

Appunti di Comunicazioni Elettriche

Capitolo 5 – Mezzi trasmissivi

<i>Introduzione</i>	2
SISTEMA DI TRASMISSIONE SU CAVO COASSIALE	3
<i>Attenuazione nei mezzi ad onde guidate</i>	3
<i>Equalizzazione</i>	3
Equalizzazione passiva.....	8
<i>Esempio numerico: trasmissione del segnale televisivo bianco-nero</i>	9
<i>Sistemi multitratta</i>	11
SISTEMA DI TRASMISSIONE MEDIANTE PONTE RADIO	17
<i>Attenuazione in spazio libero</i>	17
<i>Attenuazione supplementare</i>	19
<i>Attenuazione equivalente complessiva</i>	21
<i>Distribuzioni di Rayleigh</i>	23
Osservazione	26
<i>Esempio numerico: trasmissione del segnale televisivo bianco-nero</i>	27
<i>Complementi sui sistemi di trasmissione in ponte radio</i>	33
<i>Propagazione alle varie frequenze (sintesi)</i>	34
SISTEMA DI TRASMISSIONE VIA SATELLITE	36
<i>Introduzione</i>	36
<i>Rumore d'antenna</i>	37
<i>Dimensionamento e numero di "tratte"</i>	38
<i>Satelliti geostazionari</i>	40
<i>Collegamento punto a punto mediante satellite</i>	41
<i>Complementi sulla trasmissione via satellite</i>	44

Introduzione

I mezzi trasmissivi sono i mezzi lungo i quali i segnali si propagano da una località all'altra. Visto tra i morsetti di entrata e quelli di uscita, un mezzo trasmissivo non è altro che un doppio bipolo.

Un **mezzo trasmissivo ideale** ha due fondamentali caratteristiche: attenuazione costante con la frequenza e ritardo di fase che cresce in maniera direttamente proporzionale con la frequenza. Mentre l'attenuazione non necessariamente arreca un gran danno, in quanto è compensabile con una amplificazione ⁽¹⁾, il ritardo non è compensabile in alcun modo.

I mezzi trasmissivi reali presentano una attenuazione ed un ritardo di fase che, nella migliore delle ipotesi, non sono costanti con la frequenza (mentre possono esserlo in prima approssimazione col tempo, per cui parliamo di mezzi trasmissivi con caratteristiche quasi-stazionarie), il che influisce notevolmente sul progetto dei sistemi di trasmissione.

I mezzi trasmissivi si possono suddividere in due grandi classi in base al tipo di propagazione delle onde elettromagnetiche al loro interno:

- **mezzi trasmissivi ad onde guidate:** questi mezzi trasmissivi (ad esempio tutti i mezzi in rame, come il doppino telefonico, e le fibre ottiche), utilizzando lungo tutto il percorso una struttura appositamente costruita, hanno il grande pregio di presentare caratteristiche di trasmissione ben controllabili; il difetto è invece relativo all'attenuazione, legata alla dissipazione di potenza nei conduttori di guida: in particolare, tale attenuazione aumenta esponenzialmente al crescere della distanza;
- al contrario, i **mezzi trasmissivi ad onde irradiate** (tipicamente l'etere) sono molto meno sotto il controllo dell'uomo, ma presentano, oltre al vantaggio di un costo generalmente minore, quello di una attenuazione che cresce assai più lentamente con la distanza: nello spazio libero, come si vedrà, si trova infatti che l'attenuazione aumenta proporzionalmente al quadrato della distanza. Nonostante questi mezzi non siano mantenibili sotto controllo, essi hanno in alcuni casi caratteristiche di trasmissione molto favorevoli per ciò che riguarda la costanza dell'attenuazione e del ritardo rispetto alla frequenza (almeno quando si considerano intervalli di frequenza sufficientemente ristretti). Inoltre, essi sono generalmente gli unici adottabili nel caso di comunicazioni con veicoli o stazioni mobili.

¹ Bisogna però sempre fare i conti col rumore, nel senso che l'attenuazione può essere tale da portare il segnale sotto la soglia del rumore, rendendolo così indistinguibile dal rumore stesso

Sistema di trasmissione su cavo coassiale

Attenuazione nei mezzi ad onde guidate

Consideriamo un mezzo trasmissivo ad onde guidate. Abbiamo detto in precedenza che l'attenuazione cresce esponenzialmente con la distanza. Se esprimiamo tale attenuazione in unità logaritmiche, ossia in dB, diremo che essa cresce linearmente con la distanza. Spesso si ragiona in termini di **attenuazione specifica**, intesa come dB di attenuazione al Km: ad esempio, dire che un cavo coassiale ha una attenuazione specifica di 2 dB/km significa che la potenza del segnale diminuisce di 2 dB per ogni km di lunghezza del cavo stesso; se il cavo è lungo 100 km, l'attenuazione complessiva è ovviamente di 200 dB.

In realtà, c'è da particolarizzare ulteriormente il concetto di attenuazione specifica, visto che essa dipende dalla frequenza: bisogna dire che un cavo coassiale ha una attenuazione specifica α_s [dB] ad una certa frequenza f_s . Nota questa informazione, è possibile calcolare l'attenuazione specifica del mezzo considerato in corrispondenza di un qualunque frequenza: infatti, si verifica che l'attenuazione specifica di un cavo coassiale dipende in modo direttamente proporzionale dalla radice quadrata della frequenza ⁽²⁾, da cui si deduce che vale la formula

$$\alpha(f) = \alpha_s \sqrt{\frac{f}{f_s}} \quad (\text{unità logaritmiche})$$

In base a questa formula, è possibile ricavare l'attenuazione specifica $\alpha(f)$ (espressa in dB) ad una qualsiasi frequenza f nota che sia l'attenuazione specifica α_s (sempre in dB) ad una qualsiasi altra frequenza f_s .

Ricordiamo infine che la dipendenza di α dalla radice quadrata della frequenza è dovuta al fatto che, all'aumentare della frequenza, risulta sempre maggiore l'effetto Pelle.

Equalizzazione

Consideriamo un cavo coassiale di lunghezza L (in km), avente una attenuazione specifica α a frequenza fissata: tanto per fissare le idee, supponiamo ad esempio una attenuazione specifica $\alpha=2$ dB/km alla frequenza di 1 MHz ⁽³⁾.

Supponiamo che questo cavo venga utilizzato per collegare un **trasmettitore T_x** ad un **ricevitore R_x** :

² Questo significa che l'attenuazione cresce alle alte frequenze, ossia che il cavo coassiale è un tipico mezzo trasmissivo passa-basso

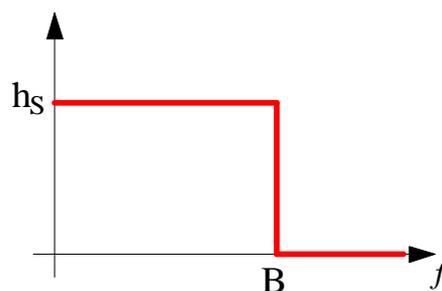
³ Solitamente, per indicare la frequenza cui è riferito il valore dell'attenuazione specifica, si usa il simbolo @ (chiocciolina) seguito appunto dalla frequenza: ad esempio $\alpha=2$ dB/km @ 1MHz



Indichiamo con P_T la **potenza trasmessa** dal trasmettitore (cioè quella inviata sul mezzo trasmissivo) e con P_R la **potenza ricevuta** dal ricevitore (ossia quella in uscita dal mezzo trasmissivo).

Una prima osservazione fondamentale è la seguente: se il mezzo trasmissivo è passa-basso, come ad esempio nel cavo coassiale che stiamo considerando, non è detto che la trasmissione debba avvenire mediante una qualche tecnica di modulazione; infatti, se il segnale da trasmettere è a sua volta passa-basso o presenta comunque la gran parte del proprio contenuto informativo alle basse frequenze, la modulazione non avrebbe senso, in quanto andremmo a traslare il segnale dalla banda base, nella quale il mezzo trasmissivo attenua poco, ad una banda nella quale il mezzo attenua invece molto di più⁽⁴⁾. Il discorso cambia, ovviamente, quando vogliamo trasmettere più segnali in contemporanea (ad esempio più conversazioni telefoniche): con tecniche di trasmissione analogica, il modo migliore è quello previsto dalla tecnica FDM (Frequency Division Multiplexing), in base alla quale i vari segnali vengono allocati in frequenza su bande adiacenti (opportunamente distanziate). In questo caso, la modulazione è necessaria proprio per allocare i vari segnali su frequenze diverse e quindi, nel progetto del sistema di trasmissione, si deve tenere presente l'attenuazione introdotta dal mezzo trasmissivo ad ogni frequenza, in modo da capire con quali distorsioni arrivi ciascun segnale al ricevitore.

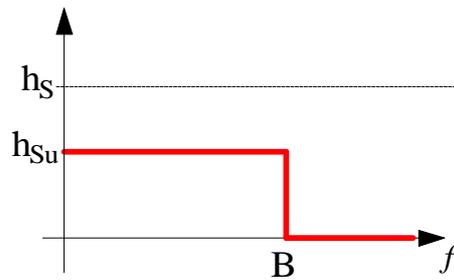
Torniamo adesso allo schema a blocchi tracciato prima: vogliamo capire come il segnale trasmesso arriva al ricevitore dopo il passaggio attraverso il mezzo trasmissivo. Il modo più semplice di affrontare questo problema è quello di supporre che il segnale $s(t)$ trasmesso abbia una *densità spettrale di potenza* costante entro una certa banda B :



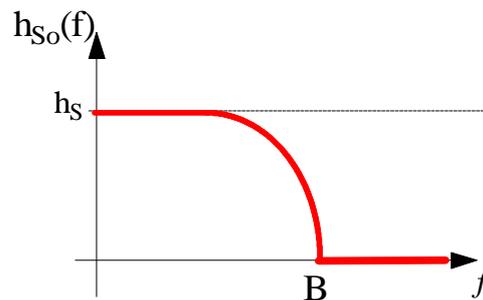
Questa ipotesi di partenza non lede assolutamente la generalità del discorso, ma lo semplifica.

Se il mezzo trasmissivo fosse ideale, ossia con attenuazione costante in frequenza, il segnale in uscita da esso avrebbe ancora una densità spettrale di potenza costante nella banda B , ma ad un livello più basso di quello di aveva in ingresso, a causa della attenuazione:

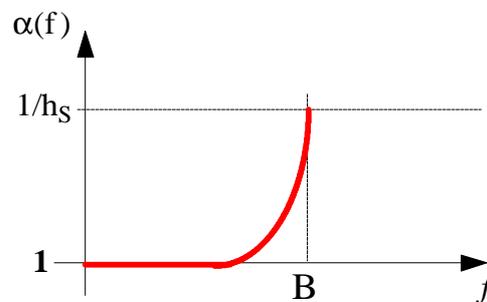
⁴ Un esempio semplice è quello di un singolo segnale telefonico, la cui banda va da 300 Hz a 3400 Hz.



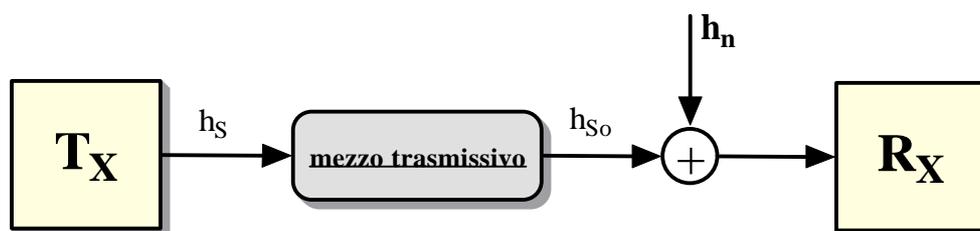
Questo, nella realtà, non avviene, perché il mezzo trasmissivo è passa-basso, per cui attenua maggiormente le alte frequenze. Ciò significa che la densità spettrale di potenza $h_{so}(f)$ del segnale in uscita dal mezzo trasmissivo è del tipo seguente:



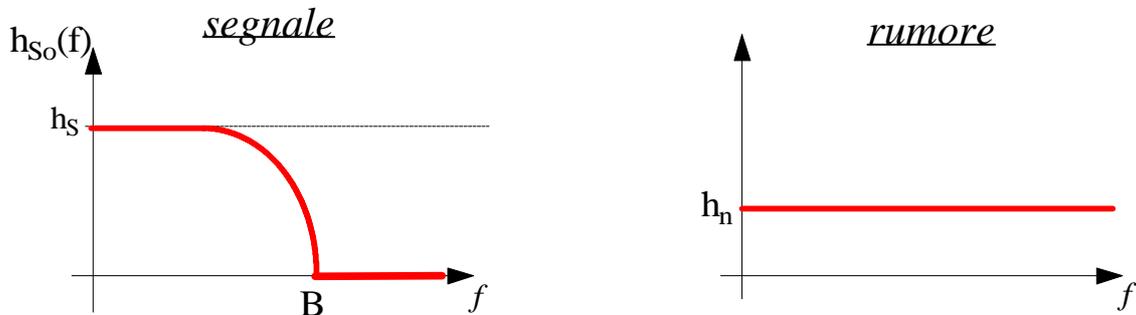
Questo diagramma è particolarmente utile in quanto, se ne facciamo il “rapporto” con il diagramma di h_s , otteniamo proprio l'andamento dell'attenuazione α (questa volta espressa in unità naturali e non in dB) in funzione della frequenza:



Perfezioniamo adesso lo schema a blocchi del nostro sistema di trasmissione, introducendo, a valle del mezzo trasmissivo, il classico *rumore additivo gaussiano bianco* (con densità spettrale di potenza h_n) dovuto in parte alla rumorosità del mezzo stesso e in parte alla rumorosità dell'apparecchiatura ricevente:



In definitiva, quindi, l'apparato ricevente riceve in ingresso un rumore con densità spettrale costante in frequenza ed un segnale utile la cui densità spettrale $h_{so}(f)$ non è più costante in frequenza, ma è stata distorta dall'attenuazione introdotta dal mezzo trasmissivo:

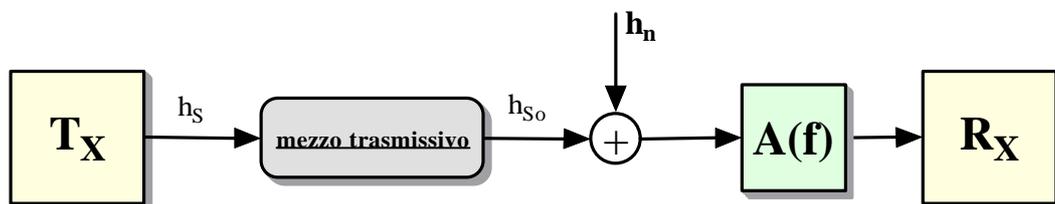


Il nostro obiettivo è quello di riportare la densità spettrale di potenza del segnale sul valore costante h_s che aveva prima della trasmissione, in modo da compensare l'attenuazione introdotta dal mezzo trasmissivo: solo in questo modo, infatti, il ricevitore otterrà proprio il segnale emesso dal trasmettitore, con in più, ovviamente, il rumore.

L'operazione di riportare le componenti in frequenza del segnale nuovamente alla stessa potenza h_s iniziale prende il nome di **equalizzazione** del mezzo trasmissivo.

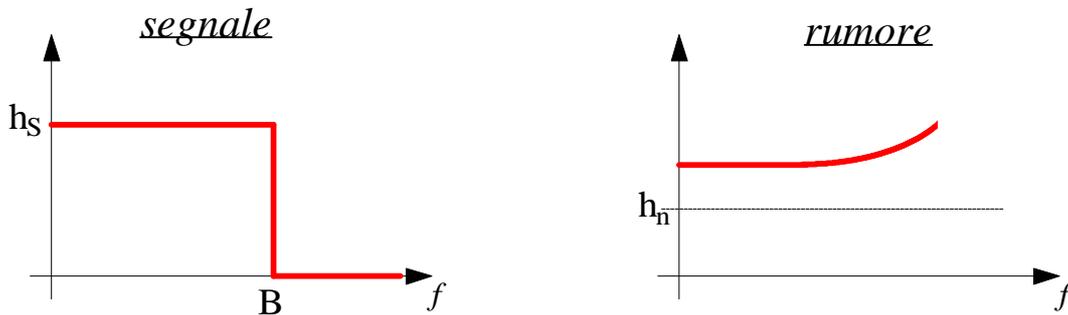
Il modo più semplice di procedere è quello di utilizzare, a monte di R_x , un amplificatore il cui guadagno di potenza A vari con la frequenza in modo tale da "spianare" la densità spettrale di potenza del segnale. In altre parole, $A(f)$ dovrà essere uguale, a meno di un eventuale fattore di scala, al reciproco dell'attenuazione $\alpha(f)$ introdotta dal mezzo trasmissivo: per esempio, se l'attenuazione del mezzo fosse del tipo $\alpha(f) = e^{-2f}$, l'amplificazione dovrebbe essere del tipo $A(f) = ke^{2f}$, in modo che il prodotto $A(f) \cdot \alpha(f)$ sia costante con la frequenza.

