

Appunti di Elettronica

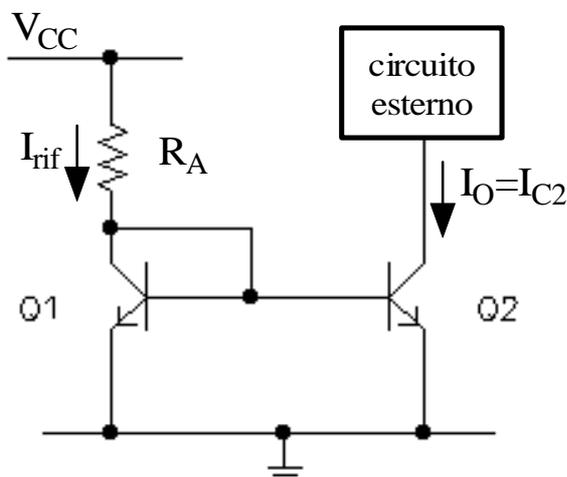
Capitolo 8 – parte III

Specchi Widlar, Wilson e cascode

<i>Specchio di Widlar</i>	2
Relazione tra corrente di riferimento e corrente di uscita.....	3
Resistenza di uscita.....	5
Stabilità termica.....	7
Stabilità rispetto alla V_{CC}	8
<i>Cancellazione della corrente di base</i>	10
<i>Specchio di Wilson</i>	14
<i>Specchio cascode</i>	17
Specchio cascode a MOSFET.....	18
<i>Confronto numerico tra lo specchio di Wilson e lo specchio cascode</i>	19
<i>Specchio pnp (BJT) o a canale p (FET)</i>	23

Specchio di Widlar

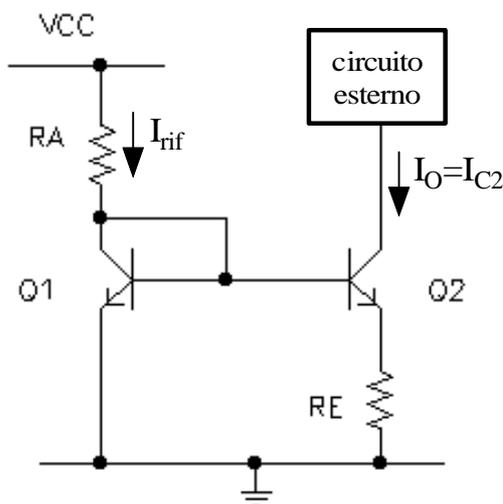
Riprendiamo lo specchio di corrente a BJT esaminato in precedenza:



L'esempio numerico fatto in precedenza su questo circuito ha mostrato che, avendo una tensione di alimentazione V_{CC} dell'ordine di 10V, se si vuole ottenere un valore basso (dell'ordine dei μA) della corrente I_O in uscita dallo specchio, è necessario utilizzare una resistenza R_A estremamente alta: abbiamo infatti trovato, usando valori tipici di β , che, per ottenere una corrente di uscita di $10\mu\text{A}$, è necessaria una resistenza R_A di quasi $1\text{M}\Omega$.

Questa particolarità costituisce un grosso limite per l'impiego di questo tipo di specchio nei circuiti integrati: in questi circuiti, infatti, il valore massimo della resistenza che è possibile realizzare è di circa $50\text{k}\Omega$ e questo è un valore estremamente più basso di $1\text{M}\Omega$ trovato nell'esempio; allo stesso tempo, è importante poter lavorare con basse correnti di collettore, principalmente perché l'effetto Early nel BJT è tanto minore quanto minore è la corrente, per cui chiediamo se è possibile modificare la topologia dello specchio al fine di ottenere basse correnti pur usando resistenze non troppo elevate.

Effettivamente, è possibile risolvere il problema adottando la seguente configurazione circuitale:



Questo specchio, che prende il nome di **specchio di Widlar**, presenta come differenza, rispetto allo specchio classico visto prima, la presenza della resistenza R_E in serie all'emettitore del transistor Q_2 (cioè la cosiddetta **degenerazione di emettitore**). Questa resistenza comporta, come conseguenza più evidente, che i due BJT non lavorino più con lo stesso valore della V_{BE} : applicando la LKT, possiamo infatti scrivere che

$$V_{BE1} - R_E I_{E2} - V_{BE2} = 0$$

Ricordando poi che la corrente di emettitore è la somma della corrente di collettore e della corrente di base, quella relazione diventa

$$V_{BE1} - V_{BE2} = R_E (I_{C2} + I_{B2}) = R_E (I_O + I_{B2})$$

Sappiamo, però, di poter trascurare la corrente di base, come termine additivo, rispetto alla corrente di collettore (specialmente per BJT con un elevato β), per cui concludiamo che

$$V_{BE1} - V_{BE2} \cong R_E I_O$$

Il fatto che i due BJT lavorino con diverse V_{BE} comporta chiaramente che le rispettive correnti di collettore siano adesso diverse: dato che la R_E riduce la V_{BE2} rispetto alla V_{BE1} , è evidente che I_O sia minore rispetto a I_{rif} , il che significa che l'impiego di questo circuito come "duplicatore" della corrente I_{rif} non sia assolutamente buono come quello dello specchio precedente.

Al contrario, come sarà evidenziato tra poco da un esempio numerico, questo nuovo specchio consente di generare bassi valori di I_O mediante bassi valori delle resistenze R_E ed R_A .

Relazione tra corrente di riferimento e corrente di uscita

Vediamo, per lo specchio di Widlar, quale relazione sussiste tra la corrente di riferimento I_{rif} e la corrente di uscita I_O .

Per fare questo, determiniamo l'espressione del *guadagno di corrente* dello specchio, che ricordiamo essere definito come

$$M = I_O / I_{rif}$$

Sia I_O sia I_{rif} sono correnti di collettore, una per Q_2 e l'altra per Q_1 , per cui possiamo applicare la classica relazione $I_C = I_S e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}$ per scrivere che

$$\frac{I_O}{I_{rif}} = \frac{I_S e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}}}{I_S e^{\frac{V_{BE1}}{V_T}}} = e^{\frac{(V_{BE2} - V_{BE1})}{V_T}} \xrightarrow{\text{dato che } V_{BE1} - V_{BE2} = R_E I_O} \frac{I_O}{I_{rif}} = e^{-\frac{R_E I_O}{V_T}}$$

da cui ricaviamo che

$$\boxed{I_{rif} = I_O e^{\frac{R_E I_O}{V_T}}}$$

Questa è una equazione trascendente che ovviamente non è possibile risolvere per via analitica. L'utilità di questa relazione è tutta ai fini del dimensionamento del circuito.

Per vedere come si effettua il dimensionamento dello specchio di Widlar, facciamo riferimento allo stesso esempio numerico fatto con lo specchio semplice: vogliamo cioè ottenere un valore $I_O=10(\mu A)$ della corrente di uscita dallo specchio, avendo a disposizione una alimentazione $V_{CC}=10V$ e sapendo che i due BJT (uguali tra loro) hanno un guadagno $\beta=100$ ed anche che $I_S = 7 * 10^{-16} (A)$.

