli di intensità L_1=70dB e L_2=70dB; per calcolare il livello di intensità totale, dobbiamo applicare la formula appena enunciata, per cui abbiamo che

$$L_{I,tot} = 10\cdot\log_{10}\sum_{i=1,2} 10^{\frac{L_i}{10}} = 10\cdot\log_{10}\left(10^{\frac{L_1}{10}} + 10^{\frac{L_2}{10}}\right) = 10\cdot\log_{10}\left(10^7+10^7\right) = 10\cdot\log_{10} 2\cdot 10^7 =$$

$$= 10\cdot\log_{10}10^7 + 10\cdot\log_{10}2 = 70(dB) + 3(dB) = 73(dB)$$

Il risultato ottenuto è molto significativo: esso indica infatti che, *avendo due suoni di uguale livello di intensità L_I, il livello di intensità totale sarà L_I*

`incrementato di 3dB.` Chiaramente, se fossero 3 i suoni di livello L_I, si avrebbe un livello totale

$$L_{I,tot} = 10 \cdot \log_{10} \sum_{i=1,2,3} 10^{\frac{L_i}{10}} = 10 \cdot \log_{10} 10^7 + 10 \cdot \log_{10} 3 = 70(dB) + 6(dB) = 76(dB)$$

cioè un incremento di 6(dB) rispetto ad L_I.

> Una semplice ma comoda applicazione di questo risultato può essere la seguente: supponiamo di avere una sorgente sonora che emette una potenza acustica di 0.1W. Supponiamo anche che, in un certo istante, la sorgente venga portata ad emettere una potenza acustica di 0.2W. Ci interessa calcolare la variazione del livello di potenza emessa dalla sorgente. Per rispondere a questa domanda, potremmo anche procedere per via analitica, calcolando i livelli iniziale e finale di potenza e facendo la differenza. Tuttavia, possiamo anche risparmiarci tali calcoli: si osserva infatti che 0.2W è il doppio di 0.1W, il che significa che il livello di potenza finale sarà aumentato di 3dB rispetto al livello di potenza finale.

Esempio numerico

Consideriamo una sorgente sonora che irradia 1W di potenza acustica e supponiamo che tale potenza sonora si propaghi sotto forma di onde sferiche. Consideriamo inoltre un punto a distanza r=10 m dalla sorgente: supponendo che le condizioni di temperatura e pressione siano quelle standard (20°C e 1 atm), vogliamo calcolare, in tale punto, l'intensità sonora in direzione radiale, il livello di intensità, la densità di energia, la pressione efficace e la velocità efficace.

Possiamo subito ricordarci che, per le onde sferiche, l'intensità acustica, a distanza r dalla sorgente, è data da

$$I_0(r) = \frac{W}{4\pi r^2}$$

(ricordiamo che la direzione radiale è caratterizzata da $\theta=0$).

Avendo detto che la sorgente irradia una potenza acustica di 1W, quella formula ci dice che

$$I_0 = \frac{1(W)}{4\pi \cdot (1m)^2} = 7.9 \cdot 10^{-4} \frac{W}{m^2}$$

e da qui ricaviamo immediatamente che il livello di intensità è

$$L_I = 10\log_{10}\frac{I_0}{I_{RIF}} = 10\log_{10}\frac{7.9 \cdot 10^{-4} \frac{W}{m^2}}{10^{-12} \frac{W}{m^2}} = 89 \ \ dB$$

Rapportando inoltre I_0 alla velocità di propagazione del suono nel mezzo considerato, otteniamo la densità di energia:

$$D = \frac{I_0}{c} = \frac{I_0}{\sqrt{kRT}} = \frac{7.9 \cdot 10^{-4}}{\sqrt{1.4 \cdot 287 \cdot 293}} = 7.9 \cdot 10^{-4} \frac{J}{m^3}$$

dove abbiamo considerato che la velocità di propagazione del suono dipende dalla temperatura e dalla costante k del mezzo stesso e dove abbiamo preso $R = 287(J/kgK)$.

Sempre partendo da I_0 possiamo anche calcolare la pressione efficace nel punto considerato: infatti, ci basta ricordare che, a sufficiente distanza dalla sorgente, le onde sferiche si comportano come onde piane, per cui risulta $I = \frac{p_{eff}^2}{\rho_0 c}\cos\theta$; nel nostro caso, stiamo considerando la direzione radiale θ=0, per cui abbiamo che

$$p_{eff} = \sqrt{I_0 \rho_0 c}$$

La velocità di propagazione del suono è stata prima calcolata (risulta pari a $\sqrt{kRT} = 343\ m/s$), per cui resta da calcolare la densità nelle assegnate condizioni di pressione e temperatura: assumendo per il mezzo considerato un comportamento da gas perfetto, abbiamo che

$$\rho_0 = \frac{p_0}{RT} = \frac{1.013 \cdot 10^5 (Pa)}{287\left(\frac{J}{kgK}\right) \cdot 293(K)} = 1.2 \frac{kg}{m^3}$$

da cui si ottiene che $p_{eff} = \sqrt{I_0 \rho_0 c} = \sqrt{\rho_0 c^2 D} = 0.57(Pa)$.

Infine, per calcolare la velocità efficace, ci basta ricordare che essa è legata alla pressione efficace dal concetto di impedenza acustica. In particolare, assumendo per le onde considerate il comportamento da onde piane, sappiamo che pressione e velocità sono in fase ed il loro rapporto è dato dall'impedenza caratteristica $\rho_0 c$, per cui abbiamo che

$$\rho_0 c = \frac{p_{eff}}{v_{eff}} \longrightarrow v_{eff} = \frac{p_{eff}}{\rho_0 c} = 1.414 \cdot 10^{-3} \frac{m}{s}$$

CENNI SULLO SPETTRO SONORO

Data una sorgente sonora reale, anche se essa vibra con oscillazione sinusoidale di ben definita frequenza, difficilmente produce un **suono puro**: il più delle volte, *il suono rilevato in un punto può essere considerato come composto da un insieme di suoni puri, ciascuno ad una diversa frequenza, variabile discretamente o con continuità.*

Dobbiamo allora distinguere due casi, a seconda che il suono rilevato sia di tipo periodico oppure aperiodico.

Per l'analisi di un **suono periodico**, possiamo applicare il noto *teorema di Fourier* (che risulta sempre applicabile nei casi di interesse fisico): in base a questo teorema, un segnale x=x(t), periodico di periodo T e frequenza f=1/T, è sempre sviluppabile come somma di infiniti termini armonicamente correlati, ciascuno dei quali è caratterizzato da una frequenza multipla della frequenza f (detta *frequenza fondamentale*). In formule, risulta cioè che

$$\boxed{x(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_n e^{j2\pi f_n t}}$$

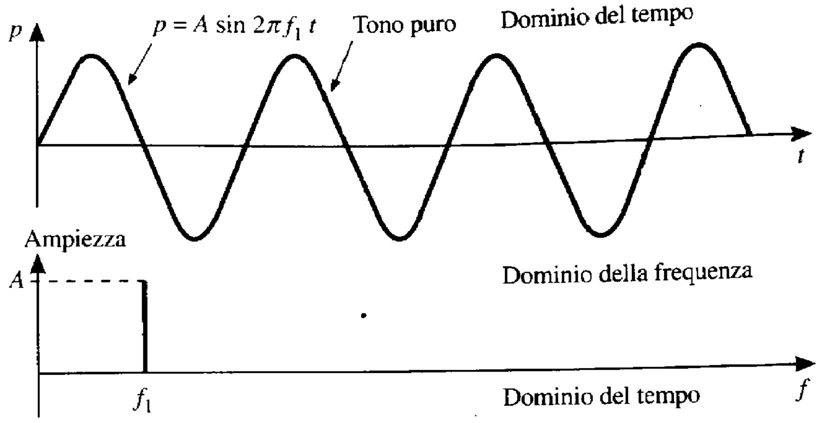
dove i coefficienti dello sviluppo sono

$$x_n=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)e^{-j2\pi f_n t}dt$$

In base a questo teorema, dunque, *un suono periodico può sempre essere scomposto in un insieme di suoni puri di diversa frequenza (le cosiddette* **armoniche***).*