Un procedimento di questo tipo prende il nome di **equalizzazione attiva** del mezzo trasmissivo:



E' chiaro che dobbiamo studiare l'azione che l'amplificatore esercita sia sul segnale sia anche sul rumore. A tal fine, avendo stabilito che il guadagno dell'amplificatore è $A(f) = \frac{1}{\alpha(f)}$, è evidente che l'azione di $A(f)$ sul rumore è quella di amplificare il rumore e in particolare le sue componenti ad alta frequenza. Il

segnale che entra nel ricevitore è dunque la somma di un segnale utile e di un rumore aventi i seguenti spettri di potenza:



Una situazione di questo tipo, all'ingresso del ricevitore, può essere deleteria o meno a seconda del tipo di segnale che è stato trasmesso:

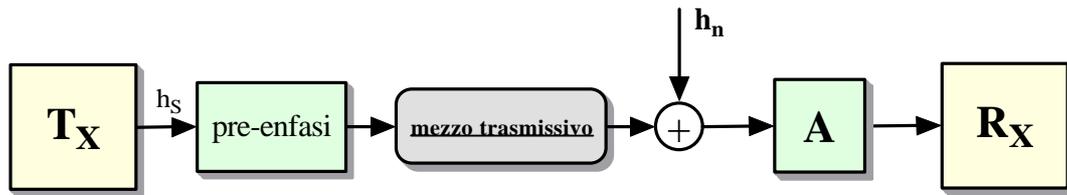
- nel caso di un *segnale televisivo*, per esempio, non ci sono grossi problemi, in quanto l'occhio umano è meno sensibile alle componenti in alta frequenza e quindi il rumore, pur essendo presente, è poco "visibile";
- al contrario, nel caso ad esempio di un *segnale telefonico multiplo*, il risultato è che i canali allocati in bassa frequenza risultano ancora abbastanza "puliti", mentre quelli allocati in alta frequenza risultano notevolmente degradati dal rumore, il che non è accettabile.

Detto in altre parole, *il rapporto segnale/rumore in ingresso al ricevitore non è costante con la frequenza.*

Per ottenere un rapporto S/N costante con la frequenza, basta fare in modo che il segnale arrivi, nel punto in cui il rumore ha densità spettrale di potenza costante, con le componenti in frequenza tutte allo stesso livello. Per ottenere concretamente questo, non si può far altro che elaborare in modo opportuno il segnale prima dell'invio sul mezzo trasmissivo. Consideriamo perciò una generica componente armonica, a frequenza f_k , del segnale da trasmettere ⁽⁵⁾, la quale, prima della trasmissione, ha un livello di potenza h_s pari a quello di tutte le altre componenti; se sappiamo che il canale attenua complessivamente questa componente di $\alpha(f_k)$ dB e vogliamo che, in uscita dal canale, la componente presenti ancora il livello h_s , ci basta elevare il livello di potenza di $\alpha(f_k)$ dB in modo da compensare l'attenuazione del canale.

In generale, quindi, basta elevare (in potenza) ciascuna componente, prima della trasmissione, della stessa quantità di cui poi sarà attenuata, in modo che, all'uscita, ciascuna componente arrivi ancora con lo stesso livello h_s di partenza. Va dunque effettuata una **pre-enfasi** del segnale, ossia una amplificazione delle componenti in alta frequenza prima della trasmissione:

⁵ Avendo a che fare con un sistema formato dalla cascata di sistemi lineari, possiamo scomporre il segnale in termini di armonica senza ledere la generalità del discorso

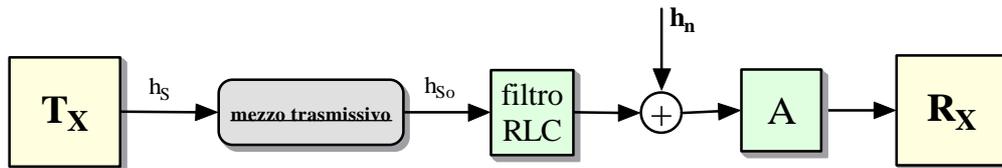


Così facendo, sia il segnale sia il rumore in ingresso al ricevitore hanno densità spettrale di potenza piatta nella banda B e l'amplificatore da porre a valle del canale può avere dunque risposta piatta con la frequenza.

La differenza, dunque, con il caso precedente è che, mentre prima l'equalizzazione veniva compiuta dopo la trasmissione, in questo caso viene compiuta prima della trasmissione stessa. Spesso, conviene scegliere una via intermedia tra le due.

Equalizzazione passiva

Un altro modo di procedere è quello della cosiddetta **equalizzazione passiva**, che consiste nel porre in cascata al mezzo trasmissivo un **filtro passivo** (formato cioè solo da resistenze, capacità e induttanze) passa-alto, che cioè attenui maggiormente le componenti in bassa frequenza (cioè quelle meno attenuate dal mezzo) e in misura minore quelle componenti che sono già state attenuate dal mezzo:



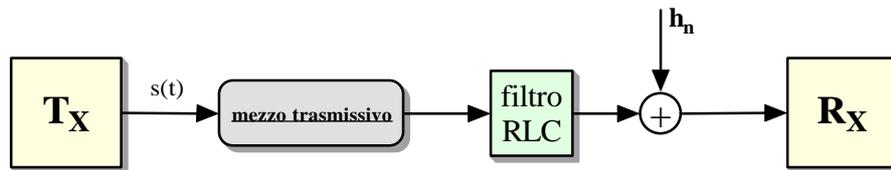
L'azione del filtro è dunque quella di abbassare la potenza delle componenti del segnale al livello posseduto dalla componente a frequenza massima: così facendo, si ottiene ancora una volta un segnale con spettro di potenza piatto, con la differenza che il livello di potenza è adesso quello (attenuato rispetto al valore iniziale h_s) della componente di massima frequenza. Al segnale così ottenuto si somma il rumore bianco e la composizione dei due segnali viene successivamente amplificata da un amplificatore con risposta armonica ancora una volta piatta.

Con un procedimento di questo tipo, la cascata tra il mezzo trasmissivo ed il filtro RLC diventa, in pratica, un unico mezzo trasmissivo, di tipo "ideale" (avente cioè una attenuazione costante con la frequenza e pari al valore corrispondente alla frequenza massima). Questo, ovviamente, non avviene per tutte le frequenze, ma solo in una ristretta banda (individuata dalla composizione delle caratteristiche del mezzo trasmissivo reale e del filtro), nella quale bisognerà aver cura di inserire il segnale da trasmettere.

Esempio numerico: trasmissione del segnale televisivo bianco-nero

Facciamo un esempio numerico avente il duplice scopo di chiarire i concetti esposti fino ad ora e di preparare ai concetti che seguiranno.

Consideriamo un sistema, per la trasmissione del segnale televisivo, del tipo rappresentato in figura:



Le ipotesi di partenza sono le seguenti:

- il segnale da trasmettere è un *segnale televisivo* avente una banda di 5 MHz;
- il mezzo trasmissivo è un cavo coassiale lungo $L=100$ km e con una attenuazione specifica $\alpha=2$ dB/km @ 1 MHz;
- le apparecchiature riceventi hanno un fattore di rumore $F=10$.

In base ai noti requisiti di qualità per il segnale televisivo, il nostro obiettivo è garantire in ricezione un rapporto segnale-rumore pari a **52 dBp** (52 dB pesati).

Cominciamo col ricordare che, nel caso del segnale televisivo, il rapporto segnale-rumore ha un significato abbastanza "particolare": per quanto riguarda il rumore, la potenza da considerare è semplicemente quantificabile con il quadrato della tensione efficace di rumore; per quanto riguarda il segnale, invece, la situazione è più complessa: bisogna infatti ricordarsi che il segnale televisivo, avente una escursione picco-picco che indichiamo con V_{PP} (facendo cioè riferimento ad un segnale in tensione), riserva solo il 70% di tale escursione alle informazioni di luminanza, mentre il restante 30% è riservato ai segnali di sincronismo. Possiamo cioè scrivere che

$$V_{PP} = (V_{PP})_{\text{siner}} + (V_{PP})_{B/N} = 0.3V_{PP} + 0.7V_{PP} \longrightarrow (V_{PP})_{B/N} = 0.7V_{PP}$$

In base a ciò, la potenza di segnale (da usare come numeratore per il calcolo del rapporto S/N) è quella del segnale $(V_{PP})_{B/N}$ (che possiamo chiamare **tensione bianco-nero**), pari al 70% dell'escursione totale V_{PP} del segnale televisivo:

$$S = [(0.7V_{PP})^2] \cong \frac{1}{2} V_{PP}^2 = \frac{1}{2} S_{PP}$$

In base a questa relazione, la potenza di segnale da considerare è metà della **potenza di picco S_{PP}** . Nessuno ci impedisce, allora, di ragionare direttamente in termini di potenza di picco: dalla relazione appena ricavata si deduce infatti che la potenza picco è $S_{PP}=2S$, per cui, volendo esprimere il rapporto S/N in termini di tale potenza, ci basterà incrementare il suddetto rapporto di 3dB: anziché richiedere un rapporto S/N di 52 dBp, dobbiamo richiedere **55 dBp**.

Possiamo ulteriormente semplificare questo valore eliminando la *pesatura videometrica* del rumore: ricordiamo, infatti, che, per il calcolo della potenza di rumore sovrapposto al segnale televisivo, è necessario immaginare di sottoporre il rumore ad un filtro (detto **filtro videometrico**) che tiene conto della diversa sensibilità dell'occhio alle varie componenti spettrali; l'effetto di tale filtro dipende dal tipo di rumore in ingresso: se tale rumore è bianco, il filtro produce su di esso una attenuazione di 8 dB, altrimenti l'attenuazione è di 16 dB. Nel nostro caso, supponiamo che il rumore in ingresso al ricevitore sia bianco, per cui l'attenuazione da considerare è di 8 dB, il che significa, in conclusione, che il rapporto S/N da ottenere in ingresso al ricevitore è **47 dB** (cioè appunto i 55 dB pesati meno gli 8 dB di attenuazione del rumore).

Abbiamo a questo punto definito con precisione la specifica da rispettare nel nostro sistema di trasmissione. Il passo successivo è di valutare numericamente la potenza di rumore che compare nel rapporto S/N in ingresso al ricevitore: assumendo che il rumore additivo abbia la solita densità spettrale di potenza $h_n = FkT_0$ costante nella banda di frequenza in esame, dobbiamo semplicemente integrare su tale banda (cioè sulla banda B del segnale utile), per cui

$$N = \int_0^B h_n df = \int_0^B FkT_n df = FkT_n B$$

Esprimendoci in dBm, abbiamo che

$$N[\text{dBm}] = 10 \log_{10} \frac{FkT_n B}{1\text{mW}} = 10 \log_{10} F + 10 \log_{10} \frac{kT_n}{1\text{mW}} - 10 \log_{10} B = 10 - 174 + 67 = -97\text{dBm}$$

Avendo detto prima che serve un rapporto S/N di 47 dB, dobbiamo garantire, in ricezione, una potenza (di picco) di segnale pari a

$$S_{pp} = -97\text{dBm} + 47\text{dBm} = -50\text{dBm}$$

Il passo successivo è dunque quello di calcolare la potenza P_T necessaria in trasmissione per ottenere, in ricezione, una potenza $S_{pp} = -50\text{dBm}$.

Andiamo allora a calcolare l'**attenuazione** introdotta dal cavo. Facciamo, in particolare, l'ipotesi di cavo sia equalizzato passivamente, per cui, in base alle considerazioni del paragrafo precedente, ci serve conoscere l'attenuazione introdotta alla frequenza massima del segnale, ossia a $B=5\text{MHz}$: applicando la formula $\alpha(f) = \alpha_s \sqrt{\frac{f}{f_s}}$, dobbiamo prendere $f=B=5\text{MHz}$, $\alpha_s=2\text{dB/Km}$ e $f_s=1\text{MHz}$, per cui

$$\alpha(5\text{MHz}) = 2 \left(\frac{\text{dB}}{\text{Km}} \right) \cdot \sqrt{\frac{5(\text{MHz})}{1(\text{MHz})}} \cong 4.5 \left(\frac{\text{dB}}{\text{Km}} \right)$$

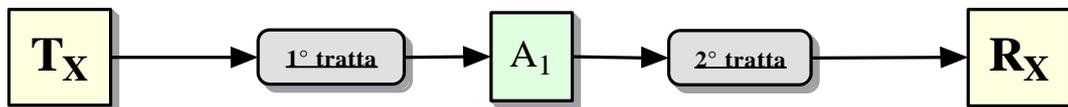
Abbiamo trovato che l'attenuazione specifica a 5 MHz è di 4.5 dB/Km, da cui deduciamo che l'attenuazione totale, prodotta cioè da $L=100\text{Km}$ di cavo, è di **450 dB**.

Dato, allora, che ci servono in ricezione 50 dBm di potenza, deduciamo che la potenza da trasmettere è $P_T=400\text{dBm}$, equivalente a 10^{40}mW . Si tratta di un valore enorme, impensabile da realizzare.

Sistemi multitratta

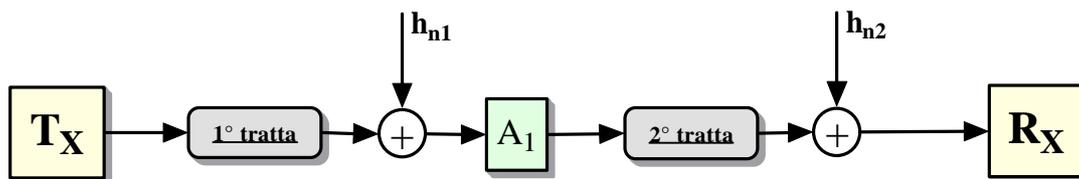
Come si deduce dall'esercizio numerico appena svolto, la potenza da trasmettere, al fine di ottenere un certo rapporto S/N in ricezione, in un **sistema a singola tratta** è enorme anche in presenza di una attenuazione e di una lunghezza non eccessive del mezzo di trasmissione (a cavo coassiale o, comunque, in generale, a onde guidate) considerato. Ci chiediamo allora se e quali benefici si possono trarre, per lo stesso sistema di trasmissione, dividendo il mezzo trasmissivo in più **tratte**, opportunamente dimensionate.

Un **sistema multitratta** è del tipo schematizzato nella figura seguente, dove per comodità facciamo riferimento a 2 sole tratte:



Al termine di ciascun "segmento" di cavo, tranne che per l'ultimo, viene posto un amplificatore (con guadagno di potenza A_k) il cui compito è quello di aumentare nuovamente il livello del segnale prima di ritrasmetterlo alla tratta successiva.

Ovviamente, uno schema di quel tipo va perfezionato introducendo il rumore che tiene conto della rumorosità sia delle singole tratte sia dei singoli apparati di amplificazione. Possiamo allora perfezionare lo schema nel modo seguente:



Per studiare uno schema di questo tipo, facciamo qualche ipotesi semplificativa:

- in primo luogo, supponiamo che l'attenuazione dei mezzi trasmissivi non sia variabile con la frequenza, ma costante con essa;
- in secondo luogo, supponiamo che anche il segnale trasmesso da T_X abbia densità spettrale di potenza costante nella propria banda B : questo comporta, avendo supposto i mezzi trasmissivi ideali, che anche il segnale in arrivo al ricevitore avrà densità spettrale di potenza costante;
- infine, supponiamo che il rumore considerato sia solo quello elettronico e termico, per cui si tratta del solito rumore additivo gaussiano bianco con densità spettrale di potenza $h_n=kT_0$; è lecito anche supporre che i vari ingressi di rumore siano tra loro incorrelati.

Indichiamo adesso con P_T la potenza emessa dal trasmettitore e inviata alla prima tratta: nella trasmissione, questa potenza subisce una attenuazione complessiva (intesa cioè come prodotto della attenuazione specifica per la lunghezza della tratta) che indichiamo con α_1 (espressa in unità naturali), per cui la potenza in ingresso al primo amplificatore è $P_{R1} = \frac{P_T}{\alpha_1}$; il compito dell'amplificatore è quello di aumentare nuovamente il livello di tale potenza, per cui l'uscita è una potenza $P_{T1} = A_1 P_T = P_T \frac{A_1}{\alpha_1}$; questa potenza viene inviata alla seconda tratta, subendo una attenuazione α_2 , per cui la potenza in ingresso al secondo blocco amplificatore è $P_{R2} = \frac{P_{T1}}{\alpha_2} = P_T \frac{A_1}{\alpha_1 \alpha_2}$, mentre quella in uscita da tale blocco è $P_{T2} = A_2 P_{R2} = P_T \frac{A_1 A_2}{\alpha_1 \alpha_2}$. Analogo discorso per le tratte successive, tranne l'ultima (supponiamo che siano N le tratte), ossia quella che va direttamente in ingresso al ricevitore: infatti, la potenza P_R che arriva al ricevitore ha subito dell'attenuazione dell'ultima tratta, ma non è stata nuovamente amplificata, per cui possiamo concludere che la potenza ricevuta è

$$P_R = P_T \frac{A_1 A_2 \dots A_{N-1}}{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_N}$$

Adesso, se vogliamo calcolare il rapporto segnale-rumore in ingresso al ricevitore, dobbiamo calcolare la potenza di rumore da confrontare con P_R . Possiamo allora ripetere lo stesso discorso fatto per la potenza trasmessa, considerando, una per una, le varie sorgenti di rumore.

