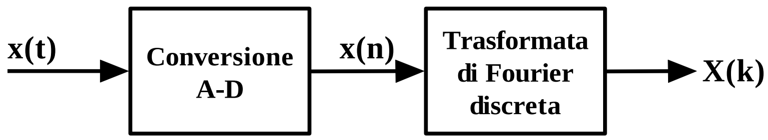
Appunti di Misure Elettriche
Analizzatore digitale di spettro

L'**analizzatore di spettro** è, come noto, uno dei principali strumenti per l'analisi armonica di un segnale, ossia per l'analisi nel dominio della frequenza.

Un analizzatore digitale di spettro si basa sulla nota **trasformata di Fourier discreta** (brevemente **DFT**); in pratica, senza scendere in eccessivi dettagli, possiamo far riferimento al seguente schema a blocchi:



Il segnale di partenza **x(t)** è di tipo analogico e viene perciò per prima cosa convertito in forma digitale; tale conversione dà quindi origine ad un numero finito N di campioni del segnale di partenza, ossia ad un segnale tempo-discreto **x(n)**. Il numero N di campioni dipende dalla scelta dell'operatore e, in particolare, dai requisiti che egli vuole ottenere nella propria analisi.

La sequenza di campioni viene elaborata secondo la formula della DFT:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi n \frac{k}{N}} \qquad k = 0,1,....,N-1$$

Questa formula fornisce una versione campionata dello spettro del segnale in questione, ossia fornisce i valori (in termini di modulo e fase oppure di parte reale e parte immaginaria) che tale spettro assume in corrispondenza di determinate frequenze (dette **frequenze di campionamento**) equispaziate.

La possibilità di calcolare la DFT del segnale x(n) deriva dall'esistenza di un particolare algoritmo, noto come **FFT** (*Fast Fourier Transform*), che permette di calcolare la suddetta trasformata in modo estremamente efficiente. In particolare, l'efficienza massima si ottiene quando il numero N di campioni su cui è applicata la FFT è una potenza di 2: ad esempio, molto diffuse sono le FFT a **1024 punti**, cioè il calcolo dello spettro di x(t) in 1024 frequenze distinte. Ad ogni modo, esistono versioni della FFT applicabili anche a sequenze che non siano lunghe una potenza di due.

La DFT è applicabile sia su segnali deterministici sia su segnali aleatori: nel primo caso, si è generalmente interessati allo spettro di un segnale specifico, mentre invece nel secondo caso si è generalmente interessati a problemi di **stima spettrale**, ossia a stimare le caratteristiche di segnali che possono avere più possibili realizzazioni[1].

Gli analizzatori digitali di spettro consentono l'analisi completa delle forme d'onda, con la possibilità di visualizzarne lo spettro e di misurarne distorsione ed eventualmente modulazione. Per esempio, se si sta usando, come sensore dello strumento, una antenna e si sta analizzando in tempo reale lo spettro del segnale proveniente da una *stazione radiofonica*, ci sono alcuni modelli che consentono di demodulare il segnale, tanto che, collegando un altoparlante al dispositivo, è possibile ascoltare la suddetta stazione.

Il segnale da analizzare viene inizialmente filtrato, mediante un **filtro analogico passa-basso**, onde evitare i classici problemi di **aliasing**; successivamente, esso viene campionato ad intervalli regolari, fin quando non si riempie un apposito **registro** in memoria. Una volta riempito tale registro con i campioni del segnale (nel tempo), un **sistema a microprocessore** esegue i calcoli necessari per l'applicazione della formula della DFT, cioè per convertire i dati nel dominio della frequenza; i risultati sono dunque i campioni X(k) dello spettro del segnale, che vengono a loro volta memorizzati in un ulteriore registro, pronti ad essere visualizzati sullo schermo di un **CRT** oppure sottoposti a successive elaborazioni (ad esempio la demodulazione di cui si parlava prima, nel qual caso il processo di riempimento della memoria e calcolo della DFT è di tipo dinamico, nel senso che vengono coinvolti campioni sempre nuovi del segnale x(t) di partenza).

Volendo disegnare uno schema a blocchi un po' più specifico, dovremmo usare qualcosa di molto simile allo schema a blocchi di un oscilloscopio digitale (entrambi sono strumenti a logica cablata). In più, rispetto a questo, possiamo citare le seguenti novità:

- un convertitore ADC che, pur avendo generalmente la stessa velocità di quello usato in un oscilloscopio, possiede una risoluzione decisamente più alta (**12-14 bit** contro gli 8 bit tipici degli oscilloscopi);
- un processore dedicato all'esecuzione della DFT (o, meglio, della FFT) e degli algoritmi basati su di essa (ad esempio per il calcolo del valore efficace delle singole armoniche oppure del "tappeto" di rumore oppure per il calcolo della distorsione armonica);
- una serie di componenti che consentono la visualizzazione sullo schermo dell'ampiezza (eventualmente anche in dB) del contenuto armonico del segnale in funzione della frequenza;

Un analizzatore di spettro può essere predisposto per funzionare in due modi:

- **in banda base**, viene visualizzato lo spettro partendo dalla componente continua ed arrivando fino alla massima frequenza imposta dalla banda dello strumento stesso;
- **in banda selezionata**, invece, si può evidenziare lo spettro in una banda di frequenza ristretta.