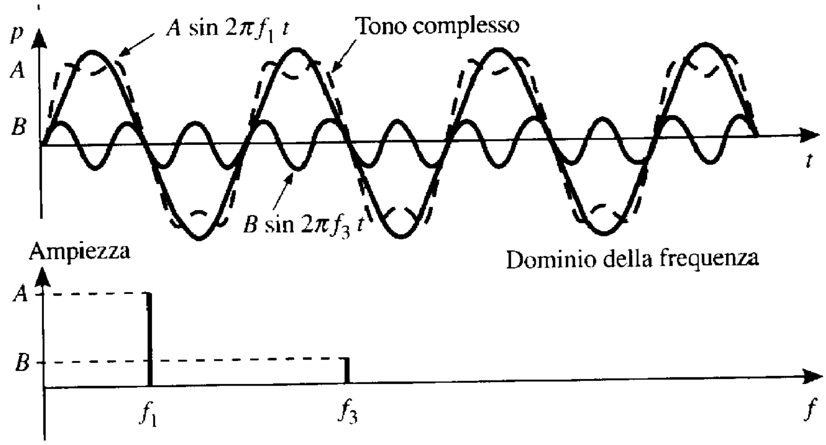
Allora, *la rappresentazione del livello di pressione di ogni armonica del suono (periodico) considerato prende il nome di* **spettro sonoro** *del suono stesso.*

Se abbiamo a che fare con un suono puro, la situazione è quella schematizzata nella figura seguente:



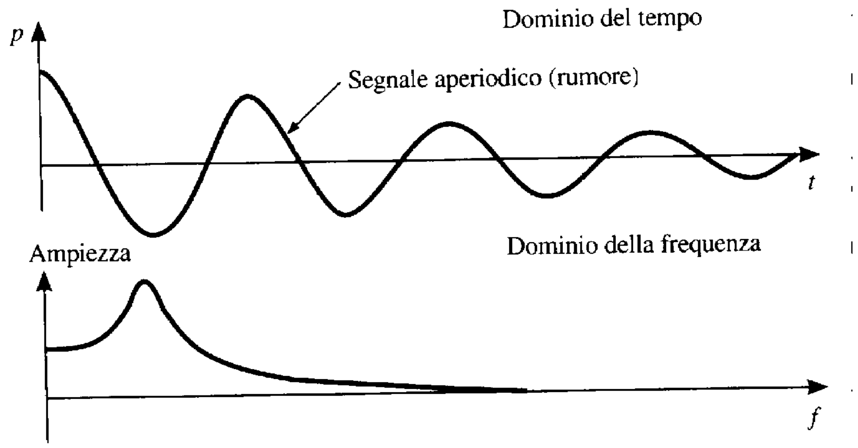
Un suono puro (detto anche **tono puro**) è un segnale sinusoidale caratterizzato da una ben precisa frequenza: di conseguenza, il suo spettro sonoro è costituito semplicemente da una sola linea in corrispondenza di tale frequenza.

Se, invece, il suono periodico non è puro, ma è complesso, allora la situazione è quella della figura seguente:



In questo caso, abbiamo la sovrapposizione di più suoni puri, ciascuno a diversa frequenza, per cui lo spettro sonoro è formato da più linee in corrispondenza delle frequenze multiple che compongono il suono originario (nella figura sono 2 per semplicità).

L'altra possibilità è che il suono considerato sia **aperiodico** e di durata limitata, come nella figura seguente:



In questo caso, *esso può essere scomposto in una somma di infiniti termini armonici, tali però che la differenza di frequenza di due termini successivi non sia discreta, ma infinitesima.* Questo fa si che l'insieme delle frequenze dei termini componenti vada a costituire una distribuzione non più discreta, ma continua, ossia uno **spettro continuo** come quello indicato in figura nel secondo diagramma[1].

In questo caso, la grandezza fisica cui si è interessati è rappresentata attraverso la cosiddetta **funzione di densità spettrale**: integrando tale funzione rispetto alla frequenza, si ottiene il valore della grandezza nell'intervallo di frequenza considerato.

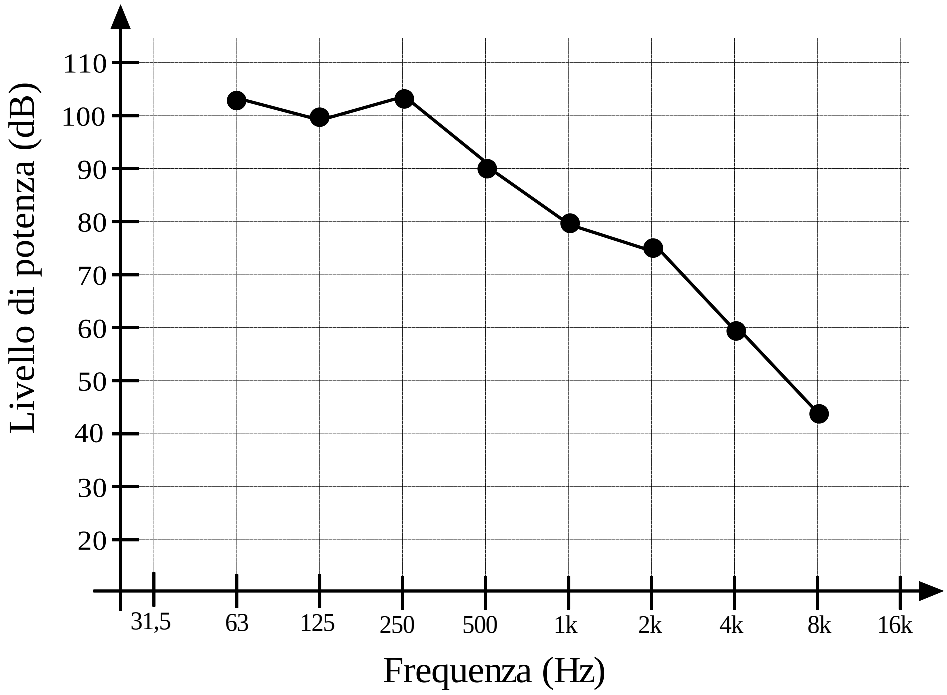
E' importante sottolineare che, date le proprietà dell'integrazione, questa operazione va applicata solo a funzioni che rappresentano grandezze effettivamente sommabili: questo si verifica quando la funzione di densità spettrale rappresenta la grandezza espressa in termini energetici, per cui il discorso vale per l'intensità acustica, per la potenza e per il quadrato del valore efficace della pressione.

Bande di frequenza

Il procedimento appena descritto per l'analisi di un fenomeno sonoro può essere semplificato attraverso l'introduzione delle cosiddette **bande di frequenza**.