Cominciamo dalla sorgente di rumore con densità spettrale h_{n1} , la cui corrispondente potenza (nella banda del segnale) è $h_{n1}B$: questa potenza subisce l'amplificazione A_1 , poi l'attenuazione α_2 , poi l'amplificazione A_2 e così via fino all'attenuazione α_{N-1} , per cui il suo contributo alla potenza di rumore in ingresso al ricevitore è

$$P_{N1} = (h_{n1}B) \frac{A_1 A_2 \dots A_{N-1}}{\alpha_2 \dots \alpha_N}$$

Discorso analogo per la sorgente con densità spettrale h_{n2} :

$$P_{N2} = (h_{n2}B) \frac{A_2 \dots A_{N-1}}{\alpha_3 \dots \alpha_N}$$

Il discorso non cambia per le successive sorgenti di rumore, fino all'ultima (avente densità spettrale h_{nn}), che non riceve né attenuazione né amplificazione, dando quindi un contributo $h_{nn}B$ alla potenza di rumore in ingresso al ricevitore: possiamo perciò concludere che tale potenza di rumore in ingresso ad R_x vale

$$P_N = (h_{n1}B) \frac{A_1 A_2 \dots A_{N-1}}{\alpha_2 \dots \alpha_N} + (h_{n2}B) \frac{A_2 \dots A_{N-1}}{\alpha_3 \dots \alpha_N} + (h_{n3}B) \frac{A_3 \dots A_{N-1}}{\alpha_4 \dots \alpha_N} + \dots + (h_{nn}B)$$

Siamo a questo punto in grado di calcolare il rapporto segnale-rumore in ingresso al ricevitore:

$$\frac{S}{N}\Big|_{\text{RX}} = \frac{P_R}{P_N} = \frac{P_T \frac{A_1 A_2 \dots A_{N-1}}{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_N}}{(h_{n1} B) \frac{A_1 A_2 \dots A_{N-1}}{\alpha_2 \dots \alpha_N} + (h_{n2} B) \frac{A_2 \dots A_{N-1}}{\alpha_3 \dots \alpha_N} + (h_{n3} B) \frac{A_3 \dots A_{N-1}}{\alpha_4 \dots \alpha_N} + \dots + (h_{nm} B)}$$

Possiamo porre questa frazione in modo più opportuno dividendo il denominatore per il numeratore:

$$\frac{S}{N}\Big|_{\text{RX}} = \frac{1}{\frac{(h_{n1} B)}{P_T \frac{1}{\alpha_1}} + \frac{(h_{n2} B)}{P_T \frac{A_1}{\alpha_1 \alpha_2}} + \frac{(h_{n3} B)}{P_T \frac{A_1 A_2}{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3}} + \dots + \frac{(h_{nm} B)}{P_T \frac{A_1 A_2 \dots A_{N-1}}{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_N}}}$$

Consideriamo adesso le singole frazioni che compaiono a denominatore, partendo da $\frac{h_{n1} B}{P_T / \alpha_1}$: a numeratore di questa frazione compare la potenza, in ingresso al blocco A_1 , della prima sorgente di rumore, mentre a denominatore compare la potenza di segnale in ingresso allo stesso blocco A_1 ; questa frazione è dunque il rapporto rumore-segnale in uscita dalla prima tratta. In modo del tutto analogo, la frazione $\frac{h_{n2} B}{A_1 P_T / \alpha_1 \alpha_2}$ rappresenta il rapporto rumore-segnale in uscita dalla seconda tratta nel caso in cui la prima sorgente di rumore fosse nulla. La frazione $\frac{h_{n3} B}{A_1 P_T / \alpha_1 \alpha_2}$ rappresenta il rapporto rumore-segnale in uscita dalla terza tratta nel caso in cui la prima e la seconda sorgente di rumore fossero nulle e così via fino all'ultima frazione.

Possiamo dunque riscrivere quella formula nel modo seguente:

$$\boxed{\frac{S}{N}\Big|_{\text{RX}} = \frac{1}{\frac{N}{S}\Big|_{\text{T,1}} + \frac{N}{S}\Big|_{\text{T,2}} + \frac{N}{S}\Big|_{\text{T,3}} + \dots + \frac{N}{S}\Big|_{\text{T,N}}}}$$

Questa è una formula (assolutamente generale) di grande importanza, in base alla quale *il rapporto S/N al ricevitore, in un sistema multitratta, è pari al reciproco della somma dei rapporti N/S relativi alle singole tratte* (⁶). Se ci esprimiamo, invece, in termini di rapporto rumore-segnale in ingresso al ricevitore, allora possiamo direttamente scrivere che

$$\frac{N}{S}\Big|_{\text{RX}} = \frac{N}{S}\Big|_{\text{T,1}} + \frac{N}{S}\Big|_{\text{T,2}} + \frac{N}{S}\Big|_{\text{T,3}} + \dots + \frac{N}{S}\Big|_{\text{T,N}}$$

⁶ E' evidente che questa formula richiama molto da vicino quella con cui si calcola la capacità di N condensatori posti in serie: la capacità totale è pari al reciproco della somma dei reciproci delle singole capacità

Il rapporto N/S è pari alla somma dei singoli rapporto N/S.

L'espressione così ottenuta del rapporto S/N in ingresso al ricevitore evidenzia, in modo molto chiaro, il decadimento della qualità del segnale dovuta ad ogni singola tratta o, meglio, al rumore aggiunto da ogni singola tratta.

D'altra parte, però, questa stessa formula evidenzia un fatto molto importante, che poi costituisce il grande pregio di un **sistema multitratta**: il peso che il rumore ha sulla qualità finale del segnale non è assoluto, ma dipende dal punto in cui il rumore è applicato, in quanto dipende dal valore che il segnale ha in tale punto: sommare un rumore, che ha sempre lo stesso livello di potenza, in un punto in cui il segnale è a livello basso è cosa ben diversa dal sommarlo in un punto in cui il segnale ha un livello più alto.

A questo punto, una osservazione importante è che, nella maggior parte dei casi, non ha senso progettare un sistema multitratta con tratte diverse tra di loro; al contrario, è conveniente (dal punto di vista economico) realizzare tratte tutte uguali: ciò significa che ciascuna tratta ha la stessa attenuazione ⁽⁷⁾ e lo stesso guadagno di potenza: ciò significa che vale la

relazione $A_i = \frac{1}{\alpha_i}$ con $i=1,2,\dots,N$.

Sotto questa ipotesi, se torniamo all'espressione di $\left. \frac{S}{N} \right|_{RX}$ e, in particolare, all'espressione dei rapporti N/S relativi a ciascuna tratta, si trova immediatamente che sono tutti uguali: ciò significa che possiamo riscrivere la formula come

$$\left. \frac{S}{N} \right|_{RX} = \frac{1}{N \cdot \left. \frac{N}{S} \right|_s} = \frac{1}{N} \cdot \left. \frac{S}{N} \right|_s$$

dove $\left. \frac{S}{N} \right|_s$ è il rapporto segnale-rumore di ogni singola tratta.

Abbiamo cioè trovato che *il rapporto segnale/rumore in ingresso ad R_x è N volte più piccolo del rapporto segnale/rumore relativo a ciascuna tratta*. Vista la cosa al contrario, quella relazione dice che alla singola tratta si richiede un rapporto S/N che sia N volte maggiore di quello richiesto al ricevitore.

Per comprendere i vantaggi di un sistema multitratta, riprendiamo l'esempio numerico svolto in precedenza per la trasmissione di un segnale televisivo su un sistema a singola tratta con cavo equalizzato. Avevamo in quel caso trovato che il rapporto segnale-rumore in ingresso al ricevitore deve essere di 47 dB. Usando un sistema multitratta con tratte tutte uguali, possiamo dunque scrivere che deve risultare

$$\left. \frac{S}{N} \right|_{RX} = \frac{1}{N} \cdot \left. \frac{S}{N} \right|_s = 10^{4.7} (= 47[\text{dB}])$$

da cui deduciamo che il rapporto S/N relativo alla singola tratta deve essere

⁷ In particolare, ciascuna tratta ha la stessa attenuazione specifica e la stessa lunghezza

$$\left. \frac{S}{N} \right|_s = N \cdot 10^{4.7} \xrightarrow{\text{in dB}} \left. \frac{S}{N} \right|_s = 10 \log_{10} N + 47 [\text{dB}]$$

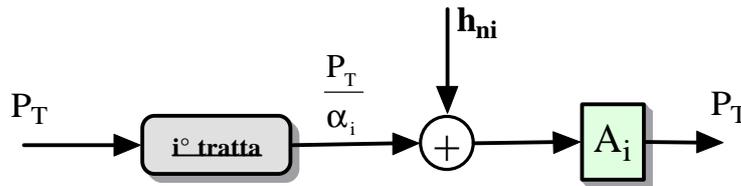
L'incognita è ovviamente il valore di N , ossia il numero di tratte in cui suddividere il sistema. Dobbiamo allora trovare una espressione opportuna di $\left. \frac{S}{N} \right|_s$; in particolare, dobbiamo trovare una espressione per il rapporto **S/N**

ottenibile dalla singola tratta, in modo poi da imporre che $\left. \frac{S}{N} \right|_s$ sia minore o al più uguale a tale valore.

Applicando la definizione, si tratta del rapporto tra la potenza di segnale (che, per ipotesi, è uguale per tutte le tratte e coincide con quella ricevuta da R_x) e la potenza media di rumore (pari a $h_n B$ per tutte le tratte), per cui

$$\left. \frac{S}{N} \right|_{\text{ott}} = \frac{P_R}{h_n B} = \frac{P_R}{(FkT_0)B}$$

Dobbiamo valutare la potenza ricevuta P_R : per la generica tratta, la potenza ricevuta è pari alla potenza trasmessa P_T diminuita dell'attenuazione dovuta all'ultima trasmissione:



Possiamo dunque scrivere che

$$P_R = \frac{P_T}{\alpha_i} \xrightarrow{\text{in dB}} P_R [\text{dB}] = P_T [\text{dB}] - \alpha_i [\text{dB}]$$

Adesso, l'attenuazione complessiva α_i della generica tratta è semplicemente pari all'attenuazione complessiva α (espressa in dB) del sistema, divisa però per il numero N di tratte: quindi

$$P_R [\text{dB}] = P_T [\text{dB}] - \frac{\alpha_{\text{TOT}}}{N} [\text{dB}]$$

In questa formula si evidenziano tutti i vantaggi di un sistema multitratta: infatti, se ci fosse stata una tratta sola, la potenza ricevuta sarebbe stata P_T diminuita dell'attenuazione complessiva α_{TOT} , mentre, in presenza di N tratte, la diminuzione è di α_{TOT}/N dB.

Con riferimento ai valori dell'esempio numerico, l'attenuazione complessiva è di 450 dB, per cui, anche con sole 2 tratte, essa viene dimezzata.

Tornando adesso all'espressione completa di $\left. \frac{S}{N} \right|_{\text{ott}}$, possiamo scrivere (esprimendoci direttamente in dBm) che

$$\left. \frac{S}{N} \right|_{\text{out}} = \left(\frac{P_R}{FkT_0B} \right)_{\text{dBm}} = P_R [\text{dBm}] - (FkT_0B)_{\text{dBm}} = \left(P_T [\text{dBm}] - \frac{\alpha_{\text{TOT}}}{N} [\text{dB}] \right) - (FkT_0B)_{\text{dBm}}$$

Sostituendo i valori numerici, abbiamo che

$$\left. \frac{S}{N} \right|_{\text{out}} = \left(P_T [\text{dBm}] - \frac{450}{N} [\text{dB}] \right) - 97 [\text{dBm}]$$

A questo punto, avendo trovato prima che $\left. \frac{S}{N} \right|_s = 10 \log_{10} N + 47 [\text{dB}]$, ci basta imporre che $\left. \frac{S}{N} \right|_s$ sia minore o al più uguale a $\left. \frac{S}{N} \right|_{\text{out}}$:

$$10 \log_{10} N + 47 [\text{dB}] \leq \left(P_T [\text{dBm}] - \frac{450}{N} [\text{dB}] \right) - 97 [\text{dBm}]$$

Esplicitando la potenza trasmessa, abbiamo che

$$P_T [\text{dBm}] \geq 10 \log_{10} N + \frac{450}{N} [\text{dB}] + 144 [\text{dBm}]$$

Questa formula mette bene in evidenza il vantaggio di usare più tratte: infatti, il termine $10 \log_{10} N$ rappresenta la maggiore potenza da erogare in trasmissione in conseguenza del fatto che, avendo N tratte, abbiamo N distinti contributi di rumore, mentre il termine $450/N$ rappresenta la potenza da erogare per compensare l'attenuazione non più dell'intero percorso, ma di una singola tratta. In altre parole, avendo più tratte, mentre da un lato perdiamo un certo numero di dB per la presenza di più contributi di rumore, dall'altro lato guadagniamo molti dB per il fatto di dover compensare l'attenuazione di una generica tratta e non più di tutto il percorso (8). *Il guadagno viene dal fatto che il termine $450/N$ decresce molto più rapidamente, all'aumentare di N , di quanto non cresca il termine $10 \log_{10} N$.*

In generale, fissata la potenza di trasmissione P_T , il valore di N che soddisfa quella relazione (da risolvere per tentativi, ovviamente con il segno di uguaglianza) è quello ottimale per la scelta del numero di tratte: prendendo ad esempio $P_T = 100$ mW, il risultato è 6.6; questo numero va chiaramente arrotondato: si trova facilmente che il valore 6 non va bene, per cui si arrotonda a **N=7**.

Con $N=7$ tratte, il rapporto S/N all'uscita dalle singole tratte risulta essere

$$\left. \frac{S}{N} \right|_s = 10 \log_{10} 7 + 47 [\text{dB}] = 55.5 \text{dB}$$

⁸ Ad esempio, con $N=2$ tratte, l'incremento di potenza è $10 \log_{10} 2 = 3 \text{dB}$, mentre la diminuzione è di 225dB, in quanto, se avessimo dovuto compensare l'attenuazione complessiva avremmo dovuto incrementare P_T di 450 dB, mentre in questo caso la dobbiamo incrementare solo di $450/2 = 225 \text{dB}$, risparmiando perciò 225dB.

Sistema di trasmissione mediante ponte radio

Attenuazione in spazio libero

Si possono chiamare **ponti radio** i collegamenti da punto a punto che usano onde irradiate. In realtà, però, la locuzione *ponte radio* è correntemente riservata solo ai ponti radio a microonde (cioè con onde elettromagnetiche a frequenza uguale o superiore a 100 MHz).

Consideriamo dunque, come mezzo trasmissivo per il nostro segnale, quello compreso tra i morsetti di ingresso dell'antenna trasmittente e i morsetti di uscita dell'antenna ricevente. Indichiamo con P_T la potenza irradiata dall'antenna trasmittente e con d la distanza a cui si trova l'antenna ricevente; indichiamo inoltre che G_0 il guadagno dell'antenna trasmittente e con A_{eq} l'area equivalente dell'antenna ricevente. Se le due antenne si trovano nello **spazio libero** (ossia senza alcun oggetto interposto tra di esse), la potenza ricevuta dall'antenna ricevente è quantificabile tramite la formula seguente:

$$P_R = P_T \frac{G_0 A_{eff}}{4\pi d^2}$$

Vediamo di giustificare rapidamente questa formula sulla base dei noti concetti a proposito della trasmissione via radio:

- il fattore $4\pi d^2$ a denominatore esprime il fenomeno della cosiddetta **divergenza sferica delle onde**: dato che il fronte d'onda di un'onda sferica (come si suppone sia quella emessa dall'antenna trasmittente) si va dilatando in modo proporzionale al quadrato del raggio della sfera, la potenza irradiata dall'antenna trasmittente si localizza su una superficie sferica sempre più grande e quindi diminuisce, all'aumentare della distanza d , nello stesso modo in cui aumenta la suddetta superficie, cioè appunto con $4\pi d^2$.
- il guadagno G_0 a numeratore tiene invece conto del fatto che le antenne non sono praticamente mai **omnidirezionali** (o isotrope), nel senso che trasmettono potenza in tutte le direzioni, ma sono invece *direttive*, nel senso che trasmettono potenza solo in alcune direzioni privilegiate: allora, il guadagno G_0 varrebbe 1 se l'antenna trasmittente fosse omnidirezionale, mentre invece è maggiore di 1 nel caso di antenna direttiva, proprio perché essa irradia, in una direzione privilegiata, più potenza di quanta ne trasmetterebbe, in quella stessa direzione, se fosse omnidirezionale⁹. Ovviamente, il guadagno è tanto maggiore quanto più l'antenna è direttiva, ossia quanto più è capace di concentrare la radiazione in uno stretto angolo solido intorno alla direzione privilegiata. E' altrettanto chiaro che la formula è riferita al caso in cui sia l'antenna trasmittente sia quella ricevente siano orientate nella direzione privilegiata;

⁹ Solo in questo senso va inteso il significato di *guadagno* di una antenna.

- infine, l'**area efficace** A_{eff} dell'antenna ricevente serve a caratterizzarne le capacità captative dell'antenna stessa ⁽¹⁰⁾: la definizione rigorosa dell'area efficace di una antenna ricevente fa riferimento al vettore di Poynting ⁽¹¹⁾; in questa sede, possiamo dire brevemente che essa rappresenta il rapporto tra la potenza che si rende effettivamente disponibile ai terminali dell'antenna e la potenza per unità di superficie di un'onda incidente propriamente polarizzata.

Per antenne filiformi (come il dipolo hertziano, l'antenna corta, l'antenna in mezz'onda), il guadagno è solo leggermente superiore ad 1: ad esempio, per l'antenna a mezz'onda risulta $G=1.65$.

Per quanto riguarda, invece, l'area efficace, essa risulta proporzionale all'area geometrica solo nelle antenne direttive con dimensioni sviluppate trasversalmente alla direzione di massima radiazione (o captazione). Ad esempio, nel caso di antenna parabolica si ha che $A_{\text{eff}} \cong 0.6A_G$, dove A_G è l'area geometrica.

Infine, per quanto riguarda il fascio irradiato da una antenna, esso ha un angolo di apertura quantificabile come $\theta(^{\circ}) = \frac{70\lambda}{D}$, dove D è il diametro dell'antenna.

Tornando dunque alla relazione $P_R = P_T \frac{G_0 A_{\text{eff}}}{4\pi d^2}$, è evidente che da essa possiamo ricavare il **rapporto di trasferimento in potenza**:

$$\boxed{\frac{P_R}{P_T} = \frac{G_0 A_{\text{eff}}}{4\pi d^2}}$$

E' possibile dimostrare che l'area efficace di una antenna è legata al guadagno dell'antenna stessa ed alla lunghezza d'onda della radiazione incidente mediante la relazione $A_{\text{eff}} = G_R \frac{\lambda^2}{4\pi}$: sostituendo allora nella formula di prima, abbiamo che

$$\frac{P_R}{P_T} = G_0 G_R \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2$$

E' chiaro che l'inverso di questa relazione costituisce l'**attenuazione in spazio libero**:

$$\alpha_{\text{SL}} = \frac{P_T}{P_R} = \frac{1}{G_0 G_R} \left(\frac{4\pi d}{\lambda} \right)^2$$

¹⁰ L'espressione “area efficace” ha un significato particolare quando applicato ad “antenne a superficie”, che cioè hanno una ben definita apertura fisica: per queste antenne, infatti, il rapporto tra l'area efficace e l'area geometrica è una misura diretta dell'efficienza dell'antenna nell'irradiare (o nel ricevere) energia elettromagnetica nella (o dalla) direzione desiderata

¹¹ La definizione di area efficace è la seguente: considerato il vettore di Poynting P disponibile nel punto ricevente, l'**area efficace** è tale che sia soddisfatta la relazione $W_{\text{RIC}} = P \cdot A_{\text{eff}}$, dove W_{RIC} è la potenza captata dall'antenna.