Il fatto di dover dimensionare due resistenze anziché una sola ci dà un grado di libertà in più nella risoluzione, visto che i valori di tali due resistenze sono indipendenti tra di loro. Possiamo utilizzare questo grado di libertà in modi diversi: per esempio, possiamo spenderlo per imporre che la resistenza R_E valga $10k\Omega$, ossia un valore senz'altro realizzabile in un circuito integrato; noto questo valore di R_E , possiamo calcolare quanto deve valere la corrente nel ramo di riferimento: usando

infatti la relazione $I_{rif} = I_O e^{\frac{R_E I_O}{V_T}}$, si trova che $I_{rif}=468(\mu A)$. Noto il valore della corrente di riferimento, possiamo dimensionare il valore della resistenza R_A : infatti, usando ancora una volta la relazione

$$R_A = \frac{V_{CC} - V_{BE1}}{I_{rif}}$$

e prendendo per V_{BE1} il solito valore $0.7V$, otteniamo $R_A \cong 20(k\Omega)$. Questo valore è evidentemente molto più piccolo dei $942 k\Omega$ trovati in assenza della R_E , il che conferma quanto detto prima, ossia che *la presenza della R_E consente di ottenere bassissimi valori di corrente impiegando resistenze di piccolo valore.*

Potevamo procedere anche in altro modo nel dimensionamento, nel senso che potevamo anche impiegare diversamente il grado di libertà in più a nostra disposizione: ad esempio, anziché fissare il valore di R_E , potevamo fissare il valore della corrente di riferimento. Vediamo allora come cambiano le cose.

Supponiamo, ad esempio, di fissare per la corrente di riferimento il valore $I_{rif}=1mA$: in corrispondenza di questo valore, otteniamo una resistenza R_A pari a

$$R_A = \frac{V_{CC} - V_{BE1}}{I_{rif}} = \frac{10 - 0.7}{10^{-3}} = 9.3(k\Omega)$$

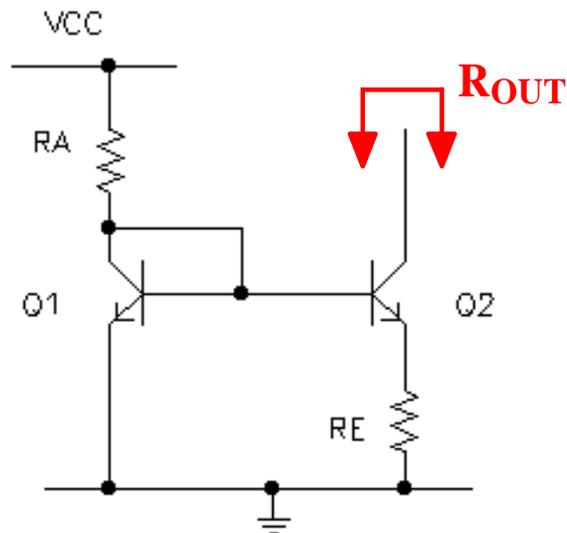
Per quanto riguarda, invece, la R_E , basta sfruttare la relazione $V_{BE1} - V_{BE2} = R_E I_O$ per ottenere che

$$R_E = \frac{V_{BE1} - V_{BE2}}{I_O} = \frac{V_{BE1} - V_T \ln \frac{I_O}{I_S}}{I_O} = 12(k\Omega)$$

Anche in questo caso, abbiamo ottenuto dei valori più che accettabili delle resistenze.

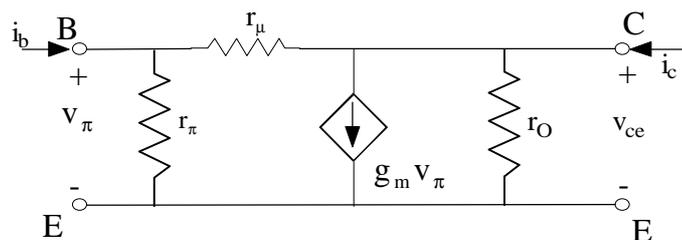
Resistenza di uscita

Abbiamo in precedenza detto che un indice di prestazione importante di un qualsiasi circuito funzionante come generatore di corrente costante è la *resistenza di uscita* R_o . Nello specchio semplice analizzato in precedenza, abbiamo osservato come questa resistenza sia pari alla resistenza di uscita r_{o2} del transistor Q_2 . Vediamo allora quanto vale R_o nello specchio di Widlar, facendo quindi riferimento alla figura seguente:



Per fare questo calcolo, dobbiamo per prima cosa sostituire, a ciascun BJT, supponendo sempre una polarizzazione in ZAD, il corrispondente modello circuitale incrementale.

In generale, ci ricordiamo che il modello circuitale incrementale di un BJT è fatto nel modo seguente:

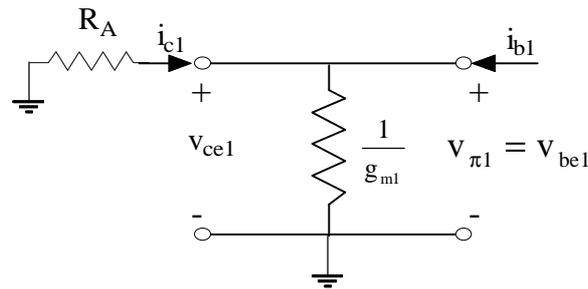


Dobbiamo adattarlo al nostro caso.

Cominciamo dal transistor Q_1 . Il fatto essenziale è che Q_1 presenta i terminali di base e di collettore in corto, il che comporta la seguenti conseguenze:

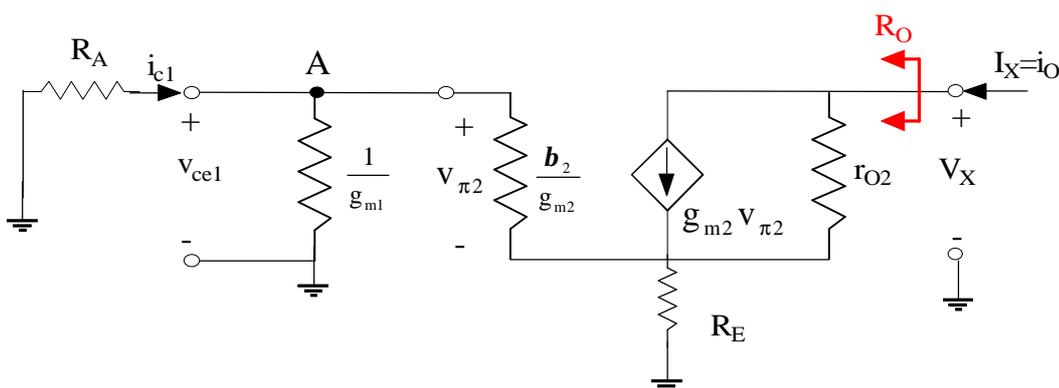
- intanto, la resistenza $r_{\mu} = \beta r_o$ è assente in quanto è cortocircuitata;
- inoltre, le due resistenze r_{π} e r_o sono in parallelo e possono perciò essere sostituite con una sola;
- infine, il generatore di corrente è pilotato dalla stessa tensione applicata ai suoi capi, il che significa che si tratta di un'altra resistenza, di valore $1/g_m$, da porre sempre in parallelo a r_{π} ed r_o ; tuttavia, nel fare questo parallelo, essendo r_{π} ed r_o due resistenze molto più elevate di $1/g_m$, si possono trascurare.