Si considera l'intero spettro di frequenze udibili e lo si divide in intervalli di frequenza, detti appunto **bande di frequenza**, continui e abbastanza piccoli per non perdere di dettaglio; usando un semplice diagramma cartesiano, in corrispondenza della **frequenza centrale** di ogni intervallo si riporta il valore del livello di pressione sonora, come indicato nella figura seguente:

[1] Ricordiamo un risultato fondamentale dell'analisi di Fourier: un segnale (e quindi anche un suono) di durata infinita ha uno spettro limitato e, viceversa, un segnale con uno spettro esteso su tutte le frequenze è un segnale di durata finita.



Per evidenziare l'andamento dello spettro, i punti così ottenuti vengono uniti tra loro (come nella figura precedente) anche se i valori letti sui segmenti che uniscono i punti non forniscono alcuna informazione[2].

La scelta dell'ampiezza delle bande di frequenza viene solitamente fatta secondo due criteri: o ampiezza costante oppure ampiezza proporzionale alla frequenza inferiore della banda. Quest'ultimo caso è quello più frequente: *la caratteristica è che le ampiezze di banda e le frequenze inferiori e superiori della bande sono in progressione geometrica*.

In particolare, la cosiddetta **frequenza centrale** (o anche **frequenza di centro banda**) della generica banda $[f_1, f_2]$ è legata alle due frequenze estreme della banda stessa attraverso la media geometrica: si ha cioè che

$$f_C = \sqrt{f_1 f_2}$$

In acustica, le bande di frequenza hanno sempre la ragione della progressione geometrica pari ad una potenza di 2: ciò significa che la frequenza finale f_2 e quella iniziale f_1 della banda sono legate da una relazione del tipo

$$\boxed{f_2 = 2^n f_1}$$

A seconda del valore di n, avremo bande più o meno larghe:

- quando $\boxed{n = 1}$, si ottengono le cosiddette **bande di ottava**, per le quali risulta quanto segue:

$$f_2 = 2f_1 \qquad f_1 = \frac{f_C}{\sqrt{2}} \qquad f_2 = \sqrt{2} f_C$$

[2] Il fatto di unire i vari punti costituisce una semplice interpolazione grafica di scarso significato fisico.

- l'altra possibilità è $\boxed{n=1/3}$, nel qual caso si ottengono le cosiddette **bande in terzi di ottava**, ovviamente più strette delle precedenti:

$$f_2 = \sqrt[3]{2}f_1 \qquad f_1 = \frac{f_C}{\sqrt[6]{2}} \qquad f_2 = \sqrt[6]{2}f_C$$

Il campo udibile può essere suddiviso indifferentemente in base di ottava o di terzi di ottava contigue ed esistono delle precise convenzioni internazionali in proposito. La figura seguente mostra, sulla base delle suddette convenzioni, una parte della suddivisione dello spettro di frequenze udibili:

	Ottava			Terzi di ottava		
Banda	Frequenza inferiore	Frequenza centrale	Frequenza superiore	Frequenza inferiore	Frequenza centrale	Frequenza superiore
12	11	16	22	14,1	16	17,8
13				17,8	20	22,4
14				22,4	25	28,2
15	22	31,5	44	28,2	31,5	35,5
16				35,5	40	44,7
17				44,7	50	56,2
18	44	63	88	56,2	63	70,8
19				70,8	80	89,1
20				89,1	100	112
21	88	125	177	112	125	141
22				141	160	178
23				178	200	224
24	177	250	355	224	250	282
25				282	315	355
26				355	400	447
27	355	500	710	447	500	562
28				562	630	708
29				708	800	891

Osservando l'ampiezza delle varie bande, si osserva che essa aumenta al crescere della frequenza iniziale. L'ultima banda, non riportata in tabella, ha una frequenza centrale di 16 kHz (corrispondente al limite del campo dell'udibile), per cui inizia alla frequenza $f_1 = \frac{16kHz}{\sqrt{2}} = 11314Hz$.

E' abbastanza intuitivo prevedere che *uno spettro in bande di terzi di ottava fornisca più informazioni rispetto ad uno spettro di bande di ottava:* ad esempio, capita spesso che uno stesso suono, esaminato in bande di terzi di ottava, metta in evidenza la presenza di massimi o minimi relativi del livello sonoro che invece in bande di ottava non risultano visibili, con conseguente maggiore precisione.

Inoltre, *noto lo spettro in bande di terzi di ottava, è sempre possibile ricavare quello in bande di ottava:* infatti, data la generica banda di ottava, per ottenere il corrispondente valore della grandezza considerata basta sommare i valori corrispondenti alle tre sottobande in cui essa è stata divisa.

Si tratta di un concetto del tutto generale, nel senso che, *conoscendo i valori del livello sonoro nelle singole sottobande in cui la banda principale viene suddivisa, è sempre possibile calcolare il livello nella banda principale.* Consideriamo ad esempio la pressione sonora: ricordando che i valori efficaci al quadrato sono proporzionali all'intensità acustica, se N sono le sottobande in cui è stata divisa la banda principale, il quadrato del valore efficace della banda principale risulterà

$$p^2 = p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + \ldots + p_N^2$$

dove $p_1, p_2, \ldots, p_N$ sono i valori efficaci nelle sottobande.

Se ci si riferisce ai livelli di pressione sonora anziché direttamente alla pressione sonora stessa, il discorso è analogo: il livello di pressione sonora nella banda principale sarà

$$L_P = 10 \cdot \log_{10} \frac{p^2}{p_{RIF}^2} = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{p_1^2 + p_2^2 + \ldots + p_N^2}{p_{RIF}^2}\right) = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{p_1^2}{p_{RIF}^2} + \frac{p_2^2}{p_{RIF}^2} + \ldots + \frac{p_N^2}{p_{RIF}^2}\right) =$$
$$= 10 \cdot \log_{10}\left(10^{\frac{L_{P1}}{10}} + 10^{\frac{L_{P2}}{10}} + \ldots + 10^{\frac{L_{PN}}{10}}\right)$$

Relazioni analoghe valgono ovviamente per i livelli di intensità acustica e di potenza:

$$L_I = 10 \cdot \log_{10} \frac{I}{I_{RIF}} = 10 \cdot \log_{10}\left(10^{\frac{L_{I1}}{10}} + 10^{\frac{L_{I2}}{10}} + \ldots + 10^{\frac{L_{IN}}{10}}\right)$$
$$L_W = 10 \cdot \log_{10} \frac{W}{W_{RIF}} = 10 \cdot \log_{10}\left(10^{\frac{L_{W1}}{10}} + 10^{\frac{L_{W2}}{10}} + \ldots + 10^{\frac{L_{WN}}{10}}\right)$$

Scale di pesatura: scala A

Mediante le ultime tre relazioni, è possibile sia ottenere lo spettro sonoro in bande di ottava partendo dallo spettro in bande di terzi di ottava sia ottenere il livello globale di pressione o intensità acustica o potenza dell'intero suono conoscendo lo spettro sonoro o in bande di ottava o in bande di terzi di ottava.

C'è però da osservare una cosa a questo proposito: molto spesso, *specialmente nella valutazione dei rumori, i livelli determinati nelle singole sottobande non vengono subito sommati, ma vengono preventivamente corretti mediante coefficienti scelti opportunamente.* In questo modo, si ottiene un valore del livello globale pesato secondo la **scala di pesatura** definita dai valori di correzione utilizzati.

La scala di pesatura maggiormente impiegata è la cosiddetta **scala A**, la quale *tiene conto della diversa sensibilità dell'orecchio umano alle varie frequenze*: infatti, si verifica che l'udito dell'uomo non presenta una sensibilità costante per tutte le frequenze, ma, al contrario, presenta la massima sensibilità in corrispondenza della frequenza di **1 kHz** e poi la sensibilità decresce andando verso i due estremi.