Esprimendo questa relazione in dB, abbiamo quanto segue:

$$\begin{aligned}\alpha_{\text{SL}}[\text{dB}] &= 10 \log_{10} \frac{1}{G_0 G_R} \left(\frac{4\pi d}{\lambda} \right)^2 = 10 \log_{10} \frac{1}{G_0} + 10 \log_{10} \frac{1}{G_R} + 20 \log_{10} \frac{4\pi d}{\lambda} = \\ &= -10 \log_{10} G_0 - 10 \log_{10} G_R + 20 \log_{10} 4\pi d - 20 \log_{10} \lambda = \\ &= -(G_0)_{\text{dB}} - (G_R)_{\text{dB}} + 20 \log_{10} 4\pi + 20 \log_{10} d - 20 \log_{10} \lambda\end{aligned}$$

La quantità $20 \log_{10} 4\pi$ è una costante che vale 22dB, per cui possiamo concludere che l'attenuazione in spazio libero, espressa in dB, ha espressione

$$\alpha_{\text{SL}}[\text{dB}] = 22 - (G_0)_{\text{dB}} - (G_R)_{\text{dB}} + 20 \log_{10} d - 20 \log_{10} \lambda$$

In base a questa formula, possiamo fare alcune importanti considerazioni:

- in primo luogo, α_{SL} contiene un termine $22 + 20 \log_{10} d$ legato semplicemente alla distanza tra l'antenna ricevente e quella trasmittente: questo termine prende il nome di **attenuazione base** (o anche *attenuazione di tratta*) ed è evidentemente ineliminabile, in quanto non è sotto il nostro controllo ed è sempre presente in un collegamento a distanza;
- in secondo luogo, è presente un termine $-20 \log_{10} \lambda$ in base al quale, a parità di altri fattori, *l'attenuazione in spazio libero è tanto minore quanto maggiore è la lunghezza d'onda delle onde irradiate, ossia quanto minore è la frequenza;*
- infine, il termine $-(G_0)_{\text{dB}} - (G_R)_{\text{dB}}$ è legato ai guadagni delle antenne trasmittente e ricevente: quanto più tali guadagni sono elevati, tanto minore è l'attenuazione α_{SL} .

Attenuazione supplementare

Quasi sempre, l'attenuazione effettiva subita da un segnale nella trasmissione via radio non corrisponde solo all'attenuazione in spazio libero descritta nel paragrafo precedente: infatti, nella pratica, l'attenuazione effettiva coincide con quella in spazio libero nell'unico caso di un radiocollegamento terra-spazio (trasmissione via satellite) con frequenze comprese tra qualche decina di MHz a circa 10 GHz. In generale, invece, all'attenuazione in spazio libero α_{SL} dobbiamo sempre aggiungere una **attenuazione supplementare** (che indicheremo con α_s) dipendente dalle condizioni del mezzo in cui si svolge la propagazione ⁽¹²⁾.

I tipi di propagazione sfruttati nei radiocollegamenti sono molto diversi al variare della frequenza e delle applicazioni. Nonostante questo, però, possiamo evidenziare alcuni aspetti generali dei fenomeni da cui dipende l'attenuazione supplementare. Possiamo infatti dire che la riduzione della potenza nella direzione di propagazione desiderata, rispetto al caso di propagazione in spazio libero, è dovuta a due fenomeni, presenti separatamente o congiuntamente:

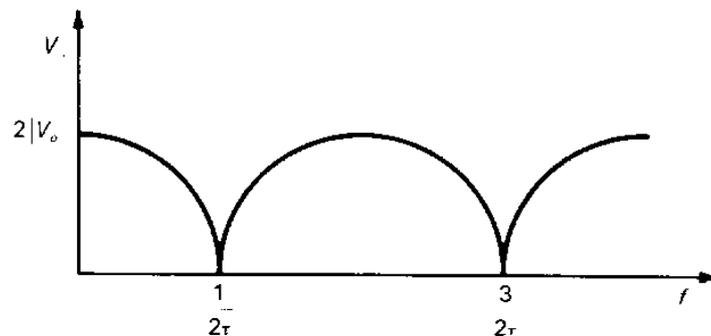
¹² Ciò significa, tra le altre cose, che questa attenuazione supplementare è molto spesso variabile nel tempo

- *assorbimento* di potenza da parte del mezzo;
- *indirizzamento* della potenza irradiata in direzioni diverse da quella desiderata.

Scendiamo maggiormente nei dettagli del secondo fenomeno.

In molte applicazioni si verificano dei **fenomeni interferenziali** dovuti al fatto che la propagazione tra antenna trasmittente e antenna ricevente avviene seguendo più percorsi (detti **percorsi multipli**) anziché lungo l'unico percorso rappresentato dalla congiungente le due antenne. Allora, quando i segnali corrispondenti a tali percorsi giungono all'antenna ricevente, si verifica una loro composizione che può essere più o meno distruttiva a seconda dell'ampiezza e della fase relativa dei contributi stessi. Gli affievolimenti dovuti a questi percorsi multipli hanno anche *carattere selettivo*, nel senso che l'attenuazione ed il ritardo di gruppo variano con la frequenza, per cui la banda trasmissibile, cioè quella con distorsione accettabile, risulta limitata.

Per comprendere a pieno questo concetto, consideriamo il caso semplice di 2 soli cammini, entrambi con la stessa attenuazione ma con una differenza di percorso ΔL . Il ritardo di un segnale rispetto all'altro, se entrambi si muovono con velocità v , è chiaramente $\tau = \Delta L / v$. Il segnale risultante dalla loro somma risulta essere del tipo $V = V_0 (1 + e^{-j2\pi f\tau})$ (**modello a echi**), dove la variazione di fase dipende appunto dal diverso percorso. E' evidente che l'ampiezza di questo segnale risultante, proprio in conseguenza della composizione di due segnali non in fase, varia con la frequenza, secondo l'andamento riportato nella figura seguente:



Per $f=0$, la differenza di fase è ovviamente nulla e quindi i due segnali si sommano in modo perfettamente costruttivo; all'aumentare della frequenza, invece, la differenza di fase progressivamente aumenta e quindi la composizione interviene a ridurre l'ampiezza del segnale risultante rispetto a quella massima. La situazione più sfavorevole si ha per frequenze pari a $1/2\tau$ e per i multipli dispari di questa quantità.

Si comprende dunque come la banda utilizzabile debba avere una ampiezza piccola rispetto a $1/\tau$. Inoltre, data la periodicità dell'andamento schematizzato in figura, essa non dipende dalla frequenza centrale utilizzata. Dipende invece dalla differenza ΔL di percorso (dato che $\tau = \Delta L / v$).

Nel caso di numerosi percorsi multipli la situazione si complica, ma resta comunque vero che frequenze distanti tra loro molto meno di $1/\tau$ (dove questa volta con τ intendiamo la massima differenza nei tempi di propagazione per i percorsi di importanza pratica) tendono a comportarsi nello stesso modo.

Attenuazione equivalente complessiva

Come già osservato in precedenza, quando la propagazione avviene con percorsi multipli, l'attenuazione supplementare, ad ogni frequenza, varia notevolmente nel tempo, dato che variano nel tempo la configurazione dei percorsi multipli e le differenze di percorso. Per un sistema multitratta, quindi, mentre possiamo ritenere che l'attenuazione di spazio libero sia la stessa per ogni tratta (si suppone ovviamente che tutte le tratte abbiano la stessa lunghezza), dobbiamo necessariamente assumere che l'attenuazione supplementare differisca da tratta a tratta ⁽¹³⁾. Allora, possiamo affermare che, per la i -sima tratta, l'attenuazione complessiva sia quantificabile nel modo seguente:

$$\alpha_i = \begin{cases} \alpha_{SL} + \alpha_{Si} & \text{in dB} \\ \alpha_{SL} \alpha_{Si} & \text{in unità naturali} \end{cases}$$

L'attenuazione in spazio libero è sempre la stessa, mentre quella supplementare è propria della tratta considerata.

A questo punto, dato che siamo in presenza di un sistema multitratta, a prescindere dal fatto che si consideri la trasmissione via cavo o via radio, valgono le considerazioni fatte in precedenza circa il rapporto rumore-segnale all'uscita dell'ultima tratta (cioè in ingresso al ricevitore R_X), che è quantificabile come somma dei rapporti rumore-segnali di ogni singola tratta:

$$\left. \frac{S}{N} \right|_{RX} = \frac{1}{\left. \frac{N}{S} \right|_{T,1} + \left. \frac{N}{S} \right|_{T,2} + \left. \frac{N}{S} \right|_{T,3} + \dots + \left. \frac{N}{S} \right|_{T,N}}$$

In modo analogo a quanto fatto nel caso del sistema via cavo, cerchiamo di individuare le espressioni dei singoli rapporti N/S . Riportando la stessa relazione trovata in quel caso, possiamo scrivere che

$$\left. \frac{S}{N} \right|_{RX} = \frac{1}{\frac{(h_{n1}B)}{P_T \frac{1}{\alpha_1}} + \frac{(h_{n2}B)}{P_T \frac{A_1}{\alpha_1 \alpha_2}} + \frac{(h_{n3}B)}{P_T \frac{A_1 A_2}{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3}} + \dots + \frac{(h_{nm}B)}{P_T \frac{A_1 A_2 \dots A_{N-1}}{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_N}}}}$$

Avendo detto che l'attenuazione totale, in unità naturali, è pari al prodotto dell'attenuazione in spazio libero e dell'attenuazione supplementare ed avendo anche detto che solo quest'ultima differisce da tratta a tratta, possiamo scrivere che

$$\left. \frac{S}{N} \right|_{RX} = \frac{1}{\frac{(h_{n1}B)}{P_T \alpha_{SL} \alpha_{S1}} + \frac{(h_{n2}B)}{P_T \alpha_{SL}^2 \alpha_{S1} \alpha_{S2}} + \frac{(h_{n3}B)}{P_T \alpha_{SL}^3 \alpha_{S1} \alpha_{S2} \alpha_{S3}} + \dots + \frac{(h_{nm}B)}{P_T \alpha_{SL}^N \alpha_{S1} \alpha_{S2} \dots \alpha_{SN}}}}$$

¹³ In altre parole, solo in termini statistici possiamo affermare che le tratte sono uguali dal punto di vista della attenuazione

Supponiamo, inoltre, che la densità spettrale di potenza di rumore sia uguale in ogni tratta, per cui possiamo mettere in evidenza, a denominatore, il termine $h_n B$, oltre anche alla potenza P_T trasmessa dal trasmettitore:

$$\left. \frac{S}{N} \right|_{RX} = \frac{1}{\frac{h_n B}{P_T}} \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{SL} \alpha_{S1}} + \frac{1}{\alpha_{SL}^2 \alpha_{S1} \alpha_{S2}} + \frac{1}{\alpha_{SL}^3 \alpha_{S1} \alpha_{S2} \alpha_{S3}} + \dots + \frac{1}{\alpha_{SL}^N \alpha_{S1} \alpha_{S2} \dots \alpha_{SN}}}$$

Come ulteriore ipotesi, supponiamo che gli amplificatori posti a valle di ogni tratta siano dimensionati in modo tale da compensare perfettamente l'attenuazione introdotta dalle corrispondenti tratte ⁽¹⁴⁾: in formule, ciò significa che $A_i = \alpha_i = \alpha_{SL} \alpha_{Si}$, per cui, effettuando le dovute semplificazioni, abbiamo che

$$\begin{aligned} \left. \frac{S}{N} \right|_{RX} &= \frac{1}{\frac{h_n B}{P_T}} \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{SL} \alpha_{S1}} + \frac{1}{\alpha_{SL} \alpha_{S2}} + \frac{1}{\alpha_{SL} \alpha_{S3}} + \dots + \frac{1}{\alpha_{SL} \alpha_{SN}}} = \\ &= \frac{1}{\frac{h_n B}{P_T}} \frac{1}{\alpha_{SL} \alpha_{S1} + \alpha_{SL} \alpha_{S2} + \alpha_{SL} \alpha_{S3} + \dots + \alpha_{SL} \alpha_{SN}} \end{aligned}$$

Mettendo adesso in evidenza l'attenuazione in spazio libero, abbiamo che

$$\left. \frac{S}{N} \right|_{RX} = \frac{1}{\frac{h_n B}{P_T} \alpha_{SL}} \frac{1}{\alpha_{S1} + \alpha_{S2} + \alpha_{S3} + \dots + \alpha_{SN}}$$

La somma delle attenuazioni supplementari dovute alle singole tratte prende il nome di **attenuazione equivalente complessiva** del collegamento considerato e si indica generalmente con α_{ec} :

$$\alpha_{ec} = \sum_{i=1}^N \alpha_{Si} \longrightarrow \left. \frac{S}{N} \right|_{RX} = \frac{1}{\frac{h_n B}{P_T} \alpha_{SL} \alpha_{ec}} = \frac{P_T / \alpha_{SL}}{h_n B} \frac{1}{\alpha_{ec}}$$

La quantità $\frac{P_T / \alpha_{SL}}{h_n B}$ non è altro che il *rapporto S/N relativo alla singola tratta in condizioni di spazio libero* (dato che P/α_{SL} è la potenza ricevuta in condizioni di spazio libero), per cui concludiamo che il rapporto S/N in ingresso al ricevitore è

¹⁴ Una caratteristica di questo tipo viene ottenuta mediante un apparato chiamato **AGC** (*Automatic Gain Control*) posto in ogni amplificatore: si tratta di un controllore che, in modo del tutto automatico, regola il guadagno del generico amplificatore (confrontando il segnale ricevuto con un opportuno livello di riferimento) in modo da ritrasmettere sempre la stessa potenza da ogni antenna trasmittente.

$$\left| \frac{S}{N} \right|_{RX} = \frac{1}{\alpha_{ec}} \left| \frac{S}{N} \right|_S$$

In base a questa relazione, la conoscenza del rapporto S/N di ogni singola tratta (in condizioni di spazio libero) non è sufficiente per il dimensionamento del sistema, ma sono necessarie informazioni sulla statistica di α_{ec} , ossia quindi sulla statistica dell'attenuazione supplementare relativa a ciascuna tratta.

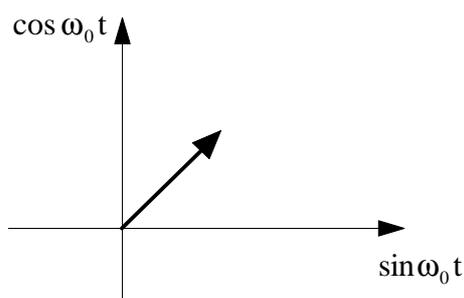
In termini pratici, quella formula dice che è necessario aumentare la potenza in trasmissione, rispetto al caso ideale dello spazio libero, di una quantità pari all'attenuazione equivalente complessiva, in modo da tener conto dei fenomeni che producono un affievolimento del segnale e da ottenere quindi in ricezione un livello di segnale ancora accettabile.

Distribuzioni di Rayleigh

Come detto in precedenza, il peggioramento del rapporto S/N dovuto all'attenuazione supplementare (e quindi fondamentalmente ai cammini multipli) nelle varie tratte non può che essere una variabile casuale. Questo ha una conseguenza fondamentale: *non è possibile verificare con sicurezza se il collegamento è funzionante, ossia se esso garantisce un rapporto segnale/rumore uguale o superiore a quello minimo richiesto.*

In situazioni come queste, per effettuare il progetto si procede nel modo seguente: mediante una campagna di opinione, si stabilisce quale deve essere la massima percentuale di tempo per cui il ponte radio può essere **fuori servizio**, ossia per cui esso può funzionare al di sotto dei requisiti richiesti. Al fine di determinare questa percentuale, si studiano le caratteristiche statistiche della potenza ricevuta.

Consideriamo, per il momento, un sistema a singola tratta. Si è detto che la radiazione trasmessa dall'antenna trasmittente si propaga fino all'antenna ricevente secondo cammini diversi (che supponiamo siano in numero molto elevato). Ogni cammino fornisce in ricezione un contributo di ampiezza diversa e con fase casuale (in quanto è come se il segnale andasse in ingresso a diversi sistemi, ciascuno con la propria funzione di trasferimento diversa), per cui possiamo rappresentare tale contributo per mezzo di un vettore rotante (facciamo riferimento alla frequenza della portante, ma il discorso andrebbe fatto frequenza per frequenza del segnale considerato):



Facciamo inoltre due ipotesi (che per la verità corrispondono ad un caso limite):

- in primo luogo supponiamo che nessuna delle ampiezze dei percorsi sia predominante, ossia tutti i segnali arrivano al ricevitore con ampiezze tra loro confrontabili;
- in secondo luogo, supponiamo che gli sfasamenti tra percorso e percorso siano incorrelati tra loro (il che è tanto più vero quanto maggiore è la frequenza, a parità di differenze di percorso, poiché gli sfasamenti relativi tendono a diventare particolarmente grandi, dell'ordine di molti angoli giri).

Sotto queste ipotesi, possiamo applicare il noto **teorema del limite centrale**, in base al quale *la somma dei vari contributi risulta essere, su ogni direzione coordinata, una variabile aleatoria con distribuzione gaussiana*. A noi però non interessa l'ampiezza lungo le direzioni coordinate, ma solo l'ampiezza della risultante: si può allora verificare che tale ampiezza ha una distribuzione di probabilità del tipo

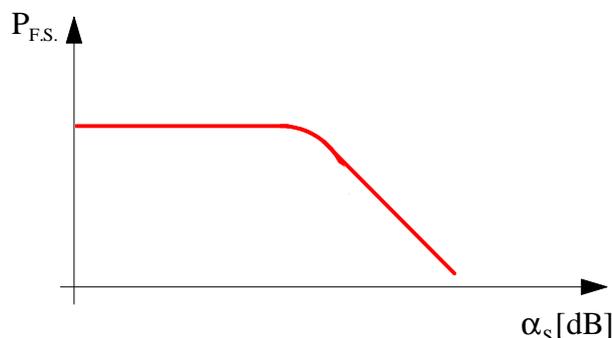
$$f(x) = \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

Questa prende il nome di **statistica di Rayleigh**.