Sulla base di queste considerazioni, concludiamo che il modello incrementale del transistor Q1 si riduce al seguente:



Abbiamo chiaramente posto a massa il collettore in quanto non c'è alcun segnale applicato al transistor e, anche se ci fosse, esso andrebbe eliminato, visto che dobbiamo determinare la resistenza di uscita e la definizione prevede che venga passivato ogni eventuale ingresso presente nel circuito.

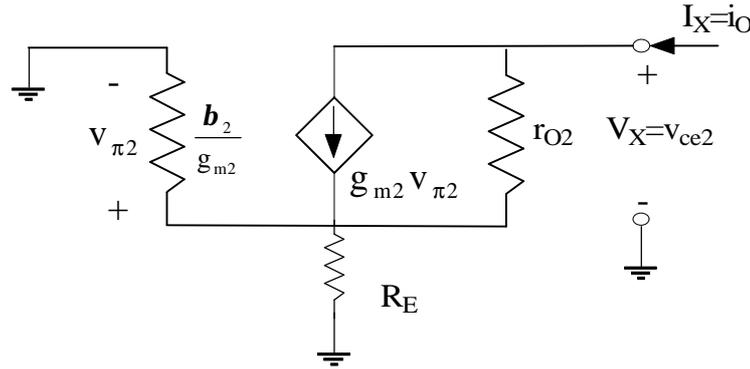
Per quanto riguarda, invece, il modello incrementale del transistor Q2, l'unica semplificazione da fare può essere quella di ritenere sufficientemente alta la resistenza r_μ da poterla sostituire con un circuito aperto. Con questo accorgimento, il circuito va posto in cascata a quello con cui abbiamo sostituito Q1, avendo però cura di porre, tra il terminale di emettitore e la massa, la resistenza R_E :



N.B. Ricordiamo sempre che, nonostante siano stati utilizzati dei pedici "1" e "2" al fine di distinguere i parametri relativi ad un BJT e quelli relativi all'altro BJT, in realtà, essendo tali transistor uguali, i parametri caratteristici, come il β , sono uguali, e lo stesso accade anche per i parametri incrementali (g_m e r_o) se facciamo l'ipotesi che i due BJT siano polarizzati allo stesso modo (cioè, in definitiva, abbiano la stessa V_{CE}).

A questo punto, per calcolare la resistenza di uscita R_O di quel circuito, non dobbiamo far altro che calcolare il rapporto tra una generica tensione V_X posta in uscita e la corrispondente corrente I_X assorbita.

Le considerazioni da fare non sono molto diverse da quelle fatte circa il primo specchio. In primo luogo, applicando la LKT alla maglia definita dalle resistenze $1/g_{m1}$ ed R_A , deduciamo immediatamente che le tensioni ai capi di tale resistenze sono nulle (in quanto si tratta di partizioni di una tensione complessiva a sua volta nulla). Ciò comporta che le due resistenze vengano cortocircuitate e quindi che il circuito possa essere ulteriormente ridisegnato, nel modo seguente:



La resistenza di uscita di questo circuito è stata già calcolata all'inizio del capitolo, per cui ripetiamo i passaggi più velocemente:

$$V_X = V_{R_{O2}} - v_{\pi 2} = r_{O2}(I_X - g_{m2}v_{\pi 2}) - v_{\pi 2} = r_{O2}I_X - (1 + g_{m2}r_{O2})v_{\pi 2} = r_{O2}I_X - (1 + g_{m2}r_{O2})(r_{\pi 2} // R_E)(-I_X) = [r_{O2}(1 + g_{m2}(r_{\pi 2} // R_E)) + (r_{\pi 2} // R_E)]I_X$$

Possiamo dunque concludere che la resistenza di uscita dello specchio di Widlar ha la seguente espressione:

$$R_o = \frac{V_X}{I_X} = r_{O2}(1 + g_{m2}(r_{\pi 2} // R_E)) + (r_{\pi 2} // R_E)$$

E' abbastanza evidente, da questa formula, che abbiamo un valore molto più grande della resistenza di uscita r_{O2} di Q2: con i valori generalmente assunti dai vari parametri, si può stimare che $R_o \cong 50r_{O2}$, il che ci mostra l'estrema efficacia dello specchio di Widlar come generatore di corrente costante.

Volendo trarre un po' le somme di quanto visto in questo paragrafo, possiamo dunque dire che, *rispetto allo specchio "tradizionale", lo specchio di Widlar presenta, come pregi, sia la facilità di generare basse correnti mediante basse resistenze sia l'elevato valore della resistenza di uscita; l'unico difetto è che la corrente di uscita I_o è abbastanza diversa dalla corrente di riferimento (ossia un valore del guadagno M molto diverso dall'unità)*. D'altra parte, non si tratta di un difetto particolarmente rilevante, in quanto abbiamo a disposizione le equazioni necessarie per generare una qualsiasi corrente di uscita a partire da una qualsiasi corrente di riferimento.

Stabilità termica

In modo analogo a quanto fatto per lo specchio semplice, ci chiediamo adesso come sia la stabilità termica dello specchio di Widlar.

In particolare, valutiamo il coefficiente di stabilità termica del transistor Q2 che genera la corrente di uscita:

$$S_2 = \frac{\beta + 1}{1 - \beta \frac{\partial I_{B2}}{\partial I_{C2}}}$$

Dall'analisi delle correnti nel circuito, otteniamo facilmente che

$$I_{rif} = I_{C1} + I_{B1} + I_{B2}$$

Ricordando che il guadagno di corrente dello specchio è definito come $M = \frac{I_O}{I_{rif}} \cong \frac{I_{C2}}{I_{C1}} = \frac{\beta I_{B2}}{\beta I_{B1}} = \frac{I_{B2}}{I_{B1}}$, possiamo scrivere che

$$I_{rif} = \frac{I_{C2}}{M} + \frac{I_{B2}}{M} + I_{B2} = \frac{I_{C2}}{M} + \left(\frac{1}{M} + 1\right) I_{B2}$$

da cui ricaviamo che

$$I_{B2} = \frac{I_{rif} - \frac{I_{C2}}{M}}{\frac{1}{M} + 1} = \frac{MI_{rif} - I_{C2}}{1 + M} \longrightarrow \frac{\partial I_{B2}}{\partial I_{C2}} = \frac{\partial}{\partial I_{C2}} \left[\frac{MI_{rif} - I_{C2}}{1 + M} \right] = -\frac{1}{1 + M}$$

Nello specchio semplice, avevamo trovato $\frac{\partial I_{B2}}{\partial I_{C2}} = -\frac{1}{2}$ (da cui conseguiva $S \cong 2$): allora, essendo $M < 1$ in uno specchio di Widlar, deduciamo che la stabilità termica è migliore rispetto a quella dello specchio semplice.