La scala A tiene conto proprio di questo; la seguente tabella indica i fattori correttivi previsti da questa scala per le varie bande di frequenza (sia in bande di ottava sia in bande di terzi di ottava):

	Fattore correttivo	
Frequenza [Hz]	**Banda in terzi di ottava**	**Banda di ottava**
50	-30.2	
63	-26.2	-26.2
80	-22.5	
100	-19.1	
125	-16.1	-16.1
160	-13.4	
200	-10.9	
250	-8.6	-8.6
315	-6.6	
400	-4.8	
500	-3.2	-3.2
630	-1.9	
800	-0.8	
1000	0.0	0.0
1250	0.6	
1600	1.0	
2000	1.2	1.2
2500	1.3	
3150	1.2	
4000	1.0	1.0
5000	0.5	
6300	-0.1	
8000	-1.1	-1.1
10000	-2.5	

Si osserva subito che il valore correttivo alla frequenza di 1 kHz è nullo, a conferma del fatto che, a quella frequenza, la sensibilità dell'udito dell'uomo è la massima possibile.

Esempio numerico

Cerchiamo allora di capire, mediante un esempio numerico, come funziona questo metodo di correzione.

Supponiamo che l'analisi in frequenza del livello di pressione sonora abbia dato i seguenti risultati:

	Frequenze centrali delle bande di ottava [Hz]							
	63	**125**	**250**	**500**	**1k**	**2k**	**4k**	**8k**
Livelli di pressione [dB]	85	83	86	84	81	76	73	70

Queste informazione sono sufficienti a calcolare il livello globale in tutta la banda, senza correzioni: applicando infatti la formula

$$L_P = 10 \cdot \log_{10}\left(10^{\frac{L_{P1}}{10}} + 10^{\frac{L_{P2}}{10}} + \ldots + 10^{\frac{L_{PN}}{10}}\right)$$

abbiamo che

$$L_P = 10 \cdot \log_{10}\left(10^{\frac{85}{10}} + 10^{\frac{83}{10}} + 10^{\frac{86}{10}} + 10^{\frac{84}{10}} + 10^{\frac{81}{10}} + 10^{\frac{76}{10}} + 10^{\frac{73}{10}} + 10^{\frac{70}{10}}\right) = \ldots = 91.3 (dB)$$

Se, invece, vogliamo calcolare il livello globale di pressione ponderato in scala A, dobbiamo per prima cosa determinare i singoli livelli sonori corretti con i coefficienti indicati in precedenza:

	Frequenze centrali delle bande di ottava [Hz]							
	63	**125**	**250**	**500**	**1k**	**2k**	**4k**	**8k**
Livelli di pressione [dB]	85	83	86	84	81	76	73	70
Scala A correzione [dB]	-26.2	-16.1	-8.6	-3.2	0.0	+1.2	+1	-1.1
Livelli di p corretti [dB]	58.8	66.9	77.4	80.8	81	77.2	74	68.9

Applicando allora nuovamente la formula di prima, avremo quanto segue:

$$L_{P,A} = 10 \cdot \log_{10}\left(10^{\frac{58.8}{10}} + 10^{\frac{66.9}{10}} + 10^{\frac{77.4}{10}} + 10^{\frac{80.8}{10}} + 10^{\frac{81}{10}} + 10^{\frac{77.2}{10}} + 10^{\frac{74}{10}} + 10^{\frac{68.9}{10}}\right) = \ldots = 85.9 (dB)$$

La sorgente sonora

INTRODUZIONE

Ci sono due parametri da utilizzare per caratterizzare, dal punto di vista acustico, una **sorgente sonora**:

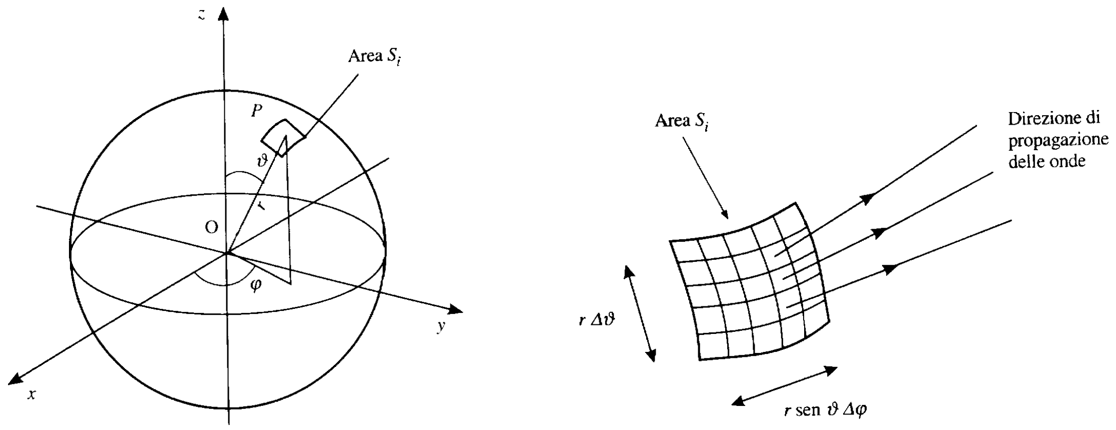
- il primo parametro è il **livello di potenza sonora** (simbolo: L_W), che misura tutta la potenza acustica irradiata dalla sorgente in tutto il campo di frequenze udibili oppure nella banda di frequenze di interesse;
- il secondo parametro è la **direttività** (simbolo: **Q**), la quale indica invece come la potenza viene irraggiata nelle diverse direzioni che si dipartono dal centro della sorgente stessa; si tratta di un parametro funzione sia della frequenza sia della direzione secondo la quale viene emessa la potenza sonora.

Questi due parametri consentono di caratterizzare la sorgente al fine di calcolare il livello di pressione sonora da questa prodotta in ogni punto dello spazio circostante, vale a dire di definire il cosiddetto **campo sonoro**.

LA MISURA DELLA POTENZA ACUSTICA

La **potenza acustica** irradiata da una sorgente può essere determinata *valutando il flusso energetico che, nell'unità di tempo, attraversa una qualsiasi superficie S (generalmente un sfera) che racchiude la sorgente stessa.*

Per fare questa determinazione, è possibile procedere come indicato nella figura seguente:



In pratica, si suddivide la superficie chiusa S in N elementi di superficie S_k; in corrispondenza di ciascun elementino, si determina l'intensità sonora I_k; con queste informazioni, la potenza acustica della sorgente nelle varie bande di frequenza si ottiene mediante la seguente relazione:

$$\boxed{W = \sum_{k=1}^{N} I_k S_k}$$

In generale, per effettuare una misura di potenza acustica, è opportuno porsi in **campo libero**, ossia nello spazio completamente libero da ogni ostacolo che possa riflettere il suono. In particolare, possiamo avere due possibili situazioni di campo libero:

- il caso ideale è quello del cosiddetto **spazio (libero) sferico**: in questo caso, non ci sono assolutamente ostacoli alla propagazione;
- un caso già più frequente (anche se difficile anch'esso da realizzare) è quello in cui non ci sono ostacoli eccezion fatta per il suolo al di sotto della sorgente: si parla in questo caso di **spazio (libero) emisferico** e vedremo in seguito quale differenza sussiste con lo spazio sferico.

Lo spazio (libero) sferico si realizza praticamente soltanto in particolari strutture sperimentali dette **camere anecoiche**: si tratta di ambienti delimitati da superfici tutte perfettamente assorbenti dal punto di vista acustico, in modo tale da eliminare ogni possibile fenomeno di riflessione del suono (non sono invece rilevanti eventuali fenomeni di trasmissione del suono all'esterno).