Nota, dunque, la distribuzione di probabilità della ampiezza del segnale ricevuto, si definisce **probabilità di fuori servizio** la probabilità relativa che tale potenza sia minore di un valore minimo fissato. Si tratta dunque della quantità $P_{F.S.} = P(x \leq \bar{x})$ e questa è una quantità che si può calcolare a partire dalla funzione di distribuzione di probabilità di x :

$$P_{F.S.} = P(x \leq \bar{x}) = F(\bar{x})$$

Si riesce allora a determinare la dipendenza di $P_{F.S.}$ dall'attenuazione supplementare α_s :



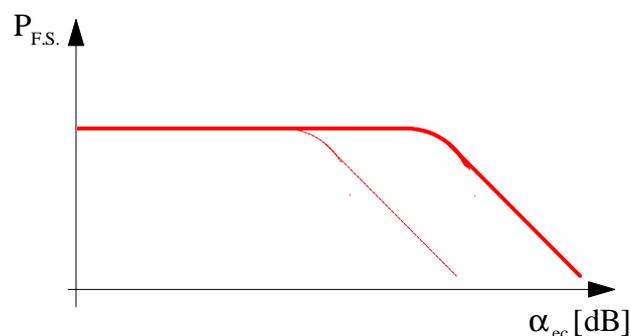
In particolare, nel caso di $P_{F.S.}$ sufficientemente bassa, l'andamento è ben approssimato da un tratto rettilineo con pendenza unitaria (negativa), il che significa che la relazione tra le due quantità, in queste condizioni, è

$$\log_{10} \alpha_s = \log_{10} \frac{1}{P_{F.S.}}$$

In base a questa relazione, la probabilità di fuori servizio è approssimativamente l'inverso dell'attenuazione supplementare.

Si può allora procedere nel modo seguente: in primo luogo, si fissa la probabilità di fuori servizio $P_{F.S.}$ (ad esempio 0.001), ossia la probabilità tollerabile che il sistema non soddisfi i requisiti di progetto; nota $P_{F.S.}$, è automaticamente fissata anche l'attenuazione supplementare α_s della tratta considerata (consideriamo per il momento un sistema a singola tratta), per cui si può dimensionare la potenza in trasmissione in modo che, anche in presenza di tale valore dell'attenuazione supplementare, il sistema continui a funzionare secondo i requisiti richiesti. Così facendo, il numero di volte in cui il sistema va fuori servizio risulta essere molto basso.

Quanto detto vale per un sistema a ponte radio a singola tratta. Nell'ipotesi di sistema multitratta, entra in gioco il concetto di *attenuazione equivalente complessiva* introdotto prima, ossia la somma delle attenuazioni supplementari. E' necessario dunque determinare la distribuzione di α_{ec} . Se le attenuazioni supplementari relative alle singole tratte sono tra loro statisticamente indipendenti (ipotesi assolutamente ragionevole nella pratica), in base ad un noto teorema la densità di probabilità della loro somma è ottenibile calcolando la convoluzione delle varie densità di probabilità. Allora, l'andamento di $P_{F.S.}$ rispetto ad α_{ec} è del tutto analogo, specialmente per alti valori di α_{ec} , a quello di un sistema a singola tratta, con la differenza che la curva è traslata verso destra:



Si può allora scrivere, con ottima approssimazione, che

$$\alpha_{ec} \cong \alpha_s + 10 \log_{10} N$$

dove N è ovviamente il numero di tratte.

Vediamo allora come si effettua il progetto in questo caso: l'obiettivo è quello di ottenere un certo rapporto S/N in ricezione, nota che sia la rumorosità (cioè h_n) delle varie apparecchiature.

Il primo passo è quello di calcolare la potenza minima $P_{R,min}$ necessaria, in ricezione, per ottenere il rapporto S/N specificato, ossia per ottenere un risultato accettabile al ricevitore (ossia all'uscita del ponte radio). Successivamente, bisogna calcolare la potenza minima $P_{T,min}$ necessaria, in trasmissione, per ottenere $P_{R,min}$; per fare questo, è necessario valutare l'attenuazione che incontra

il segnale tra il morsetto di ingresso dell'antenna trasmittente ed il morsetto di uscita dell'antenna ricevente: vanno perciò considerate l'attenuazione di spazio libero, che è nota deterministicamente, e l'attenuazione equivalente complessiva. A proposito di quest'ultima, avendo trovato che $\alpha_{ec} \cong \alpha_s + 10 \log_{10} N$, bisogna calcolare α_s e lo si fa fissando una accettabile probabilità di fuori servizio: infatti, fissata $P_{F.S.}$, nell'ipotesi che valga la statistica di Rayleigh, basta prendere $\alpha_s = 1 / P_{F.S.}$.

A questo punto, l'attenuazione totale incontrata dal segnale sulla singola tratta è data (in dB) da

$$\alpha_{TOT} = \alpha_{SL} + \alpha_s + 10 \log_{10} N$$

per cui la potenza minima da trasmettere su ogni tratta sarà

$$P_{T,min} = \alpha_{TOT} + P_{R,min} = \alpha_{SL} + \alpha_s + 10 \log_{10} N + P_{R,min}$$

La riduzione di potenza che si ottiene su α_{SL} risulta maggiore dell'aumento di potenza che si ottiene sul fattore $10 \log_{10} N$, anche se è bene sottolineare che il guadagno non è mai esorbitante.

Osservazione

Abbiamo detto in precedenza che il problema della propagazione del segnale secondo cammini multipli è nel fatto che, quando questi cammini si sommano in sede di ricezione, la somma può essere più o meno distruttiva a seconda delle fasi relative. Nel caso in cui la combinazione di tutti i cammini sia altamente distruttiva, si parla di **affievolimento profondo** del segnale. E' abbastanza intuitivo aspettarsi che la probabilità di affievolimento profondo sia estremamente bassa. Altrettanto bassa è la probabilità che, in un sistema multitratta, ci siano più tratte che si trovino contemporaneamente in condizione di affievolimento profondo. Questo consente di dare la seguente schematizzazione di un ponte radio che si trova “fuori servizio”, ossia che funziona al di sotto dei requisiti di qualità previsti: *se si verifica la condizione di affievolimento profondo, ci sarà una sola tratta in tale condizione, mentre le altre presenteranno solo l'attenuazione in spazio libero (cioè avranno attenuazione supplementare nulla)*. In termini pratici, ciò significa che la tratta in affievolimento profondo si trova a sperimentare un valore dell'attenuazione supplementare pari al reciproco della probabilità di fuori servizio dell'intero sistema.

Naturalmente, questa condizione si verifica di rado: in condizioni normali, nessuna tratta sarà in spazio libero e nessuna in affievolimento profondo. Quella di cui sopra è una schematizzazione della situazione peggiore, utile per dimensionare il sistema in modo che funzioni anche nelle situazioni più critiche.

Esempio numerico: trasmissione del segnale televisivo bianco-nero

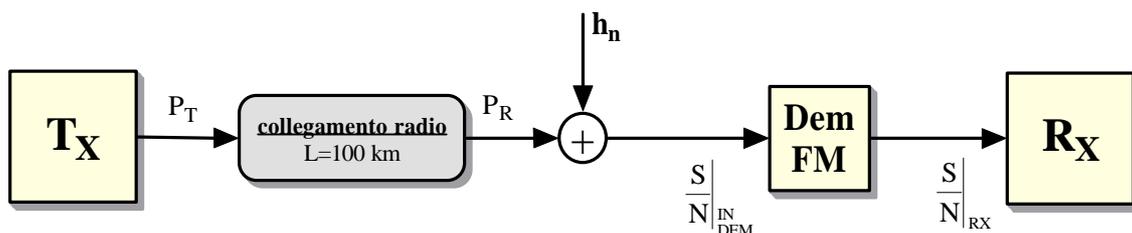
Adesso risolviamo un esercizio simile a quello considerato in precedenza, ma con un grado di dettaglio ancora maggiore.

Vogliamo dimensionare un sistema in ponte radio, a singola tratta, per la trasmissione del segnale televisivo bianco-nero. I dati di partenza sono i seguenti:

- la lunghezza del collegamento (cioè quindi la distanza tra antenna trasmittente e antenna ricevente) è $L=100$ km;
- il ponte radio funziona su un canale centrato a frequenza $f_p=10$ GHz;
- la larghezza di banda a nostra disposizione è $B_{RF}=20$ MHz.

Il fatto di dover trasmettere un segnale televisivo ci dice due cose: in primo luogo, sappiamo che si tratta di un segnale avente una banda $B=5$ MHz; in secondo luogo, in base ai noti requisiti di qualità per il segnale televisivo, il nostro obiettivo è garantire in ricezione un rapporto segnale-rumore pari a **52 dBp** (52 dB pesati).

Dobbiamo porci il problema di come trasmettere questo segnale televisivo: questo è un segnale passa-basso di banda 5 MHz, per cui, se avessimo a disposizione un mezzo trasmissivo passa-basso che contenesse tale banda, non sarebbe necessaria alcuna tecnica di modulazione, in quanto potremmo trasmettere il segnale direttamente in banda base. Al contrario, ci viene detto che la portante per la trasmissione è a 10 GHz, per cui dobbiamo necessariamente modulare. Si tratta allora di scegliere quale modulazione scegliere, considerando anche il fatto che abbiamo a disposizione 20 MHz di larghezza di banda a cavallo della portante. *Nel caso del segnale televisivo, la modulazione senz'altro più conveniente è quella di frequenza, la quale sagoma il rumore mandandone la maggior parte ad alta frequenza, dove l'occhio è meno sensibile.*



Stabilito dunque il tipo di modulazione, possiamo procedere.

Ci ricordiamo che, nel caso del segnale televisivo, il rapporto segnale-rumore in ricezione ha una particolare definizione: per quanto riguarda il rumore, la potenza da considerare è semplicemente quantificabile con il quadrato della tensione efficace di rumore; per quanto riguarda il segnale, invece, bisogna ricordarsi che il segnale televisivo, avente una escursione picco-picco V_{pp} (facendo cioè riferimento ad un segnale in tensione), riserva solo il 70% di tale escursione alle informazioni di luminanza, mentre il restante 30% è riservato ai segnali di sincronismo:

$$V_{PP} = (V_{PP})_{\text{sincr}} + (V_{PP})_{B/N} = 0.3V_{PP} + 0.7V_{PP} \longrightarrow (V_{PP})_{B/N} = 0.7V_{PP}$$

In base a ciò, la potenza di segnale (da usare come numeratore per il calcolo del rapporto S/N) è quella del segnale $(V_{PP})_{B/N}$ (**tensione bianco-nero**), pari al 70% dell'escursione totale V_{PP} del segnale televisivo:

$$S = [(0.7V_{PP})^2] \cong \frac{1}{2} V_{PP}^2 = \frac{1}{2} S_{PP}$$

In base a questa relazione, la potenza di segnale da considerare è metà della **potenza di picco S_{PP}** . Se scegliamo di ragionare, come in tutti i casi precedenti, direttamente in termini di potenza picco, dalla relazione appena ricavata si deduce che la potenza picco è $S_{PP}=2S$, per cui, volendo esprimere il rapporto S/N in termini di tale potenza, ci basterà incrementare il suddetto rapporto di 3dB: anziché richiedere un rapporto S/N di 52 dBp, dobbiamo richiedere **55 dB/p**.

Il passo successivo è quello di eliminare la pesatura videometrica del rumore, ossia il fatto per cui, per il calcolo della potenza di rumore sovrapposto al segnale televisivo, è necessario immaginare di sottoporre il rumore ad un filtro (detto **filtro videometrico**) che tiene conto della diversa sensibilità dell'occhio alle varie componenti spettrali: l'effetto di tale filtro è una attenuazione che vale 8 dB se il rumore in ingresso al filtro stesso è bianco, mentre vale 16 dB in caso contrario. Nel nostro caso, abbiamo detto che il rumore è concentrato alle alte frequenze (per effetto della modulazione FM), per cui deduciamo che l'attenuazione da considerare è di 16 dB.

In conclusione, quindi, il rapporto S/N da ottenere in ingresso al ricevitore è **39 dB** (cioè appunto i 55 dB pesati meno i 16 dB di attenuazione del rumore).

Nel caso di trasmissione con modulazione FM, il rapporto segnale-rumore in ingresso al ricevitore (cioè quello in uscita dal demodulatore di frequenza) ha una espressione nota:

$$\boxed{\left. \frac{S}{N} \right|_{RX} = 3 \left(\frac{\Delta f_{PP}}{B} \right)^2 \frac{P_R}{h_n B}}$$

dove ricordiamo ancora una volta che V_{PP} è l'escursione picco-picco della tensione di segnale, ossia, con riferimento alla simbologia precedentemente usata per la modulazione di frequenza, la deviazione di frequenza picco-picco Δf_{PP} .

Per quanto riguarda la potenza di rumore che compare nel rapporto S/N in ingresso al ricevitore, assumendo come sempre che il rumore additivo abbia la solita densità spettrale di potenza $h_n = FkT_0$ costante in frequenza, possiamo scrivere che essa vale $h_n B = FkT_0 B$ (è il frutto dell'integrazione di h_n nella banda B del segnale), per cui possiamo concludere che

$$\left. \frac{S}{N} \right|_{RX} = 3 \left(\frac{\Delta f_{PP}}{B} \right)^2 \frac{P_R}{FkT_0 B}$$

Possiamo allora imporre che questo rapporto valga i 39dB ricavati prima, che in unità naturali corrispondono a $10^{3.9}$:

$$\left. \frac{S}{N} \right|_{\text{RX}} = 3 \left(\frac{\Delta f_{\text{PP}}}{B} \right)^2 \frac{P_{\text{R}}}{FkT_0 B} = 10^{3.9}$$

Dato che abbiamo a che fare con un sistema di trasmissione che sfrutta la modulazione FM, dobbiamo considerare un'altra condizione, che riguarda il *funzionamento sopra-soglia* del demodulatore di frequenza: dobbiamo cioè imporre che il rapporto S/N in ingresso a tale demodulatore superi sempre il valore di 10 dB (pari sempre a 10 in unità naturali) necessario affinché si abbia una corretta demodulazione. Il rapporto S/N in ingresso al demodulatore è pari al rapporto tra la potenza del segnale ricevuto dal mezzo trasmissivo e la potenza di rumore nella banda di tale segnale ricevuto, ossia nella banda di radio frequenza:

$$\left. \frac{S}{N} \right|_{\text{DEM}}^{\text{IN}} = \frac{P_{\text{R}}}{h_n B_{\text{RF}}}$$

dove $h_n = FkT_0$.

D'altra parte, la banda di radiofrequenza è quella che si ricava dall'*approssimazione di Carson*, per cui vale $B_{\text{RF}} = 2B + \Delta f_{\text{PP}}$:

$$\left. \frac{S}{N} \right|_{\text{DEM}}^{\text{IN}} = \frac{P_{\text{R}}}{FkT_0 (2B + \Delta f_{\text{PP}})}$$

Dobbiamo dunque imporre che questo rapporto sia superiore a 10, per cui il sistema da risolvere è il seguente:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left. \frac{S}{N} \right|_{\text{RX}} = 3 \left(\frac{\Delta f_{\text{PP}}}{B} \right)^2 \frac{P_{\text{R}}}{FkT_0 B} = 10^{3.9} \\ \left. \frac{S}{N} \right|_{\text{DEM}}^{\text{IN}} = \frac{P_{\text{R}}}{FkT_0 (2B + \Delta f_{\text{PP}})} \geq 10 \end{array} \right.$$

Osserviamo che *la procedura appena seguita per arrivare a questo sistema non dipende dal fatto che stiamo usando un ponte radio o un altro mezzo trasmissivo, ma è del tutto generale, nel senso che si riferisce solo al fatto che stiamo trasmettendo un segnale televisivo ed al fatto che stiamo utilizzando, per la trasmissione, la modulazione di frequenza. Detto in altre parole, ogni volta che trasmettiamo, con modulazione di frequenza, un segnale televisivo, dobbiamo sempre partire da quel sistema.*

Le incognite del sistema sono la potenza ricevuta P_{R} dal demodulatore e la deviazione di frequenza picco-picco V_{PP} . Il metodo generale per risolvere quel sistema è quello di considerare l'uguaglianza per quanto riguarda $\left. \frac{S}{N} \right|_{\text{DEM}}^{\text{IN}}$ e quindi

di esplicitare P_{R} nella seconda equazione per poi sostituire nella prima e ricavare Δf_{PP} (o viceversa, cioè esplicitare Δf_{PP} nella prima equazione e sostituire nella seconda per ricavare P_{R}). In questo caso, invece, non possiamo procedere in questo modo, in quanto abbiamo un preciso vincolo sul valore di B_{RF} utilizzabile

(e quindi sul valore di Δf_{PP} , dato che B è fissata). Se, con il metodo di sostituzione, andassimo a ricavare prima P_R e poi Δf_{PP} , potremmo trovarci con un valore maggiore di quello consentito, il che ci obbligherebbe a ripetere il procedimento con un valore minore di P_R . Procediamo allora in un altro modo.