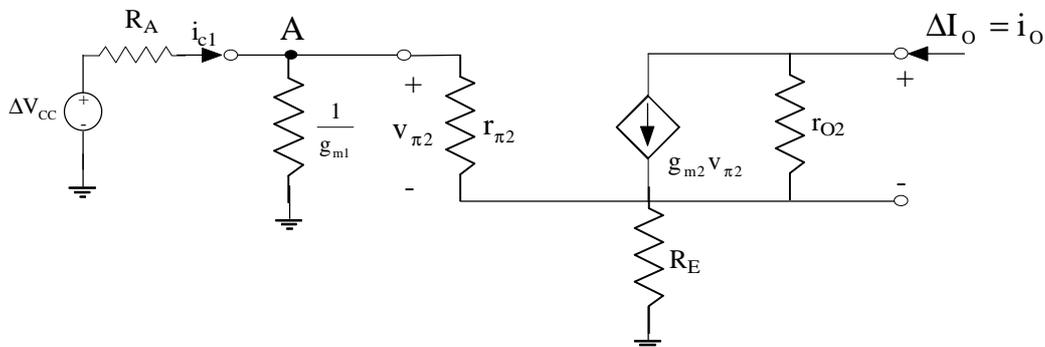
Andando comunque a sostituire nella definizione di S_2 , troviamo che

$$S_2 = \frac{\beta + 1}{1 + \frac{\beta}{1 + M}}$$

Stabilità rispetto alla V_{cc}

Ci possiamo anche chiedere come sia la stabilità dello specchio di Widlar rispetto ad una eventuale variazione ΔV_{cc} della tensione di alimentazione: dobbiamo cioè ripetere tutto il discorso fatto per lo specchio semplice, considerando questa volta la presenza della R_E tra l'emettitore di Q_2 e la massa.

Rifacendo allora tutte le considerazioni fatte nei paragrafi precedenti, si deduce facilmente che il circuito da analizzare è il seguente:



L'ingresso è rappresentato dalla variazione assoluta ΔV_{CC} della tensione di alimentazione; l'uscita che dobbiamo calcolare è invece la variazione assoluta ΔI_O della corrente di uscita dello specchio.

In primo luogo, applicando semplicemente la LKC e la relazione di lato del resistore, abbiamo che

$$\Delta I_O = g_{m2} v_{\pi 2} + I_{rO2}$$

Possiamo però trascurare, in prima approssimazione, il contributo proveniente dalla r_{O2} , che è una resistenza generalmente elevata, per cui

$$\Delta I_O \cong g_{m2} v_{\pi 2}$$

Dobbiamo calcolarci $v_{\pi 2}$. Per farlo, cominciamo a calcolarci la tensione del nodo indicato A: si tratta della partizione della ΔV_{CC} sulla resistenza $1/g_{m1}$, per cui vale

$$V_A = \Delta V_{CC} \left(\frac{\frac{1}{g_{m1}}}{\frac{1}{g_{m1}} + R_A} \right) = \frac{\Delta V_{CC}}{1 + g_{m1} R_A}$$

Possiamo adesso applicare il noto teorema dello “*spostamento della resistenza in un ramo a impedenza maggiore*”, applicandolo al generatore pilotato e alla resistenza R_E : ciò che si trova è che

$$v_{\pi 2} = V_A \left(\frac{r_{\pi 2}}{r_{\pi 2} + (1 + \beta) R_E} \right) = \frac{\Delta V_{CC}}{1 + g_{m1} R_A} \frac{r_{\pi 2}}{r_{\pi 2} + (1 + \beta) R_E}$$

e possiamo perciò concludere che

$$\Delta I_O = \frac{g_{m2}}{1 + g_{m1} R_A} \frac{r_{\pi 2}}{r_{\pi 2} + (1 + \beta) R_E} \Delta V_{CC}$$

In questa relazione, tenendo ancora una volta conto del fatto che i parametri sia costanti sia incrementali dei due BJT si possono ritenere molto simili, si deduce che

$$\frac{g_{m2}}{1 + g_{m1} R_A} < 1$$

$$\frac{r_{\pi 2}}{r_{\pi 2} + (1 + \beta) R_E} \ll 1$$

da cui quindi $\Delta I_O \ll \Delta V_{CC}$.

Abbiamo dunque trovato un ulteriore pregio dello specchio di Widlar: *lo specchio di Widlar presenta una bassissima sensibilità nei confronti delle variazioni della tensione di alimentazione.*

Questo fatto risulterebbe ancora più evidente se andassimo a confrontare, come abbiamo fatto per il primo specchio, le variazioni relative di I_O e V_{CC} : tuttavia, qui

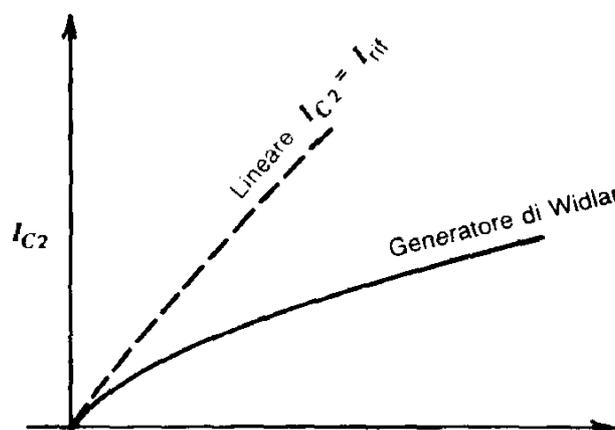
subentra una complicazione matematica derivante dalla necessità di tirare fuori il valore di I_O dall'espressione

$$I_{rif} = I_O e^{\frac{qR_E I_O}{kT}}$$

per cui tralasciamo questo aspetto.

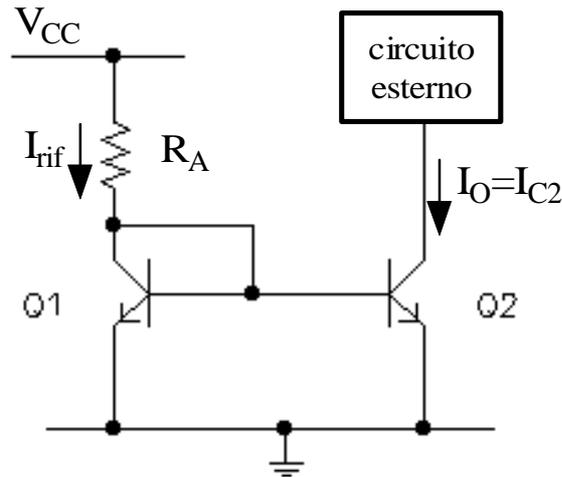
Simulazione al calcolatore - E' possibile usare una simulazione con Spice per valutare la variazione della I_O , in uno specchio di Widlar, dovuta ad una data variazione della V_{CC} . In particolare, al fine di effettuare un confronto, conviene usare gli stessi dati della simulazione usata per valutare la sensibilità dello specchio semplice con la tensione di alimentazione. Realizziamo perciò uno specchio di Widlar a BJT (con guadagno $\beta=255$), con alimentazione $V_{CC}=10V$, con $R_A=9.3k\Omega$, con un carico simulato mediante un semplice generatore di tensione $V_{CAR}=4V$ e con una degenerazione di emettitore $R_E=10k\Omega$. Simulando una variazione di V_{CC} di $0.1V$ (cioè una variazione dell' 1%), si riscontra una variazione della corrente di uscita da $11.529\mu A$ a $11.547\mu A$, corrispondente ad una variazione relativa dello 0.1%. Ricordando che, in corrispondenza della stessa ΔV_{CC} , lo specchio semplice aveva subito una variazione relativa dell' 1% della corrente di uscita, deduciamo la minore sensibilità dello specchio di Widlar rispetto allo specchio semplice.