In effetti, sono ambienti molto difficili da realizzare, principalmente perché *non esistono materiali che risultino perfettamente assorbenti in corrispondenza di TUTTE le frequenze.* Oltre a questo, ci sono problemi legati anche all'effetto del pavimento: nella maggior parte dei casi, si usano **pavimenti acusticamente trasparenti**, generalmente costituiti da reti di cavi metallici intrecciati tra loro.

Lo spazio libero emisferico può realizzarsi, invece, con buona approssimazione, all'esterno in una zona piana pavimentata a grande distanza da altre superfici riflettenti; ovviamente, ci sono poi delle apposite strutture sperimentali, dette **camere semianecoiche**, nelle quali le pareti ed il soffitto sono perfettamente assorbenti, mentre il pavimento è acusticamente riflettente.

Vediamo adesso di fare qualche passaggio analitico per capire come si possa misurare, nella pratica, il livello di potenza emesso da una sorgente.

Il nostro obbiettivo è quello di calcolare la potenza emessa dalla sorgente considerata. Per fare questo, abbiamo detto che dobbiamo scegliere una superficie sferica che circondi la sorgente stessa: ci conviene allora prendere una sfera sufficientemente distante dalla sorgente stessa (vale a dire con raggio sufficientemente elevato), in modo da poter ritenere che le onde acustiche emesse dalla sorgente, quale che sia la loro natura, si comportino come delle onde piane in corrispondenza della superficie della sfera stessa. Questa ipotesi ci è utile in quanto ci ricordiamo che l'intensità acustica di un'onda piana (emessa da una sorgente che irraggia energia sonora nello spazio sferico), valutata nella direzione di propagazione dell'onda, è data dalla relazione $I = \frac{p_{eff}^2}{\rho_0 c}$; avendo allora detto prima che $W = \sum_{k=1}^{N} I_k S_k$, possiamo scrivere che la potenza acustica irradiata dalla sorgente è

$$W = \sum_{k=1}^{N} \frac{p_{eff,k}^2}{\rho_0 c} S_k = \frac{1}{\rho_0 c} \sum_{k=1}^{N} p_{eff,k}^2 S_k$$

Se dalla potenza vogliamo passare al livello di potenza della sorgente, possiamo procedere nel modo seguente: in primo luogo, calcoliamo il logaritmo in base 10 di W e moltiplichiamo per 10, in modo da ottenere che

$$L_W = 10 \cdot \log_{10} \frac{W}{W_{RIF}} = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{1}{\rho_0 c W_{RIF}} \sum_{k=1}^{N} p_{eff,k}^2 S_k \right)$$

In secondo luogo, ricordando che $p_{eff} = p_{eff,RIF} \cdot 10^{\frac{L_P}{20}}$, abbiamo che

$$L_W = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{1}{\rho_0 c W_{RIF}} \sum_{k=1}^{N} \left(p_{eff,RIF} \cdot 10^{\frac{L_{P,k}}{20}} \right)^2 S_k \right) = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{1}{\rho_0 c W_{RIF}} \sum_{k=1}^{N} p_{eff,RIF}^2 \cdot 10^{\frac{L_{P,k}}{10}} S_k \right) =$$

$$= 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{p_{eff,RIF}^2}{\rho_0 c W_{RIF}} \sum_{k=1}^{N} \cdot 10^{\frac{L_{P,k}}{10}} S_k \right)$$

dove $L_{p,k}$ è il livello di pressione sonora in corrispondenza del k-simo elemento di superficie.

Applicando adesso la proprietà dei logaritmi secondo cui il logaritmo di un prodotto è pari alla somma dei logaritmi, possiamo anche scrivere che

$$L_W = 10 \cdot \log_{10} \sum_{k=1}^{N} \cdot 10^{\frac{L_{P,k}}{10}} S_k + 10 \cdot \log_{10} \frac{p_{eff,RIF}^2}{\rho_0 c W_{RIF}} = 10 \cdot \log_{10} \sum_{k=1}^{N} \cdot 10^{\frac{L_{P,k}}{10}} S_k - 10 \cdot \log_{10} \frac{\rho_0 c W_{RIF}}{p_{eff,RIF}^2}$$

Ricordando inoltre che il valore di riferimento, per la pressione efficace, è $p_{eff,RIF} = 2 \cdot 10^{-5}(Pa)$ mentre quello della potenza è $W_{RIF}=10^{-12}(W)$, deduciamo che

$$L_W = 10 \cdot \log_{10} \sum_{k=1}^{N} 10^{\frac{L_{P,k}}{10}} S_k - 10 \cdot \log_{10} \frac{\rho_0 c}{400}$$

Il termine $-10 \cdot \log_{10} \frac{\rho_0 c}{400}$ era stato in precedenza indicato con C (termine correttivo che, in condizioni normali di temperatura e pressione, risulta sempre trascurabile), per cui concludiamo che il livello di potenza della sorgente è

$$\boxed{L_W = 10 \cdot \log_{10} \sum_{k=1}^{N} 10^{\frac{L_{P,k}}{10}} S_k + C}$$

Questo dunque è il procedimento teorico per la determinazione di L_W ed è un procedimento estremamente semplice. Più complesso è, invece, il *metodo pratico di misura*, che consiste evidentemente, una volta scelti i vari S_k, nel compiere le misure (attraverso appositi *misuratori di livello sonoro*) dei vari $L_{p,k}$.

A questo proposito, la relazione trovata poco fa può anche essere espressa introducendo il cosiddetto **livello di pressione acustica medio** $\overline{L}_P$; questo livello può essere calcolato secondo due diverse modalità a seconda di come vengono scelti gli elementi di area S_k in cui dividere la superficie chiusa S:

- la prima possibilità è quella di scegliere gli N punti di misura in modo tale che siano associati a porzioni della superficie sferica aventi tutte la stessa area: in questo caso, il livello di pressione medio sarà semplicemente la *media aritmetica* dei livelli di pressione misurati nei singoli punti, per cui si può scrivere

$$\overline{L}_P = 10 \cdot \log_{10} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} 10^{\frac{L_{P,k}}{10}}$$

- se, invece, gli N punti di misura di $L_{p,k}$ sono associati a porzioni di area S_k differente, allora la media dei singoli livelli di pressione non sarà più quella aritmetica, bensì una *media pesata* sulla base dei diversi valori di S_k: si può cioè scrivere che

$$\overline{L}_P = 10 \cdot \log_{10} \frac{1}{S} \sum_{k=1}^{N} S_k 10^{\frac{L_{P,k}}{10}}$$

Una volta ricavato $\overline{L}_P$ in uno dei modi appena esposti, è possibile utilizzarlo per calcolare il livello di potenza della sorgente L_W: per esempio, considerando aree S_k differenti, si può scrivere che

$$L_W = 10 \cdot \log_{10} \sum_{k=1}^{N} 10^{\frac{L_{P,k}}{10}} S_k + C = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{1}{S} \sum_{k=1}^{N} 10^{\frac{L_{P,k}}{10}} S_k \cdot S \right) + C =$$

$$= 10 \cdot \log_{10} \frac{1}{S} \sum_{k=1}^{N} 10^{\frac{L_{P,k}}{10}} S_k + 10 \cdot \log_{10} \frac{S}{S_0} + C = \overline{L}_P + 10 \cdot \log_{10} \frac{S}{S_0} + C$$

dove S (in m^2) è l'area della superficie che racchiude la sorgente ed S_0=1 m^2 è una superficie di riferimento, necessaria per rendere adimensionale l'argomento del logaritmo.