Abbiamo detto che abbiamo a disposizione una banda di radiofrequenza B_{RF} di 20 MHz; scegliamo allora di impiegare tutta questa banda, il che significa che la deviazione di frequenza picco-picco vale

$$B_{RF} = 2B + \Delta f_{PP} \longrightarrow \Delta f_{PP} = B_{RF} - 2B = 20\text{MHz} - 2 \cdot 5\text{MHz} = 10\text{MHz}$$

Con questo valore di Δf_{PP} , andiamo a calcolare, dalla prima equazione del sistema, quale potenza serve ricevere per ottenere $\left. \frac{S}{N} \right|_{RX} = 10^{3.9}$: in unità naturali, abbiamo che

$$P_R = 10^{3.9} * (FkT_0 B) * \frac{1}{3} * \left(\frac{B}{\Delta f_{PP}} \right)^2$$

Esprimendoci più comodamente in unità logaritmiche (assumendo che il fattore di rumore F delle apparecchiature in ricezione sia 10 dB), le varie quantità coinvolte sono

$$\begin{aligned} (FkT_n B)_{dBm} &= 10 \log_{10} \frac{FkT_n B}{1\text{mW}} = 10 - 174 + 67 = -97\text{dBm} \\ (B)_{dBHz} &= 10 \log_{10} B = 67\text{dB}_{Hz} \\ (\Delta f_{PP})_{dBHz} &= 10 \log_{10} \Delta f_{PP} = 70\text{dB}_{Hz} \\ (10^{3.9})_{dB} &= 39\text{dB} \end{aligned}$$

per cui concludiamo che la potenza in ricezione è

$$P_R [\text{dBm}] = 39\text{dB} - 97\text{dBm} - 5\text{dB} + 2 \cdot (67\text{dB}_{Hz} - 70\text{dB}_{Hz}) = -69\text{dBm}$$

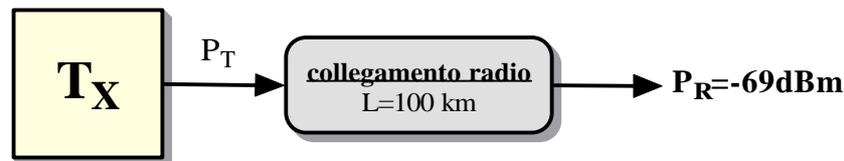
Questa è dunque la potenza (di segnale) che è necessario ricevere dal mezzo trasmissivo affinché si possa ottenere in ricezione il rapporto S/N specificato. Naturalmente, il tutto funziona se il demodulatore lavora sopra-soglia, per cui dobbiamo verificare che, con questo valore di P_R e con il valore di Δf_{PP} scelto all'inizio, sia verificata la condizione di soglia:

$$\left. \frac{S}{N} \right|_{DEM}^{IN} = \frac{P_R}{h_n(2B + \Delta f_{PP})} \xrightarrow{\text{passando ai dB}} P_R [\text{dBm}] - (FkT_0)_{dB} - (2B + \Delta f_{PP})_{dBHz} = -69\text{dBm} - (-164\text{dB}) - 73\text{dB}_{Hz} = 22\text{dB}$$

Il valore ottenuto per $\left. \frac{S}{N} \right|_{DEM}^{IN}$ è di 22 dB ed è maggiore ai 10 dB richiesti. Siamo

dunque 12 dB al di sopra della soglia, dal che deduciamo che la demodulazione funziona correttamente.

Conosciamo dunque, a questo punto, il valore della potenza da ricevere in uscita dal canale ($P_R = -69\text{dBm}$):



Si tratta adesso di calcolare la potenza P_T da trasmettere per ottenere in ricezione questi -69dBm .

Il valore di P_T dipende dall'attenuazione introdotta dal mezzo trasmissivo. Nel caso di un collegamento in ponte radio, sappiamo che questa attenuazione è pari alla somma dell'attenuazione in spazio libero α_{SL} e dell'attenuazione supplementare α_s dovuta ai cammini multipli: dobbiamo cioè scrivere che

$$P_T[\text{dBm}] = P_R[\text{dBm}] + \alpha_{\text{SL}}[\text{dB}] + \alpha_s[\text{dB}]$$

(formula valida, ovviamente, nel caso di un sistema a singola tratta).

Mettiamoci inizialmente nell'ipotesi che non ci sia attenuazione supplementare, ma solo attenuazione in spazio libero: quest'ultima ha espressione generale

$$\alpha_{\text{SL}} = \frac{4\pi L^2}{G_T A_{\text{eff,R}}}$$

dove G_T è il guadagno direttivo dell'antenna trasmittente e $A_{\text{eff,R}}$ l'area efficace dell'antenna ricevente. Dobbiamo allora conoscere o comunque scegliere il valore di questi due parametri: per quanto riguarda il guadagno dell'antenna trasmittente, prendiamo $G_T=30\text{dB}$. Per quanto riguarda, invece, $A_{\text{eff,R}}$, ci ricordiamo che essa è legata al guadagno direttivo dell'antenna ricevente dalla relazione $A_{\text{eff,R}} = G_R \frac{\lambda^2}{4\pi}$: allora, se supponiamo che $G_R=G_T=30\text{dB}$ (supponiamo ad esempio di usare antenne uguali in trasmissione e ricezione), possiamo calcolare anche $A_{\text{eff,R}}$: tenendo presente che la lunghezza d'onda della portante è

$$\lambda = \frac{c}{f_p} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ (m/s)}}{10 \cdot 10^9 \text{ (1/s)}} = 3\text{cm}$$

si ottiene $A_{\text{eff,R}} = 0.0716\text{m}^2$.

Con questi valori e ricordando anche che $L=100\text{km}$, si ottiene $\alpha_{\text{SL}} = 92[\text{dB}]$, da cui deduciamo che dovremo trasmettere $P_T[\text{dBm}] = -69\text{dBm} + 92\text{dB} = 23\text{dBm}$.

Questo risultato, dunque, vale nell'ipotesi ottimistica che non ci sia attenuazione supplementare. Al contrario, l'inevitabile presenza dell'attenuazione supplementare comporta necessariamente una maggiorazione della potenza in trasmissione: deve essere

$$P_T[\text{dBm}] = P_R[\text{dBm}] + \alpha_{\text{SL}}[\text{dB}] + \alpha_s[\text{dB}] = 23\text{dBm} + \alpha_s[\text{dB}]$$

Per calcolare l'attenuazione supplementare nella tratta considerata, dobbiamo necessariamente fissare una probabilità di fuori servizio: supponiamo, per esempio, di voler garantire che il sistema funzioni con le specifiche richieste (cioè con i 52dBp di rapporto S/N in ricezione) per il 99.9% del tempo, il che significa

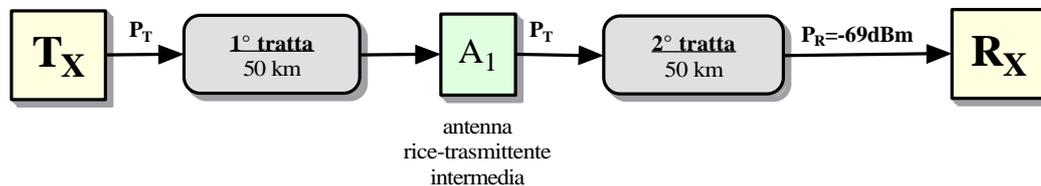
una probabilità di fuori servizio $P_{F.S.} = 0.001$ e quindi una attenuazione supplementare

$$\alpha_s[\text{dB}] = 10 \log_{10} \frac{1}{P_{F.S.}} = 30[\text{dB}]$$

Sostituendo nell'espressione della potenza da trasmettere, otteniamo **$P_T = 53[\text{dBm}]$** , corrispondente a circa 200W.

A questo punto, possiamo confrontare questo risultato con quello precedentemente ottenuto per un sistema di trasmissione assolutamente identico, salvo il fatto di usare un cavo coassiale: si era trovato, in quel caso, che la potenza da trasmettere era 10^{37}W , estremamente più grande di quella ricavata in questo caso. Questo dipende semplicemente dal fatto che *l'attenuazione in un collegamento mediante ponte radio cresce molto meno, con la distanza, di quanto invece non accada in un collegamento mediante cavo coassiale*: infatti, in quel caso avevamo trovato che l'attenuazione complessiva era di ben 450 dB, mentre, nell'esercizio appena svolto, includendo anche l'attenuazione supplementare, siamo scesi ad appena 122dB. Il motivo fondamentale per cui l'attenuazione in un ponte radio cresce molto meno, con la distanza, rispetto ad una trasmissione su cavo è che la propagazione non è dissipativa: l'attenuazione, nei mezzi ad onde irradiate, è presente, oltre che per i cammini multipli, solo a causa del fenomeno della divergenza sferica delle onde.

Nel caso del cavo coassiale, la presenza di una così forte attenuazione aveva reso necessario l'uso di più tratte: per esempio, con 2 sole tratte, si otteneva, per ciascuna tratta, una attenuazione di 225 dB (la metà di 450dB) e si risparmiavano, in totale, 222dB di potenza da trasmettere (c'erano 3dB in più in conseguenza della presenza di due distinti contributi di rumore e non più di uno solo). Anche nel caso di collegamento mediante ponte radio si può pensare di adottare più tratte. In particolare, questo si rende necessario per problemi legati alla visibilità tra antenna trasmittente e antenna ricevente, in quanto è necessario che tra di esse non ci siano ostacoli che impediscano la propagazione in linea retta del segnale. Vediamo allora cosa succede nel nostro esempio se dividiamo il collegamento in 2 tratte: ciò significa che ciascuna tratta è adesso lunga 50km e riceve in ingresso la potenza P_T che ci accingiamo a calcolare.



In presenza di 2 tratte, sappiamo, dalle considerazioni dei paragrafi precedenti, che, per tener conto dell'attenuazione supplementare in ogni tratta, è necessario considerare l'attenuazione equivalente complessiva: questa è indipendente dalla lunghezza della singola tratta, almeno fino a quando questa non rende poco plausibile la statistica di Rayleigh. Nel caso di tratte lunghe 50-100 km, la statistica di Rayleigh è ancora plausibile ed abbiamo visto che, in questa ipotesi, l'attenuazione equivalente complessiva vale

$$\alpha_{ec} \cong \alpha_s + 10 \log_{10} N$$

dove N è il numero di tratte. Nel nostro caso $N=2$, per cui abbiamo un aumento di soli 3dB rispetto alla attenuazione supplementare della singola tratta: quindi, riprendendo le formule ricavate prima, abbiamo che

$$P_T [\text{dBm}] = P_R [\text{dBm}] + \alpha_{SL} [\text{dB}] + \alpha_{eq} [\text{dB}] = -69\text{dBm} + \alpha_{SL} [\text{dB}] + 30\text{dB} + 3\text{dB} = \alpha_{SL} [\text{dB}] - 36\text{dBm}$$

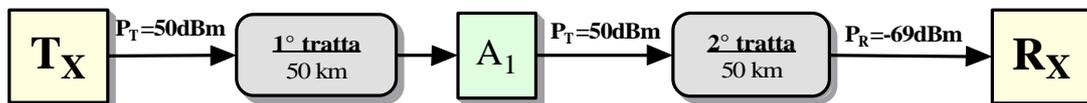
Non abbiamo esplicitato l'attenuazione in spazio libero per il semplice motivo che essa non è più pari ai 92dB calcolati prima, visto che la lunghezza della singola tratta si è dimezzata (da 100 km a 50 km): dato che

$$\alpha_{SL} = \frac{4\pi L^2}{G_T A_{\text{eff},R}}$$

è evidente che l'attenuazione in spazio libero è diventata un quarto di quella calcolata prima, visto che L compare elevata alla 2° potenza. Se, in unità naturali, α_{SL} è diventata un quarto di prima, in termini di dB abbiamo una diminuzione di 6dB, per cui i 92dB del sistema monotratta diventano adesso 86dB: concludiamo che la potenza da trasmettere è

$$P_T [\text{dBm}] = \alpha_{SL} [\text{dB}] - 36\text{dBm} = 86\text{dB} - 36\text{dBm} = 50\text{dBm}$$

Rispetto a prima, dobbiamo dunque trasmettere 3 dB in meno, ossia abbiamo dimezzato la potenza da trasmettere:



Abbiamo dunque ricavato che, *nel caso di collegamento in ponte radio, la necessità di più tratte non nasce dal bisogno di trasmettere potenze più basse, come invece accade nei sistemi a onde guidate, ma dalla necessità di mantenere il trasmettitore ed il ricevitore in condizioni di "vedersi"*.

Complementi sui sistemi di trasmissione in ponte radio

Come già detto in precedenza, *l'attenuazione* nei collegamenti radio cresce con la distanza in modo molto più lento rispetto ai collegamenti con mezzi guidati: si ha, infatti, una decrescita con il quadrato della distanza a fronte della decrescita esponenziale che avviene nei mezzi guidati. Questo comporta che, nel progetto di un sistema di comunicazione in ponte radio, la lunghezza delle singole tratte non abbia vincoli particolarmente rigidi come invece accade, ad esempio, per un sistema in cavo coassiale: *nei ponti radio, anche una piccola variazione*

della potenza irradiata permette di ottenere grossi aumenti della lunghezza delle tratte.

A fronte di questo vantaggio, i collegamenti via radio presentano problemi di saturazione delle gamme di frequenza disponibili, dato che, al fine di mantenere ad un livello sufficientemente basso le interferenze tra collegamenti diversi, è necessario distanziare (in frequenza) opportunamente i vari segnali. Conseguenza di questo fatto è stata la spinta non solo verso un utilizzo sempre migliore dello spettro di radiofrequenze, ma anche verso l'uso di frequenze sempre più elevate.

Le attuali reti di comunicazione a distanza sono essenzialmente realizzate mediante ponti radio a grandi capacità (operanti a frequenze comprese tra 1 e 10 GHz) o mediante cavi coassiali.

Come detto nei paragrafi precedenti, un problema notevole che affligge i **ponti radio terrestri** (che si distinguono dai ponti radio spaziali, che impiegano i satelliti) è legato all'attenuazione supplementare (variabile nel tempo e dovuta essenzialmente ai percorsi multipli di propagazione) che si somma all'attenuazione in spazio libero. Tra le principali conseguenze dell'attenuazione supplementare, oltre ovviamente l'aumento della potenza da trasmettere, c'è sicuramente una limitazione della larghezza di banda, dovuta al fatto che ogni componente armonica subisce una attenuazione diversa e quindi il segnale risulta consistentemente modificato. Ai fini del progetto, se si vuole che le prestazioni del collegamento siano soddisfacenti per una grandissima parte del tempo, interessano principalmente le attenuazioni superate con piccola probabilità.

Dato che l'attenuazione supplementare, e quindi il rumore in sede di ricezione, è esprimibile solo in termini statistici, anche le raccomandazioni internazionali hanno definito in termini statistici i requisiti di qualità dei sistemi in ponte radio.

Il fatto che l'attenuazione aumenti tutto sommato in modo lento con l'aumentare della lunghezza di un collegamento in ponte radio permette di realizzare lunghezze di tratta anche molto diverse tra loro. Tra i problemi principali, invece, nella scelta della lunghezza di una tratta c'è quello della visibilità tra la stazione trasmittente e quella ricevente. In Italia, dove l'esistenza di montagne lungo tutto il territorio rende agevole il reperimento di postazioni elevate, si sono attuati ponti radio con tratte anche superiori ai 100 km di lunghezza. In terreno pianeggiante, invece, è necessario erigere torri, la cui altezza deve essere ad esempio 60 m per garantire con margine adeguato la visibilità su percorsi di 50 km.

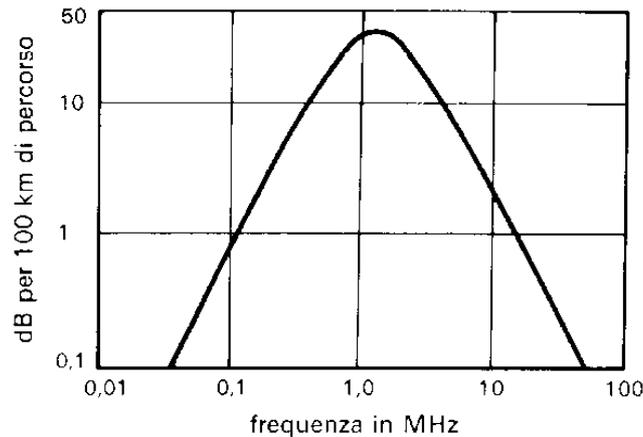
Come si è già detto, più la distanza è grande e più, in generale, sono probabili irregolarità nella propagazione, nonché limitazioni di banda dovute ai percorsi multipli. Anche in relazione a quest'ultimo fatto, i ponti radio a grande capacità usano di preferenza tratte dell'ordine dei **50 km**.

Propagazione alle varie frequenze (sintesi)

Per concludere l'argomento dei ponti radio, diamo una sintesi qualitativa della **propagazione alle varie frequenze**.

Le frequenze inferiori a 30 MHz sono riflesse dalla *ionosfera* e, proprio in virtù di questo fenomeno, possono propagarsi a grande distanza (fino a qualche migliaio di chilometri). Nella figura seguente è riportato un esempio tipico di attenuazione supplementare dovuta alle perdite nella ionosfera, calcolata a

mezzogiorno, da tenere in conto per ogni 100 Km di effettivo percorso dell'onda elettromagnetica:



Di notte l'attenuazione è molto minore.

Anche in questo caso, a questo tipo di attenuazione può aggiungersi quella dovuta alla presenza di percorsi multipli nella ionosfera.

Alle basse frequenze risulta inoltre utile la propagazione per *onda di superficie*, ottenuta con antenna con un estremo a terra.

Alle frequenze superiori a circa 30 MHz, la propagazione utilizzata è principalmente quella tra *punti in visibilità* (con le microonde è l'unica utilizzata).

Alle frequenze superiori a circa 10 GHz intervengono fenomeni di *assorbimento atmosferico* dovuto ai gas dell'atmosfera e soprattutto alla pioggia. Per tale motivo, queste frequenze hanno qualche difficoltà per la loro applicazione nelle comunicazioni, anche se il loro uso sta diventando sempre più esteso a causa della saturazione delle gamme di frequenze più basse.