Per concludere, il grafico seguente mostra la dipendenza della corrente di uscita I_O dello specchio di Widlar dalla corrente di riferimento $I_{rif} = \frac{V_{CC} - V_{BE,(on)}}{R_A}$, ossia in pratica dalla tensione di alimentazione V_{CC} :



Cancellazione della corrente di base

Ritorniamo, per un attimo, allo specchio semplice a BJT visto in precedenza e riproposto qui di seguito per comodità:



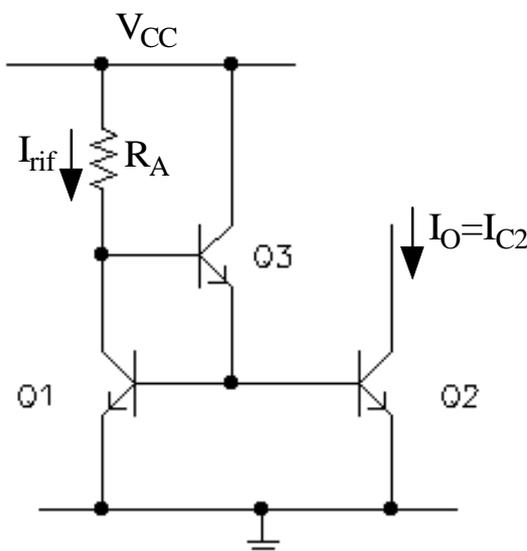
Abbiamo trovato a suo tempo che la corrente di uscita I_o è legata alla corrente di riferimento I_{rif} mediante la relazione

$$I_o = \frac{I_{rif}}{1 + \frac{2}{\beta}}$$

e abbiamo mostrato come il fattore di differenza $1 + \frac{2}{\beta}$ tra le due correnti derivi

esclusivamente dalla presenza di correnti non nulle attraverso i rispettivi terminali di base. Questo fattore ha un valore strettamente legato al valore di β : se β non è elevato, come per esempio in molti transistori pnp, la differenza tra I_o e I_{rif} può diventare significativa. Ci chiediamo allora quale soluzione circuitale si possa adottare per ridurre questo inconveniente, cioè per svincolarsi il più possibile dal valore di β .

La soluzione più intuitiva è un qualcosa che consenta di ridurre le rispettive correnti di base ed effettivamente questo risultato si raggiunge con la seguente configurazione circuitale:



Il collegamento tra i terminali di base e di collettore del BJT Q1 non viene più fatto ponendoli in corto, ma attraverso il ramo base-emettitore di un nuovo BJT (sempre npn come gli altri), il cui terminale di collettore viene portato anch'esso alla tensione V_{CC} (necessaria a polarizzarlo).

Vediamo se effettivamente questa soluzione consente di operare l'invocata cancellazione della corrente di base.

Dato che i BJT Q1 e Q2 hanno ancora la stessa V_{BE} , possiamo assumere che essi abbiano la stessa corrente di collettore e quindi anche (trascurando la corrente di base) la stessa corrente di emettitore. Indichiamo allora con I le correnti di emettitore nei due transistor Q1 e Q2. Le rispettive correnti di base valgono allora

$\frac{I}{\beta+1}$ e quindi, applicando la LKC al nodo 1, deduciamo che la corrente di

emettitore del nuovo BJT (indicato con Q3) vale $I_{E3} = \frac{2I}{\beta+1}$. Se è così, la corrente di base di questo BJT vale

$$I_{B3} = \frac{I_{E3}}{\beta+1} = \frac{2I}{(\beta+1)^2}$$

Applicando nuovamente la LKC, deduciamo che la corrente di riferimento vale

$$I_{rif} = I_{B3} + I_{C1} = \frac{2I}{(\beta+1)^2} + \beta I_{B1} = \frac{2I}{(\beta+1)^2} + \frac{\beta I}{\beta+1} = \left[\frac{2}{(\beta+1)^2} + \frac{\beta}{\beta+1} \right] I$$

Andiamo adesso a calcolarci il guadagno di corrente M :

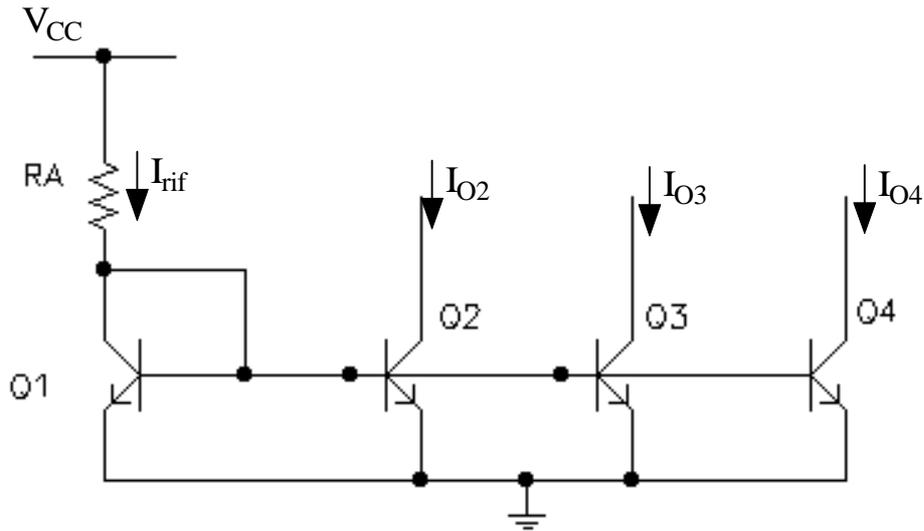
$$M = \frac{I_o}{I_{rif}} = \frac{I_{C2}}{\left[\frac{2}{(\beta+1)^2} + \frac{\beta}{\beta+1} \right] I} = \frac{\frac{\beta I}{\beta+1}}{\left[\frac{2}{(\beta+1)^2} + \frac{\beta}{\beta+1} \right] I} = \frac{1}{1 + \frac{2}{(\beta+1)\beta}}$$

Avendo sempre a che fare con BJT ad alto guadagno, possiamo porre $\beta+1 \cong \beta$, per cui concludiamo che

$$M = \frac{1}{1 + \frac{2}{\beta^2}} \xrightarrow{\text{per } \beta \text{ grande}} M \cong 1$$

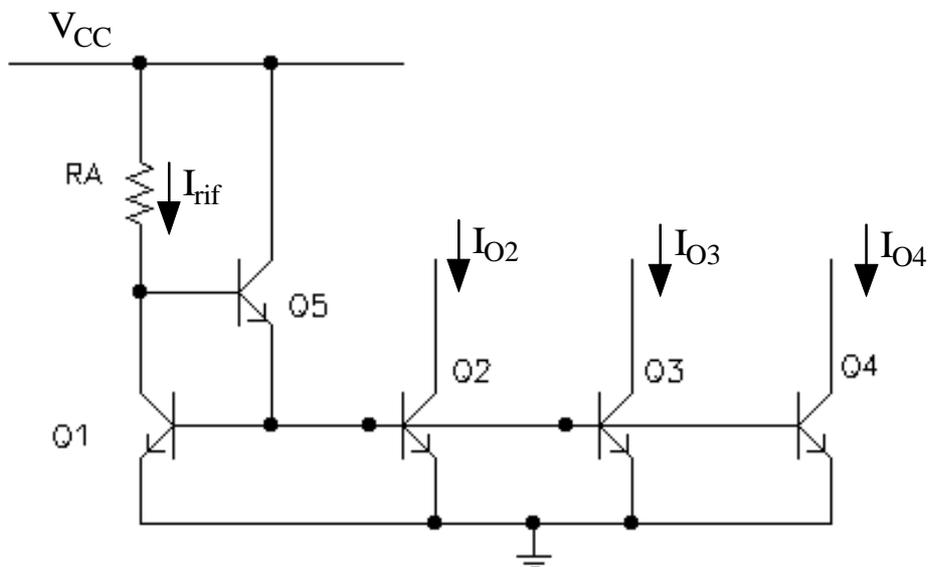
Confrontando questo valore di M con quello trovato in assenza di Q3, è chiaro che abbiamo ulteriormente perfezionato la duplicazione della corrente di riferimento.