Il livello di potenza acustica può essere determinato anche nello spazio semisferico, secondo una metodologia fissata convenzionalmente, supponendo che la sorgente sia posta su di un piano perfettamente riflettente. In questo caso, la superficie che racchiude la sorgente è costituita da una semisfera o da un parallelepipedo. Il principio di fondo è quello per cui *la riflessione sul piano riflettente è tale che la potenza misurata risulti essere il doppio di quella reale della sorgente:* quindi, considerando che $10\log_{10} 2 = 3\text{dB}$, se L'_W è il livello di potenza misurato nello spazio semianecoico, la potenza reale sarà $\boxed{L_W = L'_W - 3\text{dB}}$.

Misura del livello di potenza in campo riverberante

Oltre che nello spazio sferico e semisferico, il livello di potenza di una sorgente sonora può essere calcolato anche nel cosiddetto campo riverberante: il **campo acustico riverberante** è caratterizzato dalla perfetta diffusione del suono (per cui si parla anche di **campo diffuso**), la quale si realizza quando *in ogni punto le onde sonore provengono da tutte le direzioni con uguale probabilità.*

In queste condizioni, si verificano due caratteristiche fondamentali:

- la prima è che l'intensità acustica netta è nulla, in quanto legata al flusso di potenza attraverso la generica superficie immersa nel campo sonoro;
- la seconda è che la densità di energia sonora è costante, perché direttamente correlata al quadrato del valore efficace della pressione sonora e quindi alla potenza acustica della sorgente.

In pratica, il campo riverberante è l'opposto del campo sferico, nel quale sappiamo che il suono si propaga, in modo rettilineo, dalla sorgente verso il ricevitore.

Il campo perfettamente riverberante è una astrazione, come anche il campo perfettamente libero, e con buona approssimazione viene realizzato in particolari strutture sperimentali dette **camere riverberanti** (che sono quindi l'opposto delle camere anecoiche): si tratta di ambienti in cui tutte le superfici (pareti, pavimento e soffitto) sono perfettamente riflettenti, in modo che il suono rimanga perennemente confinato all'interno e non subisca alcun assorbimento).

Disponendo di queste strutture, la potenza acustica di una sorgente può essere determinata seguendo due diverse metodologie:

- la **metodologia diretta** prevede, in primo luogo, che la sorgente sonora venga installata e fatta funzionare in una camera riverberante; in tal modo, il livello di potenza della sorgente viene determinato nella banda di frequenza prescelta, mediante la seguente relazione empirica:

$$L_W = \overline{L}_P + 10\cdot\log_{10} V - 10\cdot\log_{10} T_{60} + 10\cdot\log_{10}\left(1+\frac{S\lambda}{8V}\right) - 10\cdot\log_{10} p_0 + 36$$

  In questa relazione, $\overline{L}_P$ [dB] è il *livello medio di pressione* all'interno dell'ambiente di prova, V [m^3] il volume dell'ambiente di prova al netto del volume dell'apparecchiatura, T_{60} [s] il cosiddetto *tempo di riverberazione* dell'ambiente di prova con apparecchiatura installata (di cui si dirà in seguito), S [m^2] l'area complessiva delle superfici che delimitano l'ambiente di prova, λ [m] la lunghezza d'onda corrispondente alla frequenza centrale della banda di frequenza considerata, p_0 [Pa] la pressione atmosferica.

Si possono fare alcune osservazioni a proposito di questa metodologia: in primo luogo, *questo procedimento ha il pregio che, mentre la formula è abbastanza complessa, in compenso le misure risultano molto semplici da effettuare,* il che fa si che i risultati siano molto precisi; in particolare, le misure da effettuare sono quelle di $\overline{L}_P$, di T_{60} e di p_0: per quanto riguarda $\overline{L}_P$, il fatto che il campo sia riverberante consente di ritenere che la pressione sonora (e quindi il livello di pressione sonora) sia costante in tutto l'ambiente, per cui $\overline{L}_P$ sarà semplicemente pari al livello di pressione misurato in un qualsiasi punto dell'ambiente stesso; p_0 la si misura semplicemente con un barometro, mentre sulla misura di T_{60} non ci soffermiamo in quanto ne parleremo in seguito. Il grosso svantaggio, invece, di questo metodo è che è necessario montare e, soprattutto, far funzionare la sorgente in esame all'interno di una camera riverberante, il che può essere molto scomodo nel caso, ad esempio, di grosse macchine industriali;

- l'inconveniente di dover spostare la sorgente in una camera riverberante viene eliminato nella **metodologia di sostituzione**: il presupposto di questo metodo è quello di avere a disposizione una *sorgente campione* della quale si conoscano tutte le caratteristiche e, in particolare, il livello di potenza $L_{W,R}$; si pone allora la sorgente campione nei pressi della sorgente da studiare (tipicamente la si pone al di sopra): si procede quindi alla determinazione del livello di pressione medio mentre funziona prima la sola sorgente da esaminare (per cui si ottiene $\overline{L}_P$) e poi la sola sorgente campione (ottenendo $\overline{L}_{P,R}$); a partire da queste informazioni, la potenza acustica della sorgente in esame sarà data, per bande di frequenza, dalla relazione

$$L_W = L_{W,R} + \left(\overline{L}_P - \overline{L}_{P,R}\right)$$

  Questa relazione parte dall'ovvio presupposto per cui, se le due sorgenti emettono la stessa potenza, saranno anche uguali i rispettivi livelli di pressione; se, invece, ad esempio, la sorgente campione emette più potenza ($L_{W,R}>L_W$), allora L_W andrà diminuito, rispetto ad $L_{W,R}$ di un fattore pari proprio alla differenza dei corrispondenti livelli di pressione misurati.
  Osserviamo infine che le sorgenti campione da utilizzare in queste procedure devono avere una caratteristica importante: devono emettere un discreto livello di potenza in corrispondenza di tutte quante le frequenze, ossia devono emettere un **rumore bianco**. Questa è una caratteristica difficile da ottenere.

C'è anche un terzo metodo per la misura della potenza acustica emessa da una sorgente, detto **metodo intersimmetrico**, che si basa sulla *misura diretta* dell'intensità acustica. Vediamo perciò di che si tratta.

Il metodo parte dal presupposto che *l'intensità acustica emessa dalla sorgente possa essere calcolata attraverso la misura della pressione sonora rilevata in 2 punti separati da una piccola distanza:* infatti, dalle relazioni $\rho_0 \frac{dv}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x}$ (equazione del moto) e $I_\theta(t) = pv\cos\theta$ (definizione di intensità acustica istantanea), si ottiene facilmente che

$$I = pv\cos\theta = -p\cos\theta \int \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial x}dt$$

Questa relazione mostra che l'intensità acustica, misurata nella direzione formante un angolo θ con la direzione di propagazione dell'onda, è proporzionale al prodotto della pressione sonora per il gradiente della pressione stessa mediato nel tempo.

Si tratta allora di capire come applicare questa relazione nella pratica: se indichiamo con $p_A(t)$ e $p_B(t)$ i valori della pressione misurati (da un apposito microfono) in due punti A e B, posti a distanza Δr uno dall'altro e scelti in modo che la loro congiungente coincida con la direzione secondo la quale si vuol misurare $I_\theta(t)$, si può scrivere che

$$I_\theta(t) = \frac{p_A(t)+p_B(t)}{2}\int_0^t \frac{p_A(\tau)-p_B(\tau)}{\rho_0 \Delta r} d\tau$$

dove θ è l'angolo formato dal segmento AB con la direzione di propagazione dell'onda mentre ρ_0 è la densità dell'aria.