Sistema di trasmissione via satellite

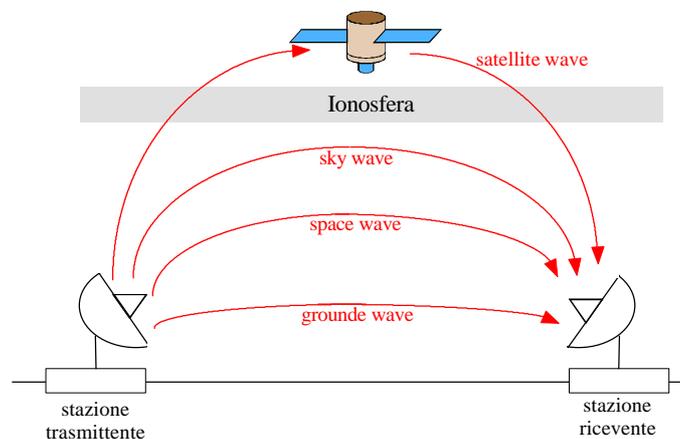
Introduzione

Nei capitoli precedenti ci siamo spesso riferiti, al fine di ottenere la massima semplicità nell'impostazione dei problemi di trasmissione, ad un mezzo trasmissivo ideale, caratterizzato cioè dall'aver una attenuazione ed un ritardo costanti con la frequenza almeno nella banda interessata dal segnale, ed in cui l'unico disturbo presente fosse il rumore termico ed elettronico, con densità spettrale pure costante con la frequenza (rumore bianco). *Il sistema di trasmissione che più si avvicina a queste caratteristiche è quello che si ottiene trasmettendo onde elettromagnetiche tra spazio e terra (o viceversa) con frequenze comprese all'incirca tra 1 e 10 GHz (o anche più, data la saturazione delle gamme di frequenza più basse).* In questo caso, infatti, valgono due considerazioni fondamentali:

- in primo luogo, la propagazione tra antenna trasmittente ed antenna ricevente è assimilabile a quella che si avrebbe nello spazio libero;
- in secondo luogo, tutti i disturbi che non siano di origine termica ed elettronica possono essere ridotti ad entità trascurabili in molte applicazioni; in particolare, i disturbi additivi provocati da altri sistemi elettrici ed elettronici (sia per comunicazioni sia per altre applicazioni) vengono evitati scegliendo accuratamente le postazioni delle stazioni terrestri e usando delle antenne che, puntate alte sull'orizzonte, abbiano piccolissima captazione spuria laterale o posteriore.

Queste considerazioni avvicinano evidentemente il sistema all'idea di un mezzo trasmissivo ideale. A questo, si aggiunga anche il fatto per cui *la trasmissione dei segnali viene fatta in modo da tagliare la stratificazione dell'atmosfera in direzione quasi perpendicolare*: questo evita che si creino i cammini multipli visti a proposito dei ponti radio terrestri.

Uno schema sintetizzato di apparato per la **trasmissione-ricezione via satellite** è quello indicato nella figura seguente:



Ci sono varie problematiche da affrontare nel dimensionamento di un sistema via satellite. Le affrontiamo nei successivi paragrafi.

Rumore d'antenna

Abbiamo prima detto che, in un sistema di comunicazione via satellite, tutti i *disturbi* che non siano di origine termica ed elettronica possono essere ridotti quasi sempre ad entità trascurabili. Oltre a questo, risulta abbastanza facile ridurre anche le *distorsioni*, intese sia come *distorsioni armoniche* dell'amplificatore finale di trasmissione (quello che cioè pilota l'antenna trasmittente) sia come *distorsioni spettrali* dovute alle sole apparecchiature utilizzate (essendo il mezzo trasmissivo praticamente ideale).

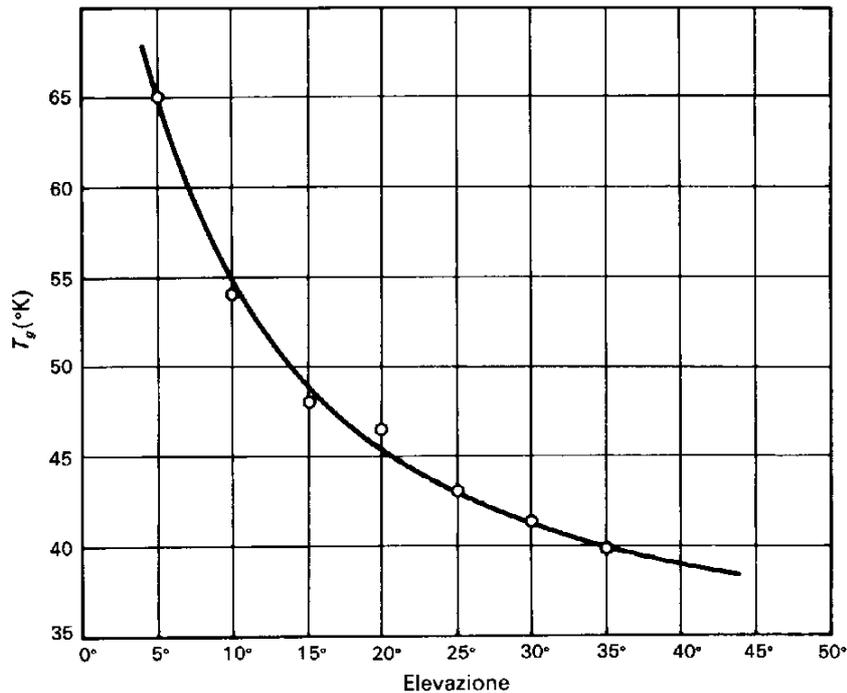
Restano, dunque, solo due contributi di rumore, che sono il rumore termico ed elettronico del ricevitore ed il cosiddetto **rumore d'antenna** (con riferimento sia alle antenne riceventi sia a quelle trasmittenti): questo, a sua volta, include due contributi, che sono il *rumore captato dall'antenna* ed il *rumore generato termicamente* nei parametri dissipativi dell'antenna stessa. In realtà, però, quest'ultimo contributo è generalmente trascurabile in una antenna ben progettata a queste frequenze, per cui il rumore d'antenna è praticamente tutto rumore captato.

Il **rumore captato** dall'antenna risente anch'esso di due contributi principali: il **rumore cosmico**, dovuto alla radiazione celeste, ed il **rumore atmosferico**, emesso dalle molecole dissipative dell'atmosfera. Il rumore atmosferico è tanto più piccolo quanto più l'antenna è puntata sull'orizzonte, dato che in queste condizioni è più sottile lo strato atmosferico visto dall'antenna stessa.

In definitiva, quindi, la somma dei predetti disturbi risulta minima nell'intervallo di frequenze considerato e corrisponde ad una temperatura equivalente di rumore di appena **10°K** se l'antenna è puntata con notevole angolo di elevazione. E' bene, d'altra parte, precisare che un valore così basso della temperatura equivalente di rumore vale nell'ipotesi che sia trascurabile il **rumore di radiazione terrestre** ricevuto dai lobi di captazione spuri (lateralmente e posteriori) dell'antenna. Il rumore di radiazione terrestre è infatti notevole e può anche diventare dominante quando l'antenna vede la terra o gli oggetti terrestri entro il lobo principale, ossia quando essa è adoperata per radiocollegamenti terrestri.

Per i collegamenti mediante satelliti, una antenna ben progettata consente di ottenere, se l'angolo di elevazione sull'orizzonte è maggiore di 5°, una temperatura di rumore non superiore a **65°K**, come evidenziato nel diagramma seguente, dove è riportata la temperatura equivalente di rumore di una antenna reale ⁽¹⁵⁾, misurata a 4 GHz, in funzione dell'angolo di elevazione:

¹⁵ Si tratta della antenna C della stazione della Telespazio al Fucino.



In queste condizioni, risulta molto efficace l'uso di un amplificatore in ricezione con basso rumore, il quale può avere una temperatura di rumore intorno ai **15°K**. Un amplificatore che risponde a queste caratteristiche è per esempio un *amplificatore parametrico raffreddato*: si tratta di un dispositivo piuttosto complicato e quindi costoso, ma è bene osservare, come aspetto generale dei sistemi mediante satellite, che l'elevato costo della potenza trasmessa dal satellite rende spesso economica l'adozione di circuiti raffinati e costosi nelle stazioni di terra ⁽¹⁶⁾.

Bisogna anche osservare che le predette limitazioni per la potenza che si può trasmettere dal satellite spingono, nella pratica, a sovradimensionare la tratta terra→satellite (*tratta di salita*), in modo da permettere alla tratta satellite→terra (*tratta di discesa*) di contribuire al limite tutto il rumore tollerabile dal sistema. *Da questo punto di vista, cioè quello dei disturbi di trasmissione, un collegamento mediante satellite è tendenzialmente assimilabile ad un collegamento con una sola tratta.*

Dimensionamento e numero di "tratte"

In base a quanto osservato nei precedenti paragrafi, il problema del dimensionamento di un collegamento via satellite si presenta nel modo seguente:

- un sistema di comunicazione via satellite tra due stazioni terrestri è assimilabile ad un ponte radio a due tratte, in cui ciascuna tratta sia affetta solo da attenuazione in spazio libero e non presenti alcuna attenuazione supplementare legata ai cammini multipli;

¹⁶ La potenza da trasmettere da un satellite è un parametro determinante per la massa del satellite stesso e quindi anche per il costo della messa in orbita.

- per dimensionare le due tratte, se ci affidassimo alle stesse considerazioni fatte in precedenza per i ponti radio, sarebbe opportuno dimensionare allo stesso modo le due tratte; in realtà, invece, ci sono alcune notevoli differenze tra le due tratte:
 - in primo luogo, la potenza da trasmettere dalla stazione a terra verso il satellite è decisamente più economica di quella che il satellite deve trasmettere verso l'altra stazione terrestre;
 - in secondo luogo, il rumore captato dall'antenna ricevente sul satellite è abbastanza alto, in quanto tale antenna vede una temperatura equivalente di rumore dell'antenna a terra abbastanza alta (circa 300°K); al contrario, il rumore captato dall'antenna ricevente a terra è molto più basso, in quanto tale antenna vede una temperatura equivalente di rumore dell'antenna trasmittente sul satellite molto bassa.

In definitiva, *c'è una notevole diversità tra il rumore captato dal ricevitore a terra ed il rumore captato dal ricevitore sul satellite e c'è inoltre una notevole diversità di costo tra la potenza da inviare da terra e quella da inviare dal satellite.*

Queste considerazioni fanno sì che le due tratte non possano essere dimensionate allo stesso modo ⁽¹⁷⁾.

La conseguenza principale di ciò è che non si può più considerare il rapporto rumore-segnale totale $\left. \frac{N}{S} \right|_{\text{TOT}}$ (cioè all'ingresso della stazione ricevente terrestre) come somma di due termini uguali, uno relativo al collegamento terra-satellite e uno relativo al collegamento satellite-terra:

$$\left. \frac{N}{S} \right|_{\text{TOT}} = \left. \frac{N}{S} \right|_{\text{TERRA} \rightarrow \text{SAT}} + \left. \frac{N}{S} \right|_{\text{SAT} \rightarrow \text{TERRA}} \neq 2 \left. \frac{N}{S} \right|_{\text{TERRA} \rightarrow \text{SAT}} \neq 2 \left. \frac{N}{S} \right|_{\text{SAT} \rightarrow \text{TERRA}}$$

Ha invece senso considerare il secondo di tali contributi come dominante sull'altro: *bisogna cioè fare in modo che la rumorosità relativa introdotta dalla tratta di salita (terra@satellite) sia trascurabile rispetto a quella introdotta dalla tratta di discesa (satellite@terra):*

$$\boxed{\left. \frac{N}{S} \right|_{\text{TOT}} \approx \left. \frac{N}{S} \right|_{\text{SAT} \rightarrow \text{TERRA}}}$$

Dato che il costo dell'apparecchiatura ricevente è fortemente influenzato dal guadagno dell'antenna ricevente, l'apparato terminale ricevente risulterà tanto meno costoso quanto più alta è la parte di rumorosità che si riesce ad allocare nella tratta di discesa. Ecco perché la tratta in salita viene normalmente sovradimensionata, trasmettendo una quantità di potenza tale che il segnale a

¹⁷ E' opportuno osservare che, in base alle considerazioni sulla temperatura di rumore, la tratta che sembrerebbe più sfavorita, dal punto di vista del rumore, è la prima (terra→satellite); in realtà, come si dirà in seguito, non è così in quanto la potenza trasmessa verso il satellite viene dimensionata in modo da rendere praticamente ininfluenza il contributo del rumore.

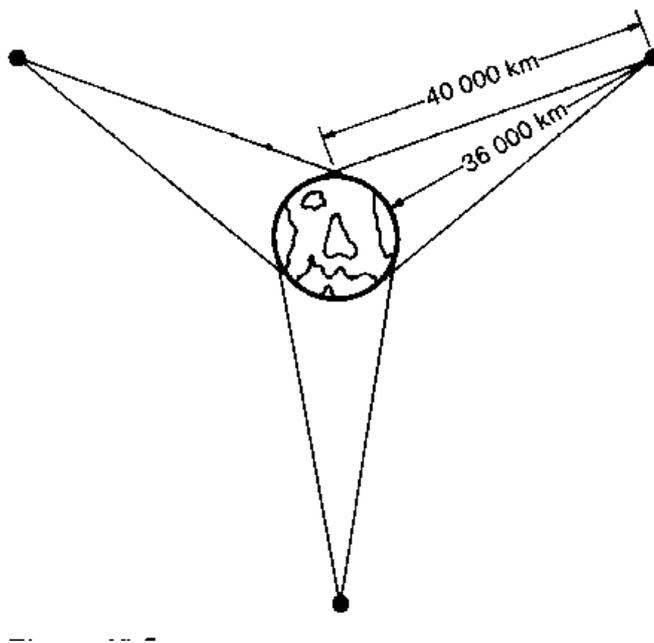
disposizione sul satellite sia praticamente uguale a quello a disposizione dell'antenna trasmittente.

Satelliti geostazionari

In questo paragrafo ci occupiamo specificamente di un collegamento realizzato mediante un *satellite geostazionario*: un **satellite geostazionario** è posto su un'orbita equatoriale a circa 36000 km di altezza (pari approssimativamente a 6 volte il raggio della Terra); esso ha un periodo di rivoluzione intorno alla Terra di 24 ore e appare perciò come fisso all'osservatore terrestre.

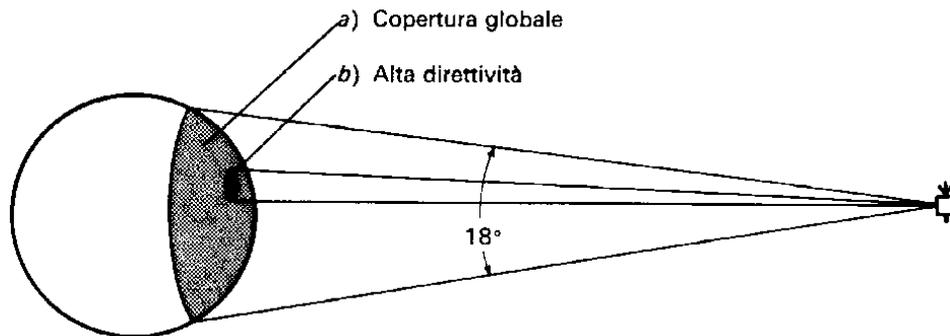
I satelliti geostazionari hanno due importanti vantaggi:

- in primo luogo, consentono l'uso di antenne con puntamento praticamente fisso, sia a bordo che a terra, proprio perché la loro posizione e orientazione rispetto alle stazioni riceventi rimane praticamente invariata nel tempo ⁽¹⁸⁾;
- in secondo luogo, basta un numero esiguo di satelliti (nella fattispecie, 3) per coprire l'intera superficie terrestre, escluse le calotte polari, come indicato nella figura seguente:



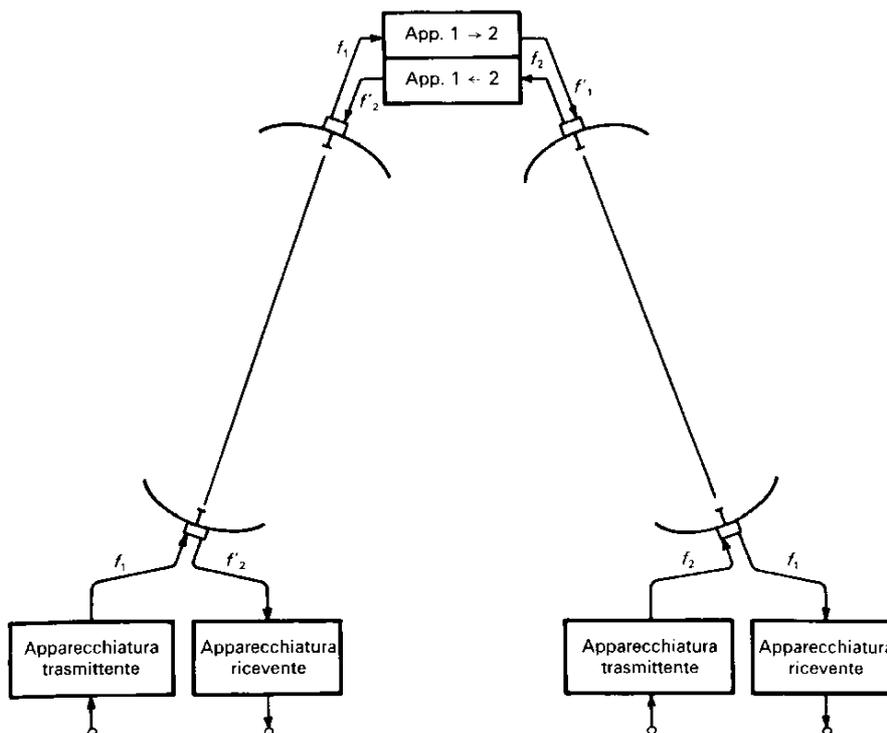
Le antenne montate sui satelliti possono essere essenzialmente di due tipi: ci sono quelle a **copertura globale**, ossia aventi apertura del fascio tale da coprire l'intera superficie terrestre vista dal satellite, e quelle a **copertura ristretta**, aventi cioè direttività maggiore. La figura seguente chiarisce il concetto:

¹⁸ Ci sono delle piccole variazioni rispetto al teorico *punto di stazionamento*, ma ci sono degli appositi sistemi automatici che provvedono a riportare il satellite nella posizione e nella orientazione giuste non appena si verificano tali variazioni.