Questo fatto diventa particolarmente utile nel caso in cui il ramo di riferimento serva a "pilotare" più specchi, in modo da avere uscite multiple partendo da un singolo riferimento, come nella figura seguente:



(facciamo osservare che i transistor a destra di Q1 sono connessi tra loro mediante i terminali di base, anche se il disegno non lo mette benissimo in evidenza)

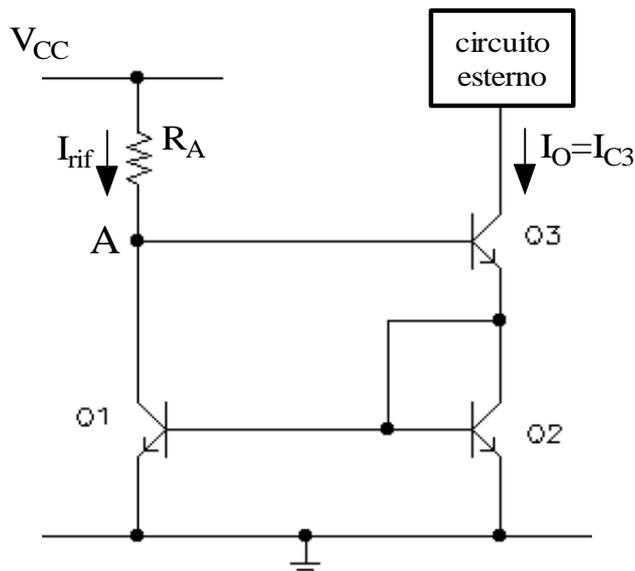
In una configurazione di questo tipo, la corrente I_{rif} viene replicata su tre rami diversi (e potrebbero anche essere di più): allora, se non venisse previsto, per Q1, un ramo di cancellazione della corrente di base, è chiaro che la differenza della corrente di uscita rispetto alla corrente di riferimento andrebbe via via aumentando man mano che aumentano i rami, proprio a causa della diversità tra le varie correnti di base. Al contrario, in presenza del ramo di cancellazione della corrente di base, come riportato nella figura seguente, il problema viene apprezzabilmente risolto:



Ovviamente, se al posto dei BJT venissero usati dei MOSFET, il problema della cancellazione della corrente non si porrebbe più, in quanto è noto che la corrente di gate nei MOSFET (come nella maggior parte dei FET) è sempre ridottissima.

Specchio di Wilson

Proseguiamo il discorso sugli specchi di corrente introducendo una nuova configurazione circuitale:



Le diversità, rispetto al primo specchio che abbiamo esaminato, sono diverse:

- quella più evidente è nella presenza di un nuovo BJT, sempre di tipo npn: la corrente di uscita dello specchio è adesso quella che viene fuori proprio da Q3;
- cambia anche la corrente di riferimento, che non coincide più con la corrente di collettore di Q1 a causa della corrente di base di Q3;
- inoltre, il BJT Q1 non ha più i terminali di base e di collettore posti alla stessa tensione, mentre questo avviene adesso per il BJT Q2;
- infine, il BJT Q1 presenta, come tensione di collettore, la stessa tensione che il BJT Q3 ha alla base.

L'unica sostanziale somiglianza tra questo specchio e il primo che abbiamo esaminato è nel fatto che Q1 e Q2 lavorano con la stessa V_{BE} .

Premesso questo, facciamo una rapida analisi delle correnti, al fine di verificare se effettivamente il circuito si comporta come specchio di corrente.

Partiamo dalla seguente considerazione: dato che Q1 e Q2 hanno la stessa V_{BE} , essi hanno grossomodo la stessa corrente di collettore e quindi, trascurando per il momento la corrente di base, hanno la stessa corrente di emettitore. Indichiamo allora con I le correnti di emettitore di questi BJT: possiamo scrivere che

$$Q_1 \begin{cases} I_{B1} = \frac{I}{\beta + 1} \\ I_{C1} = \frac{\beta I}{\beta + 1} \end{cases} \quad Q_2 \begin{cases} I_{B2} = \frac{I}{\beta + 1} \\ I_{C2} = \frac{\beta I}{\beta + 1} \end{cases}$$

Applicando la LKC, abbiamo allora che la corrente che scorre nel ramo base-collettore di Q2 è $\frac{2I}{\beta+1}$ e quindi, sempre attraverso la LKC, che la corrente di emettitore di Q3 vale

$$I_{E3} = \frac{2I}{\beta+1} + I_{C2} = \frac{2I}{\beta+1} + \frac{\beta I}{\beta+1} = \frac{\beta+2}{\beta+1} I$$

Da qui deduciamo che la corrente di base la corrente di base per il BJT Q3 vale

$$I_{B3} = \frac{I_{E3}}{\beta+1} = \frac{\beta+2}{(\beta+1)^2} I$$

Considerando, però, che $(\beta+1)^2 = (\beta+1)(\beta+1) \cong (\beta+1)(\beta+2)$, questa diventa anche $I_{B3} \cong \frac{1}{(\beta+1)} I$. Allora, applicando la LKC al nodo indicato con A, deduciamo che la corrente di riferimento vale

$$I_{rif} = I_{B3} + I_{C1} \cong \frac{1}{(\beta+1)} I + \frac{\beta}{(\beta+1)} I = I$$

Abbiamo dunque trovato che la corrente di riferimento è (approssimativamente) pari alla corrente di emettitore dei transistor Q1 e Q2.

Del resto, possiamo far vedere che la corrente di riferimento è anche (approssimativamente) uguale alla corrente di collettore di Q3, ossia proprio alla corrente di uscita: infatti, avendo trovato che $I_{E3} = \frac{\beta+2}{\beta+1} I$, abbiamo che

$$I_O = I_{C3} = \frac{\beta}{\beta+1} I_{E3} = \frac{\beta}{\beta+1} \frac{\beta+2}{\beta+1} I \cong I$$

Possiamo dunque concludere che *anche nello specchio di Wilson risulta $I_O \cong I_{rif}$ e l'approssimazione è tanto migliore quanto maggiore è il valore del β dei tre transistor (supposti uguali).*

Non possiamo, per il momento, scendere in ulteriori dettagli, in quanto le prestazioni di questo circuito sono legate molto al funzionamento in regime dinamico. Possiamo però anticipare quanto segue: *lo specchio di Wilson presenta una resistenza di uscita R_O molto più alta rispetto allo specchio di Widlar, ma, in compenso, presenta un intervallo di tensione, entro il quale la I_O si mantiene costante, molto più ristretto.*