In base a quella relazione l'intensità acustica viene misurata con una sonda costituita da 2 microfoni, distanziati di Δr (il cui valore dipende dalle frequenze considerate), che rilevano la pressione in A e in B: il termine $\frac{p_A + p_B}{2}$ non è altro che la pressione media rilevata dalla sonda, mentre l'operazione di integrazione viene effettuata direttamente dallo strumento mediante opportuni circuiti analogici o digitali.

E' bene osservare che $I_q(t)$ dipende dal gradiente di pressione rilevato dalla sonda e tale gradiente dipende molto dalla direzione: esso è infatti massimo nella direzione di propagazione dell'onda è nullo nella direzione perpendicolare a questa. Una volta nota l'intensità acustica, per passare alla determinazione della potenza emessa dalla sorgente si applicherà il procedimento che fa capo alla relazione $W = \sum_{k=1}^{N} I_k S_k$: bisogna cioè individuare una superficie chiusa S intorno alla sorgente stessa e bisogna poi dividerla in elementi di superficie S_k in corrispondenza dei quali misurare l'intensità I_k. Nel compiere quest'ultima misura, bisogna aver cura di sistemare il sensore di intensità sonora perpendicolarmente alla superficie considerata.

Il grosso vantaggio di questo metodo è quello di poter misurare la potenza acustica emessa da una macchina direttamente in loco, senza cioè la necessità di conoscere le caratteristiche dell'ambiente anche in presenza di rumori provenienti da altre apparecchiature. Questo è possibile in quanto l'energia acustica proveniente da altre sorgenti attraversa la superficie di misura, che avvolge la sorgente in esame, sia in ingresso sia in uscita, senza quindi influenzare minimamente il valore globale della potenza acustica misurata.

LA DIRETTIVITÀ

La maggior parte delle sorgenti sonore non irraggiano uniformemente la potenza sonora in tutte le direzioni e in questo senso noi diciamo che esse sono ***direttive****.*

La **direttività** (simbolo: **Q**) di una sorgente è funzione, in generale, della frequenza: infatti, molte sorgenti possono essere considerate non direttive alle basse frequenze, fintantoché le loro dimensioni sono piccole rispetto alla lunghezza d'onda del suono emesso, mentre perdono questa caratteristica all'aumentare della frequenza.

Data una sorgente sonora di potenza W, la sua **direttività** è definita semplicemente come

$$\boxed{Q = \frac{p_{eff}^2(r,\theta,\varphi)}{p_{eff,s}^2(r,\theta,\varphi)}}$$

ossia come rapporto tra il quadrato della pressione sonora in valore efficace, $p^2_{eff}(r,\theta,\varphi)$, misurato in un punto individuato dalle coordinate sferiche (r,θ,φ), ed il quadrato della pressione efficace $p^2_{eff,s}(r,\theta,\varphi)$ che nello stesso punto (r,θ,φ) si avrebbe qualora si considerasse una sorgente omnidirezionale (cioè non direttiva) che trasmettesse la stessa potenza W della sorgente in esame.

Ricordando inoltre che $p_{eff} = p_{eff,RIF} \cdot 10^{\frac{L_P}{20}}$, quella relazione può anche diventare

$$Q = 10^{\frac{L_P - L_{P,s}}{10}}$$

E' abbastanza ovvio prevedere che, <u>*per una sorgente omnidirezionale, risulta Q=1*</u>, visto che $L_P=L_{P,s}$. Al contrario, la presenza di superfici riflettenti modifica Q, in quanto la sorgente stessa è costretta a irradiare energia secondo alcune direzioni preferenziali. Per esempio, se consideriamo una <u>sorgente omnidirezionale posta in prossimità di un piano riflettente</u>, nel semispazio che contiene la sorgente si ha, in ogni punto, un valore della pressione efficace al quadrato doppio di quello che la stessa sorgente produrrebbe nello spazio libero, per cui risulta **Q=2**.

Indice di direttività

Nel paragrafo precedente abbiamo trovato che la direttività di una sorgente in un determinato punto è valutabile tramite la formula

$$Q = 10^{\frac{L_P - L_{P,s}}{10}}$$

Da questa formula possiamo evidentemente ricavare il livello di pressione nel punto considerato:

$$L_P - L_{P,s} = 10\log_{10} Q \longrightarrow L_P = L_{P,s} + 10\log_{10} Q$$

Si definisce allora **indice di direttività** (simbolo: **DI**) la direttività espressa in dB:

$$DI = 10 \cdot \log_{10} Q = L_P - L_{P,s}$$

<u>La caratteristica importante dell'indice di direttività è che può essere rilevato sperimentalmente in campo libero</u>. Vediamo come.

Intanto, considerando una **sorgente omnidirezionale** (cioè non direttiva) che emette una potenza W in <u>spazio sferico</u>: preso un punto distante r dal centro della sorgente, il livello di pressione in tale punto è dato da

$$L_{P,s} = 10 \cdot \log_{10} \frac{p^2_{eff,s}}{p^2_{eff,RIF}} = 10 \cdot \log_{10} \frac{p^2_{eff,s}}{4 \cdot 10^{-10}}$$

dove il pedice s indica appunto che la sorgente è omnidirezionale.

Poiché in campo libero le onde prodotte da una sorgente omnidirezionale sono sferiche, si avrà che l'intensità acustica, a distanza r dal centro della sorgente, sarà $I_S = W/4\pi r^2$. Nel caso in cui le condizioni atmosferiche sono tali che $\rho_0 c = 400 (Pa \cdot s/m)$, sappiamo che <u>il livello di intensità acustica coincide numericamente con quello di pressione</u>, per cui abbiamo quanto segue:

$$L_{P,s} = L_{I,s} = 10 \cdot \log_{10} \frac{I_S}{I_{rif}} = 10 \cdot \log_{10} \frac{W}{I_{rif} \, 4\pi r^2} = 10 \cdot \log_{10} \frac{W}{W_{rif} \, 4\pi r^2} =$$

$$= 10 \cdot \log_{10} \frac{W}{W_{rif}} + 10 \cdot \log_{10} \frac{1}{4\pi r^2} = L_W - 20 \cdot \log_{10} r + 10 \cdot \log_{10} \frac{1}{4\pi} = L_W - 20 \cdot \log_{10} r - 11$$

Abbiamo dunque trovato che $L_{P,s} = L_W - 20 \cdot \log_{10} r - 11$. Combinando allora questa relazione con $DI = L_P - L_{P,s}$, otteniamo dunque che

$$\boxed{DI = L_P - L_W + 20 \cdot \log_{10} r + 11}$$

In base a questa relazione, è possibile determinare l'indice di direttività della sorgente considerata, avente livello di potenza L_W noto, nel punto prescelto (in spazio libero sferico), semplicemente misurando nella direzione prescelta, il livello di pressione L_P a distanza r dalla sorgente stessa. Se si ripete la misura in vari punti, è possibile ottenere l'intero **diagramma di emissione** della sorgente, ossia come varia DI al variare di r.