Come detto prima, l'esito dell'applicazione della DFT è sostanzialmente un vettore di campioni X(k) che rappresentano lo spettro del segnale sotto misura; quest'ultimo può essere espresso sia in termini di modulo e fase sia in termini di parte reale e parte immaginaria. Dallo spettro è poi anche possibile risalire alla **densità spettrale di potenza** del segnale (sempre in forma campionata): si tratta anche qui di ampiezze in funzione della frequenza, ottenute in particolari dal prodotto $X(k)\cdot X^{*}(k)$ tra gli elementi del vettore X(k) e i rispettivi complessi coniugati.

[1] Si pensi, ad esempio, alla stima delle caratteristiche spettrali del **segnale telefonico**: analizzando lo spettro di alcuni segnali ottenuti da conversazioni telefoniche, si vuole risalire alle caratteristiche spettrali generali del segnale telefonico

La densità spettrale di potenza di un segnale è molto utile in quanto la sua antitrasformata corrisponde alla funzione di autocorrelazione del segnale stesso. Non solo, ma, attivando due canali dell'analizzatore e acquisendo due segnali x(t) e z(t), è possibile risalire alla funzione di mutua correlazione tra di essi con procedimento analogo al precedente, salvo a considerare il prodotto $X(k) \cdot Z^*(k)$ tra ciascuna componente armonica del primo ed il complesso coniugato della corrispondente armonica dell'altro.

Quando si esegue l'analisi in frequenza di un segnale tramite la DFT, ci sono due requisiti cui prestare molta attenzione:

- **risoluzione in frequenza**: vale $\boxed{\Delta f = \frac{1}{N \cdot \Delta t}}$, dove **N** è il numero di campioni prelevati nel tempo e **Δt** è il passo di campionamento nel tempo, e corrisponde alla minima distanza alla quale si devono trovare due righe spettrali per poter essere individuate come distinte; in altre parole, la risoluzione in frequenza definisce la capacità di un analizzatore di separare linee spettrali adiacenti, in modo che esse possano essere osservate in modo singolo. In base all'espressione riportata, Δf è tanto più piccola (quindi tanto migliore) quanto maggiore è il numero N di campioni che riusciamo a prelevare e quanto maggiore è il periodo di campionamento Δt; di conseguenza, essa è limitata dalle capacità di memoria dello strumento e dalla massima frequenza di campionamento. Nel caso di segnali periodici, si può verificare che, per migliorare la risoluzione in frequenza, bisogna campionare un numero quanto più alto possibile di periodi del segnale, il che però contrasta ovviamente con l'esigenza di elaborazione in tempo reale. Nei migliori analizzatori, è presente un tasto AUTO per la selezione automatica della migliore risoluzione: quando il valore minimo ottenuto per Δf non risulti sufficiente per la separazione delle righe spettrali adiacenti, compare una indicazione di errore[2];
- **dispersione spettrale**: come è noto, questo parametro è legato essenzialmente al fatto che il segnale temporale x(t) viene troncato per effetto della limitata finestra di osservazione. Questo troncamento produce effetti sullo spettro che viene fuori dalla DFT e che non coinciderà mai con lo spettro vero del segnale: infatti, il troncamento del segnale equivale alla convoluzione dello spettro X(f) con lo spettro W(f) del rettangolo corrispondente alla finestra di troncamento, per cui la DFT fornisce una versione campionata non di X(f), ma di X(f)*W(f); questa convoluzione comporta che l'energia di X(f), inizialmente confinata in una precisa banda di frequenza, risulti in realtà "spalmata" su una banda maggiore e questo a causa dei lobi secondari da cui è composto lo spettro W(f). Si parla, infatti, di **leakage spettrale**, ossia appunto di dispersione dell'energia su frequenze alle quali, invece, essa era inizialmente nulla. Questa dispersione inficia, evidentemente, l'accuratezza dei risultati, in quanto causa una alterazione delle righe spettrali relative alle frequenze presenti nel segnale acquisito, per cui va minimizzata: il metodo migliore di minimizzazione consiste nello scegliere una finestra di troncamento che non sia rettangolare, cioè con discontinuità brusche agli estremi, ma più dolce, in modo che i lobi secondari del suo spettro decrescano a zero più rapidamente e quindi diano luogo ad un minore effetto di leakage dell'energia. Esiste una gran varietà di finestre usate negli analizzatori digitali di spettro, tra cui citiamo quelle di Hanning, di Hamming, di Kaiser e le cosiddette flat-top, che presentano il lobo principale estremamente piatto in sommità.

[2] E' bene sottolineare la differenza tra la risoluzione in frequenza e l'indicazione FREQ SPAN/div sul pannello dello strumento: quest'ultima, infatti, indica semplicemente la suddivisione della scala in frequenza dello strumento.

I problemi maggiori, nell'uso degli analizzatori digitali di spettro, vengono dal fatto che *la risoluzione in frequenza e la dispersione spettrale sono requisiti in contrasto tra loro,* nel senso che migliorare uno di essi comporta sicuramente un peggioramento dell'altro. Bisogna perciò sempre trovare delle condizioni di compromesso tra opposte esigenze.

Autore: **SANDRO PETRIZZELLI**
e-mail: sandry@iol.it
sito personale: http://users.iol.it/sandry
succursale: http://digilander.iol.it/sandry1