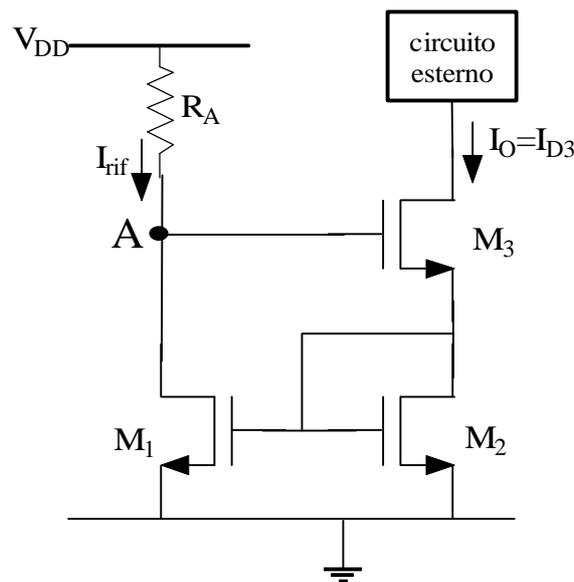
Il fatto che la R_O fosse maggiore rispetto allo specchio di Widlar era in qualche modo prevedibile, visto che si tratterà, approssimativamente, della "composizione" delle resistenze di uscita di Q2 e Q3: si trova, infatti, che vale la relazione

$$\boxed{R_O \cong \frac{\beta}{2} r_o}$$

Una interessante osservazione a proposito di questo specchio riguarda la tensione al nodo contrassegnato con la lettera A: supponendo che tutti i tre transistor lavorino con una tensione $V_{BE}=V_\gamma$, basta applicare la LKT per accorgersi che $V_{\text{nodo A}} = 2V_\gamma$, il che comporta che

$$I_{\text{rif}} = \frac{V_{CC} - 2V_\gamma}{R_A}$$

Segnaliamo inoltre che gli specchi di corrente di Wilson vengono usati anche in tecnologia MOS, secondo la configurazione riportata nella figura seguente:



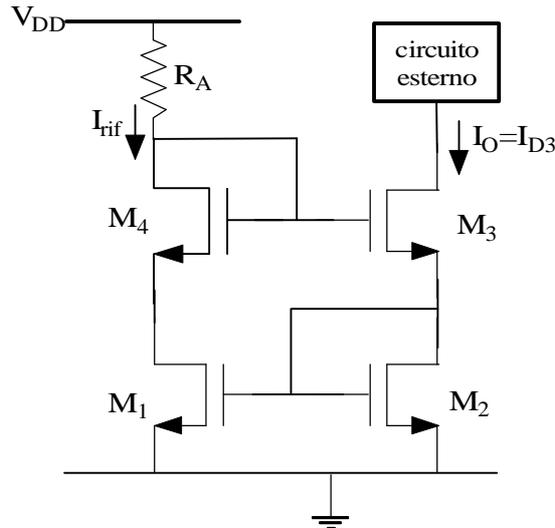
Il funzionamento di questo circuito è sostanzialmente identico a quello della versione bipolare. In particolare, il calcolo della resistenza di uscita per piccoli segnali fornisce l'espressione

$$R_O \cong (2 + g_{m3}r_{O1})r_{O1}$$

Una osservazione importante è la seguente: è facile accorgersi che il valore in continua di V_{DS} è maggiore per M1 che per M2; quando la tensione di soglia dei MOSFET impiegati è alta, questo conduce ad un cattivo accoppiamento delle correnti di drain (cioè, quindi, ad una differenza marcata tra la corrente di uscita e quella di riferimento) e questo a causa della resistenza di uscita finita dei transistori: infatti, dato che, in saturazione, la corrente varia, sia pure di poco, al variare della V_{DS} , a causa dell'effetto della modulazione della lunghezza di canale, è chiaro che

$$I_O = I_{DS3} = I_{DS2} \neq I_{DS1} = I_{RIF}$$

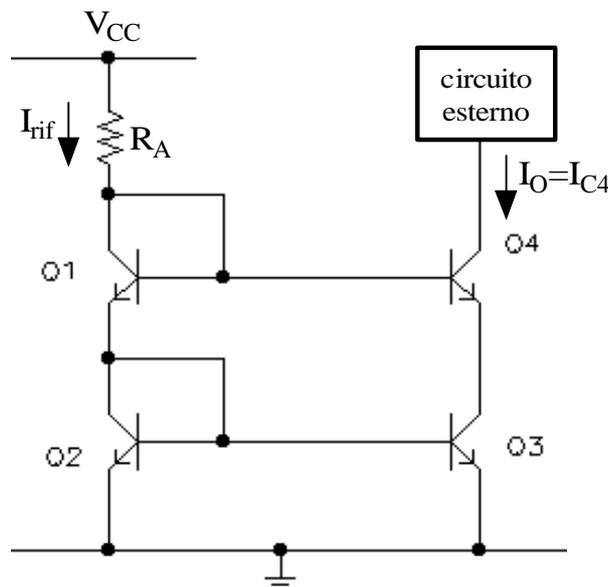
Esistono allora degli appositi accorgimenti che risolvono questo tipo di problema, come per esempio l'aggiunta di un nuovo transistor connesso a diodo, come riportato nella figura seguente:



La funzione di M4 è appunto quella di rendere uguali V_{DS1} e V_{DS2} .

Specchio cascode

Sempre nell'ottica di un miglioramento della resistenza di uscita dello specchio, si può adottare la seguente nuova configurazione circuitale, nella versione bipolare, per uno specchio di corrente:



Come si osserva, questa configurazione è formata da uno specchio “quasi tradizionale” (formato da Q2 e Q3 ma senza resistenza sul collettore di Q2) e da altri due transistori, di cui Q1 ancora connesso a diodo.

Si può verificare che la resistenza di uscita è in questo caso

$$R_o = r_o(1 + g_m(r_\pi // r_o)) \cong r_o(1 + g_m r_\pi) \cong \beta r_o$$

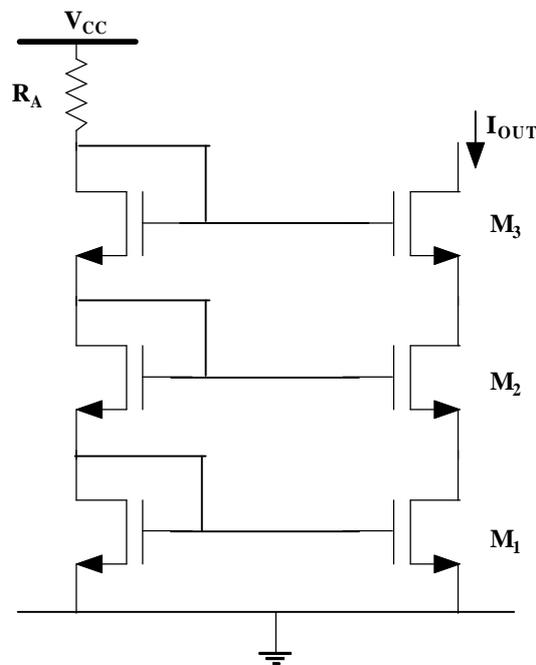
Si tratta dunque di un valore doppio rispetto allo specchio di Wilson.

Naturalmente, sussistono anche in questo caso i problemi legati alla necessità di cancellare al meglio la corrente di base dei transistor al fine di perfezionare la coppia di I_{rif} (vedere paragrafo successivo).