La formula appena ricavata è abbastanza interessante se la si usa per la determinazione del livello di pressione sonora:

$$DI = L_P - L_W + 20 \cdot \log_{10} r + 11$$

Per esempio, noti il livello di potenza della sorgente e il suo indice di direttività, supponiamo di misurare L_P in corrispondenza di un punto a distanza r_1 dalla sorgente: avremo

$$L_{P,1} = DI + L_W - 20 \cdot \log_{10} r_1 - 11$$

Adesso supponiamo di ripetere la misura in un punto a distanza r_2 doppia rispetto ad r_1:

$$L_{P,2} = DI + L_W - 20 \cdot \log_{10} r_2 - 11 = DI + L_W - 20 \cdot \log_{10} 2r_1 - 11 =$$
$$= DI + L_W - 20 \cdot \log_{10} r_1 - 20 \cdot \log_{10} 2 - 11 = L_{P,1} - 20 \cdot \log_{10} 2 = L_{P,1} - 3dB$$

Al raddoppiare della distanza, abbiamo dunque una riduzione di 3dB del livello di pressione sonora.

La formula ricavata poco fa vale dunque in spazio (libero) sferico. Ci chiediamo allora se e come cambiano le cose in spazio (libero) emisferico, ossia nell'ipotesi che ci sia, al di sotto della sorgente, un piano perfettamente riflettente. In questo caso, sappiamo già che la riflessione del suono su tale piano fa si che l'energia misurata risulti essere pari al doppio di quella che si avrebbe in spazio sferico, il che significa che l'indice di direttività reale sarà quello calcolato in spazio sferico aumentato di un fattore $10 \log_{10} 2 = 3dB$.

Per comprendere a pieno questo concetto, facciamo riferimento ad una sorgente omnidirezionale: per questa sorgente, sappiamo che $Q_{Sferico}$=1 e quindi $DI_{Sferico}$=0; in spazio semisferico, invece, l'energia rilevata è doppia, per cui Q_{Semisf}=2 e quindi

$$DI_{Semisf} = 10 \log_{10} Q_{Semisf} = 10 \log_{10} 2 = 3dB = DI_{Sferico} + 3dB$$

In modo analogo, se lo spazio (libero) in cui la sorgente irradia non è nemmeno semisferico, ma pari a 1/4 di sfera, avremo Q=4 e quindi DI=6dB.

Esempio numerico

Per un comizio all'aperto, si vuole determinare la potenza acustica che deve essere emessa da un altoparlante omnidirezionale per produrre un livello di pressione L_P=70dB ad una distanza di 70 m.. Si supponga di porre la sorgente

a) lontano da superfici riflettenti
b) vicino ad un piano riflettente
c) vicino a due piani ortogonali riflettenti
d) vicino a 3 piani riflettenti

Per prima cosa, ci ricordiamo l'espressione generale del livello di pressione prodotto da una sorgente, in campo libero, a distanza r:

$$L_P = 10\log_{10} Q + L_W - 20\cdot\log_{10} r - 11$$

Da questa espressione possiamo esplicitare il livello di potenza L_W che dobbiamo richiedere alla sorgente sonora (cioè l'altoparlante), tenendo conto che L_P=70dB e che $20\log_{10}r=37$:

$$L_W = 117.9 - 10\log_{10} Q$$

A questo punto, si tratta di fissare semplicemente il valore di Q in base alle 4 situazioni proposte:

a) nel primo caso, la sorgente si trova lontano da superfici riflettenti, per cui siamo in condizioni di campo libero sferico; sappiamo allora che Q=1, e quindi $DI = 10\log_{10} Q = 0$: in questo caso, è dunque richiesto all'altoparlante un livello di potenza acustica $L_W = 117.9(\text{dB})$; ricordando che $L_W = 10\log_{10}\dfrac{W}{W_{RIF}}$, dove la potenza di riferimento è $W_{RIF} = 10^{-12}(\text{W})$, si ottiche che 117.9 dB corrispondono a **0.62 W**;
b) nel secondo caso, la sorgente è posta vicino ad un piano riflettente, per cui siamo in condizioni di campo libero semisferico, cui corrisponde Q=2: risulta allora DI=3dB, per cui il livello di potenza è diminuita di 3dBrispetto al caso precedente, il che significa che la potenza si è dimezzata (sono quindi richiesti **0.31 W**);
c) nel terzo caso, ci sono due piani riflettenti vicino alla sorgente,: in questo caso, Q=4 $\rightarrow$ DI=6dB e quindi la potenza è diminuita di altri 3 dB rispetto al caso precedente (sono richiesti **0.155 W**);
d) infine, nel quarto caso, dove i piani riflettenti sono ben 3, sappiamo che Q=8, da cui scaturisce che DI=9dB e quindi abbiamo un ulteriore dimezzamento della potenza (sono quindi richiesti **0.0775 W**).

LA VOCE

La voce è una sorgente sonora di grande importanza per l'uomo, in quanto costituisce una fonte indispensabile di informazioni, in particolare attraverso la parola. La conoscenza di alcune caratteristiche acustiche del parlato è importante nell'acustica ambientale, nelle telecomunicazioni, nella registrazione e riproduzione dei suoni.

Il parlato è costituito da una successione di emissioni che producono un'onda sonora la cui frequenza e ampiezza variano rapidamente nel tempo.

L'energia trasmessa dalla voce proviene dall'aria esalata, la quale mette in vibrazione le corde vocali. Alcuni suoni, come ad esempio le vocali, si generano in corrispondenza delle corde vocali; altri sono invece prodotti dall'aria che si muove, attraverso la bocca, tra la lingua, le labbra e i denti. Tutti questi suoni si arricchiscono di armoniche passando attraverso le cavità dell'**apparato vocale** costituito dalla gola, dal naso, dalla bocca, dai denti e dalle labbra.

Le caratteristiche spettrali del parlato dipendono essenzialmente dalla configurazione dell'apparato vocale: mentre le frequenze fondamentali, che coincidono con le frequenza di vibrazione delle corde vocali, sono contenute nella banda di frequenze tra 50 e 350 Hz, le armoniche si estendono in una banda di frequenze molto più vasta, fino a 3.5 kHz.

Le consonanti, poi, presentano componenti spettrali continue che arrivano fino a 10 kHz e anche oltre. Questa caratteristica ha come conseguenza che *sia gli ambienti sia i mezzi di comunicazione destinati al parlato devono assicurare una buona trasmissione del suono anche alle alte frequenze.* Va considerato, inoltre, che le armoniche sono più importanti della fondamentale nella percezione del segnale, tanto che quest'ultima potrebbe anche essere cancellata, visto che l'orecchio è in grado di ricostruirla sulla base delle armoniche anche ad alta frequenza.

Nel caso di voce maschile, mediando le caratteristiche del parlato sul lungo periodo (circa 5 secondi) e valutandole in tutta la banda acustica, si ha, per la potenza acustica irradiata, un livello medio di 75dB, pari ad una potenza media di circa 30μW, che corrisponde ad un livello medio di pressione di 65dB misurato frontalmente e ad un metro di distanza dalle labbra del parlatore. In generale, si può dire che la voce umana ha una banda dinamica di 30 dB: infatti, la potenza media, in un periodo molto breve (circa 0.1 secondi), misurata pronunciando alcune vocali, può raggiungere i 50μW contro i 0.03μW di alcune consonanti pronunciate sotto voce.

Oltre alla potenza, è anche importante conoscere la direttività della voce umana, considerata come sorgente sonora. Che la voce umana sia direttiva è stato dimostrato da V.O. Knudsen, il quale trovò che, parlando a voce normale, si può essere ascoltati fino alla distanza di 42 m di fronte, di 30m di lato e di 17m alle spalle.

Autore: **SANDRO PETRIZZELLI**
e-mail: sandry@iol.it
sito personale: http://users.iol.it/sandry
succursale: http://digilander.iol.it/sandry1