Collegamento punto a punto mediante satellite

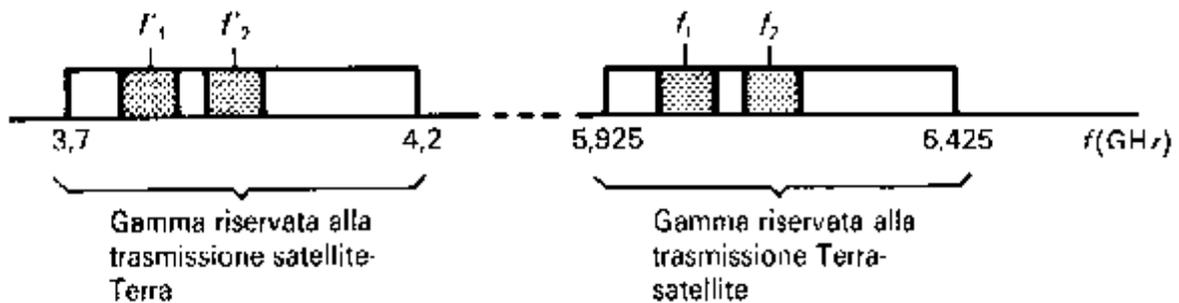
Nello studio dei sistemi mediante satellite ci interessiamo in particolare ad un caso semplice: supponiamo che le due stazioni di terra vengano collegate tra loro usando, nel satellite, delle apparecchiature specificamente destinate a quel collegamento, con apparecchiature separate per l'uno e per l'altro senso di trasmissione, come indicato nella figura seguente.



Le comunicazioni via satellite impiegano delle antenne di ricetrasmittenti che lavorano con frequenze nel campo delle **microonde**.

Una prima importante caratteristica da sottolineare è la seguente: una stazione situata a terra trasmette il segnale al satellite su una certa frequenza; il satellite, una volta ricevuto tale segnale, lo trasla su un'altra frequenza e lo ritrasmette verso altre stazioni situate sempre a terra. In questo senso, il satellite funziona da **relay**.

Nella figura seguente sono indicate le due gamme di frequenza, al di sotto di 10 GHz, che le raccomandazione internazionali hanno riservato ai collegamenti commerciali via satellite ⁽¹⁹⁾:



Queste due gamme di frequenza sono larghe ciascuna 500 MHz. Il motivo per cui vengono usate frequenze diverse per le trasmissioni da e verso il satellite sta nella necessità di evitare le *interferenze reciproche* tra i segnali: infatti, almeno allo stato attuale della tecnica, non è possibile usare le stesse frequenze in entrata ed in uscita dall'apparecchiatura di bordo, ossia usare, appunto come apparecchiatura di bordo, un amplificatore, in quanto l'inevitabile accoppiamento tra l'antenna trasmittente e l'antenna ricevente darebbe luogo ad un *rientro* che provocherebbe forti distorsioni.

Detto questo, occupiamoci rapidamente del dimensionamento di un sistema di comunicazione via satellite tra due stazioni terrestri. A questo proposito, basta ricordare quanto detto nei paragrafi precedenti a proposito del fatto che l'unica tratta da dimensionare è quella di discesa, relativa cioè alla trasmissione dal satellite alla stazione di terra.

La formula da utilizzare, per quanto riguarda la potenza in ricezione, è la stessa usata per i ponti radio, ossia

$$P_R = P_T \frac{G_T A_{eff}}{4\pi d^2}$$

dove P_T è la potenza trasmessa dal satellite, G_T il guadagno direttivo dell'antenna trasmittente del satellite, A_{eff} l'area equivalente dell'antenna e d la distanza tra satellite e stazione terrestre (in questo caso pari a 36000 km).

La potenza in ricezione P_R è quella che va confrontata con la potenza di rumore nella banda di segnale (valutabile con la classica formula $h_n B$) in modo da valutare il rapporto S/N in ricezione:

$$\left. \frac{S}{N} \right|_{TOT} \cong \left. \frac{S}{N} \right|_{SAT \rightarrow TERRA} = \frac{P_R}{h_n B} = \frac{P_T \frac{G_T A_{eff}}{4\pi d^2}}{h_n B}$$

Fissato il rapporto S/N tollerabile in uscita, a parità di G_T , A_{eff} e h_n (cioè a parità di mezzo trasmissivo e di rumore), la potenza da trasmettere P_T dipende

¹⁹ Le due gamme citate coincidono con analoghe gamme usate nei ponti radio terrestri: ciò significa che si hanno ulteriori problemi di interferenza, sui quali comunque non ci tratteniamo, supponendo che tali problemi vengano aggirati usando antenne con piccoli lobi laterali e posteriori e postazioni per le stazioni terrestri opportunamente scelte.

evidentemente dalla banda B del segnale da trasmettere. Se tale banda è fissata (²⁰), occorre dunque studiare una ottimizzazione economica del sistema per stabilire i valori di P_T , G_T , A_{eff} e h_n che garantiscono il desiderato rapporto S/N in uscita.

Il prodotto $P_T G_T$ è un parametro caratteristico del satellite: esso prende il nome di **potenza equivalente di un radiatore isotropo** e viene espresso generalmente in unità logaritmiche (ad esempio in dBW).

Il termine A_{eff}/h_n dipende invece dalla stazione di terra: ricordando che l'area efficace di una antenna è legata al guadagno dell'antenna stessa ed alla lunghezza d'onda della radiazione incidente mediante la relazione $A_{\text{eff}} = G_R \frac{\lambda^2}{4\pi}$, il termine in questione diventa

$$\frac{A_{\text{eff}}}{h_n} = \frac{G_R}{h_n} \frac{\lambda^2}{4\pi}$$

Il rapporto S/N diventa dunque

$$\frac{S}{N}_{\text{TOT}} = \frac{P_T \frac{G_T}{4\pi d^2} \frac{G_R}{h_n} \frac{\lambda^2}{4\pi}}{B} = P_T \frac{G_T G_R}{B h_n} \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2$$

Abbiamo già detto che, nella pratica, il termine h_n (densità spettrale di potenza di rumore) viene reso piccolo usando un amplificatore parametrico raffreddato.

Per quanto riguarda, invece, gli altri parametri (la distanza d è l'unica nota), si procede generalmente prima al dimensionamento di G_R (guadagno direttivo dell'antenna ricevente a terra): fissato G_R , si ricava A_{eff} e quindi, utilizzando l'*efficienza di apertura* (definita come il rapporto tra l'area efficace e l'area geometrica), si ottiene l'area geometrica dell'antenna di terra.

A questo punto, risulta fissato il valore del termine $P_T G_T$, per cui si tratta di scegliere i valori di P_T e G_T il cui prodotto dia il valore richiesto.

Il valore di G_T quantifica la direttività dell'antenna trasmittente sul satellite: questa è limitata sia dalle dimensioni che si possono dare all'antenna stessa sia dalla precisione con cui si può effettuare il *puntamento*:

- per quanto riguarda le dimensioni dell'antenna, occorre tener presente lo spazio disponibile entro il *lanciatore*;
- per quanto riguarda, invece, la **precisione di puntamento**, essa è direttamente legata alla precisione con cui viene mantenuto l'assetto del satellite in orbita: a questo proposito, va notato che, mentre l'antenna di terra può facilmente essere mantenuta automaticamente puntata nella direzione di provenienza del segnale, per quella di bordo la cosa è decisamente più scomoda; allora, nei satelliti finora in servizio, ci si è limitati a stabilizzare l'assetto del satellite e della sua antenna con riferimento a sensori terrestri e solari. Una soluzione relativamente semplice sarebbe quella di usare una sola antenna di bordo, con copertura globale: in questo caso, infatti, non si avrebbero problemi legati alle dimensioni d'antenna ed alla precisione di

²⁰ Per esempio, nella trasmissione telefonica B dipende dal numero di canali telefonici che si intende trasmettere, mentre nella trasmissione televisiva dipende dal livello di dettaglio che si vuole ottenere per le immagini in ricezione.

puntamento e, allo stesso tempo, il sistema sarebbe pronto ad operare con qualsiasi stazione di terra che veda il satellite.

Se si sceglie di usare una antenna a copertura globale, il valore di G_T è praticamente fisso (pari circa a 19dB), per cui risulta anche fissato il valore della potenza da trasmettere P_T . A questo punto, questo valore teorico minimo va opportunamente incrementato per tenere conto dei seguenti fattori:

- in primo luogo, il guadagno G_R dell'antenna ricevente utilizzato nell'espressione di P_R è relativo ad una antenna che si trovi al centro del cono d'azione del satellite; ciò significa che le antenne poste ai bordi di tale cono d'azione risultano ricevere meno potenza; si è stimato che questo comporta che la potenza ricevuta da tali stazioni “svantaggiate” sia metà di quella ricevuta al centro, ossia sia minore di 3dB; di conseguenza, la potenza P_T prima ricavata va incrementata di tali **3dB**;
- in secondo luogo, bisogna tenere in conto le perdite nelle connessioni tra il trasmettitore e l'antenna;
- in terzo luogo, ci sono le imperfezioni nelle prestazioni del demodulatore a terra ed eventuali variazioni di potenza;
- infine, serve comunque un opportuno margine rispetto al valore limite previsto per il rumore in ricezione.

Per ottemperare a queste specifiche, si è trovato che è sufficiente un incremento di **7dB** rispetto alla potenza relativa al centro del cono d'azione, cioè un margine di soli 4dB rispetto al valore teorico ai bordi del cono .

Complementi sulla trasmissione via satellite

Il segnale che il satellite ritrasmette verso terra può essere ricevuto da ogni stazione che si trovi all'interno del cosiddetto **cono d'azione** del satellite e che, ovviamente, sia sintonizzata sulla frequenza usata. Il segnale trasmesso può contenere voci, immagini, dati o segnali TV.

Gli apparecchi che, sui satelliti, effettuano la ricezione e la trasmissione dei segnali sono chiamati **transponder**; questi apparecchi operano solitamente in tre diverse gamme di frequenza: la maggior parte degli attuali transponder opera nell'intervallo tra 4 e 6 GHz, ma ci sono anche transponder che lavorano nell'intervallo [12,14]GHz e nell'intervallo [21,30]GHz (la cosiddetta **banda KA**).

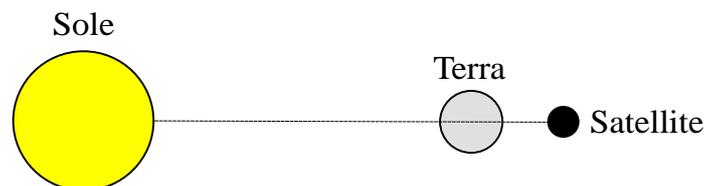
Per avere una idea della capacità trasmissiva dei satelliti attuali, si consideri quanto segue: un tipico satellite commerciale è dotato di circa 10 transponder e ciascuno di essi ha una capacità di 48 Mbps; in tal modo, il satellite ha una capacità complessiva di 480 Gbps. In termini ancora più concreti, il satellite *Intelsat VI*, lanciato nel lontano 1988, è in grado di supportare, contemporaneamente, 4 canali TV e più di 40.000 canali telefonici.

Oltre alla banda trasmissiva molto ampia, il satellite presenta anche altre caratteristiche vantaggiose:

- garantisce un'ampia copertura geografica, dato che può servire regioni estese quanto gli Stati Uniti;
- permette di raggiungere luoghi isolati o comunque difficilmente raggiungibili con altri mezzi;
- il costo della comunicazione via satellite è indipendente dalla distanza tra le stazioni terrestri.

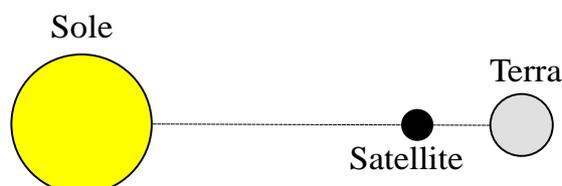
Il satellite presenta, d'altra parte, anche degli svantaggi:

- in primo luogo, proprio il fatto di avere una copertura geografica molto ampia comporta che tutte le stazioni di terra, situate nell'area coperta dal satellite, possano ricevere i segnali trasmessi, con conseguente grave rischio di intercettazione di informazioni riservate; questo è il motivo per cui, anche e soprattutto nella trasmissione via satellite, si ricorre alla crittografia delle informazioni;
- inoltre, un problema rilevante è costituito dalle cosiddette **eclissi del satellite**, che si verificano quando la Terra viene a trovarsi sulla congiungente il satellite con il sole, in autunno e in primavera (ciò succede per un periodo di pochi minuti ogni 25 giorni):



Il problema, in questo caso, è che l'energia delle batterie solari del satellite diminuisce, a causa della interrotta alimentazione da parte dei raggi solari; questo può causare una perdita di potenza nei componenti elettronici del satellite, il che comporta un deterioramento della qualità del segnale;

- un altro tipo di eclissi, sempre relativamente al satellite, è la cosiddetta **eclisse di sole**, che si verifica quando il satellite si trova sulla congiungente tra la terra ed il sole:

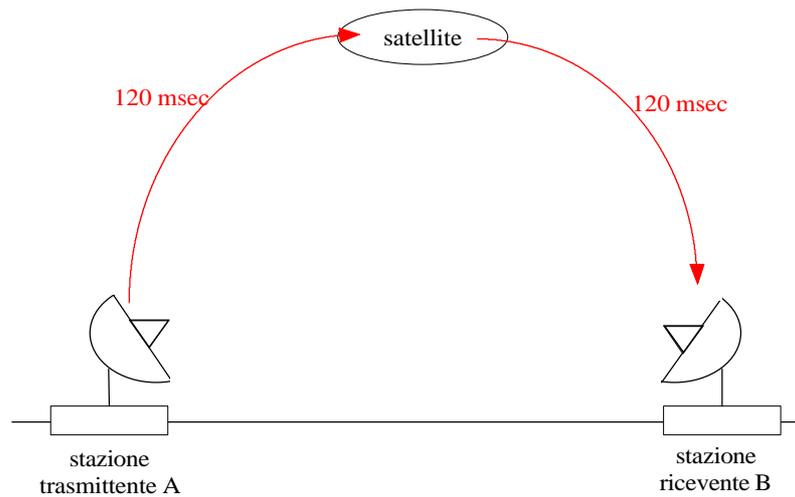


In questo caso, si possono avere dei disturbi o dei rumori termici sul segnale ricevuto dal satellite;

- ci sono poi problemi legati alle *interferenze sul segnale in viaggio per e da il satellite*: tali interferenze possono essere dovute sia ad altre trasmissioni via radio sia semplicemente all'azione dell'atmosfera terrestre, la

quale, se soggetta a violenti temporali, può in effetti disturbare il segnale; in particolare, si verifica che le perturbazioni atmosferiche hanno ripercussioni tanto maggiori quanto maggiore è la gamma di frequenze utilizzata dal satellite: questo fa sì che si tratti di un problema rilevante soprattutto per quei satelliti (lanciati recentemente) che trasmettono sulla cosiddetta **banda KA**, cioè nell'intervallo [21,30]GHz. Si tratta di un inconveniente particolarmente deprecabile, dato che la banda KA, che ormai può essere tranquillamente utilizzata con le nuove tecnologie, ha diversi vantaggi: intanto, essa offre una banda di frequenze utili davvero molto ampia; in secondo luogo, essa non interferisce con nessun altro canale informativo (cosa che invece è possibile alle frequenze tra 4 GHz e 6 GHz); infine, essa necessita di antenne rice-trasmettenti di diametro più piccolo rispetto alle altre;

- un altro limite è nel fatto che è *comunque limitato lo spazio disponibile per i satelliti sull' **orbita geostazionaria*** (cioè un'orbita circolare, sul piano equatoriale, a circa 36000 Km dalla Terra): quest'orbita è ora abbastanza affollata di satelliti, soprattutto sull'America e sull'Europa, e questo ostacola il lancio e l'utilizzo di altri satelliti. Per ovviare al problema, si sta pensando di ridurre le distanze minime tra satelliti vicini (distanze che si misurano in gradi): si vorrebbe portare a 2° la distanza per i satelliti che operano nelle bande [4,6]GHz e [12,14]GHz, mentre si vorrebbe arrivare addirittura ad 1° per i satelliti che operano nella banda KA;
- un'altra cosa importante da osservare è la seguente: *i satelliti, essendo su un'orbita equatoriale, possono servire stazioni terrestri solo fino ad una determinata latitudine*. A questo fatto è legato il **tasso di errore** nella trasmissione via satellite: infatti, come già visto in precedenza, minore è l'angolo di inclinazione dell'antenna usata per puntare il satellite, maggiore è lo strato di atmosfera che il segnale deve attraversare e quindi maggiore è la probabilità di errore per la trasmissione dati.
Nel campo della trasmissione via satellite, l'errore di trasmissione ha degli effetti particolarmente deleteri, dati i lunghi tempi di propagazione del segnale: questo impone l'utilizzo, quando si usa il satellite per trasmettere dati, di sofisticate tecniche di codifica che permettano la ricostruzione esatta dei segnali senza necessità di ritrasmissione (si tratta di tecniche cosiddette di "forward error correction");
- infine, l'ultimo problema legato alla trasmissione via satellite (rilevante specialmente nella trasmissione dati) è legato al **tempo di propagazione del segnale**: si è stimato che *un messaggio scambiato tra due stazioni terrestri A e B, attraverso il satellite, impiega 120 msec per andare da A al satellite ed altrettanti per andare dal satellite a B, per un totale di 240 msec*:



Anzi, questa stima vale solo se entrambe le stazioni sono all'equatore e "sotto" il satellite; se entrambe queste condizioni non sono verificate, il tempo impiegato può anche superare i 270msec totali

Autore: **SANDRO PETRIZZELLI**
e-mail: sandry@iol.it
sito personale: <http://users.iol.it/sandry>