Segnaliamo inoltre che la configurazione cascode viene spesso realizzata usando i MOSFET: in questo caso, si ottiene un valore ancora migliore di resistenza di uscita, ma ci sono problemi legati al fatto che risulta non molto esteso l'intervallo di tensione di uscita entro il quale la corrente di uscita si mantiene approssimativamente costante (in particolare, risulta spesso elevato il valore minimo di tensione di uscita per il quale tutti i transistor vanno in saturazione, il che non favorisce certo l'impiego del circuito nelle applicazioni a bassa tensione di alimentazione).

Specchio cascode a MOSFET

Lo specchio cascode può anche essere realizzato mediante transistori MOSFET. Nella figura seguente, ad esempio, è riportato uno **specchio cascode triplo a MOSFET**:



Usando il circuito equivalente per piccoli segnali, tenendo conto che un MOSFET con i terminali di gate e drain in corto è equivalente (così come un BJT con base e collettore in corto) ad un resistore di valore $1/g_m$ e trascurando il fatto che i terminali di source di M3 ed M2 non sono a massa (trascurando cioè l'effetto di corpo per entrambi i transistori), si può verificare che ciascuno degli stadi cascode aumenta la resistenza di uscita di una quantità che approssimativamente vale $(1+g_m r_o)$, per cui la resistenza di uscita complessiva, in questo caso, risulta essere

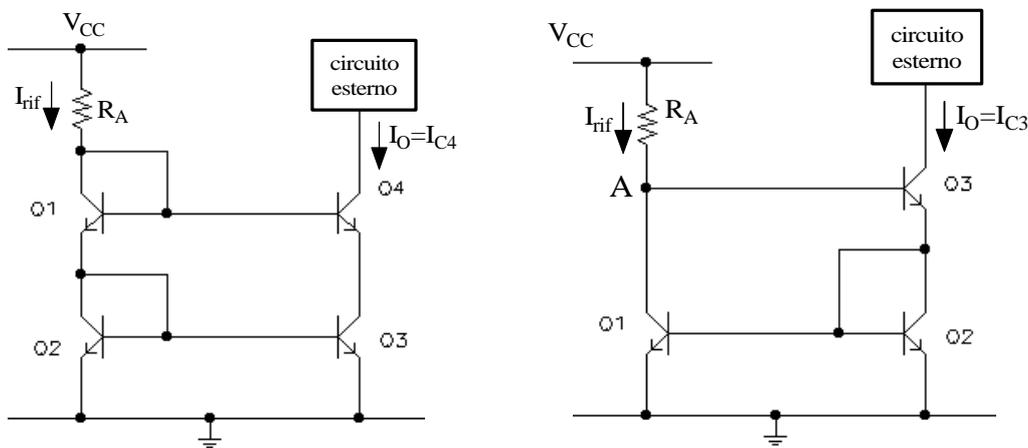
$$R_O = r_{o3} + (1 + g_{m3} r_{o3}) [r_{o2} + (1 + g_{m2} r_{o2}) r_{o1}]$$

Con una corrente di polarizzazione dell'ordine di $10\mu A$ e assumendo che la resistenza di uscita di tutti i transistori sia circa $r_o = 100k\Omega$, la resistenza di uscita risulta essere dell'ordine di $10^{10}\Omega$, ossia elevatissima.

Il problema fondamentale di questo generatore di corrente è ancora una volta nella dinamica di tensione al nodo di uscita: dato che i vari dispositivi cascode sono impilati tra loro, l'intervallo di tensioni di uscita tale che tutti i transistor risultino in saturazione è sicuramente minore di quella dei generatori di tipo più semplice visti nei paragrafi precedenti.

Confronto numerico tra lo specchio di Wilson e lo specchio cascode

Consideriamo lo specchio cascode a BJT e lo specchio di Wilson a BJT, secondo le configurazioni ampiamente esaminate nei precedenti paragrafi:



Vogliamo effettuare un confronto delle prestazioni tra questi due specchi. Visto che sappiamo quasi tutto dello specchio di Wilson, analizziamo le caratteristiche dello specchio cascode, a cominciare dalla verifica che esso si comporti effettivamente come uno specchio, ossia riproduca in uscita la corrente di riferimento I_{rif} .

Partiamo dalla corrente di uscita, ossia dalla corrente di collettore del transistor Q4: abbiamo evidentemente che

$$I_{OUT} = I_{C4} = I_{E4} - I_{B4} = I_{C4} - I_{B4}$$

In prima approssimazione, possiamo ritenere che le correnti di base nei 4 transistor siano tutte uguali, per cui $I_{OUT} = I_{C4} - I_B$. Considerando adesso che Q3 e Q2 hanno la stessa tensione V_{BE} , possiamo trascurare l'effetto Early e quindi possiamo ritenere uguali le rispettive correnti di collettore:

$$\begin{aligned} I_{OUT} &\cong I_{C2} - I_B = (I_{E1} - 2I_B) - I_B = I_{E1} - 3I_B = (I_{C1} + I_B) - 3I_B = I_{C1} - 2I_B = \\ &= (I_{rif} - 2I_B) - 2I_B = I_{rif} - 4I_B \end{aligned}$$

Abbiamo dunque concluso che, nello specchio cascode, la corrente di uscita e quella di riferimento differiscono di un termine pari a $4I_B$: ponendo allora $I_{OUT} = \beta I_B$, possiamo concludere che

$$I_{OUT} \cong I_{rif} - 4 \frac{I_{OUT}}{\beta} \longrightarrow \boxed{I_{OUT} \cong \frac{I_{rif}}{1 + \frac{4}{\beta}}}$$

Nel caso dello specchio di Wilson, invece, trascurando ancora una volta l'effetto Early e ritenendo uguali le correnti di base nei 3 transistor, si trova che

$$I_{OUT} = I_{C1} = I_{E1} - I_B = (I_{C3} + 2I_B) - I_B = I_{C3} + I_B \cong I_{C2} + I_B = (I_{rif} - I_B) + I_B = I_{rif}$$

Si osserva, dunque, che *lo specchio di Wilson non presenta praticamente alcuna differenza, tra la corrente di riferimento e la corrente di uscita, dovuta alla presenza delle correnti di base*. Da questo punto di vista, quindi, il comportamento è migliore rispetto allo specchio cascode.

Al contrario, ci accorgiamo facilmente che lo specchio di Wilson presenta, rispetto al cascode, un *errore* maggiore dovuto all'effetto Early:

- nello specchio cascode, l'effetto Early può contribuire a differenziare le correnti I_{C3} ed I_{C2} , in quanto i transistor Q3 e Q2, pur avendo la stessa V_{BE} , non è detto che abbiano la stessa $V_C (=V_{CE})$, dato che i due emettitori sono a massa): in realtà, si osserva che $V_{C,3} = V_A - V_{BE4}$ e $V_{C,2} = V_A - V_{BE1}$, da cui, essendo le V_{BE} dei vari transistor praticamente uguali ($=0.7V$), deduciamo che $V_{C,3} = V_{C,2}$, ossia che non c'è alcun errore dovuto all'effetto Early;
- anche nello specchio di Wilson l'effetto Early può contribuire a differenziare le correnti I_{C3} ed I_{C2} : infatti, si osserva che $V_{C,2} = V_A$ e $V_{C,3} = V_A - V_{BE1}$, da cui consegue che $V_{C,3} \neq V_{C,2}$.

In definitiva, quindi, *mentre lo specchio di Wilson non presenta errori dovuti alle correnti di base, lo specchio cascode non presenta errori dovuti all'effetto Early*.

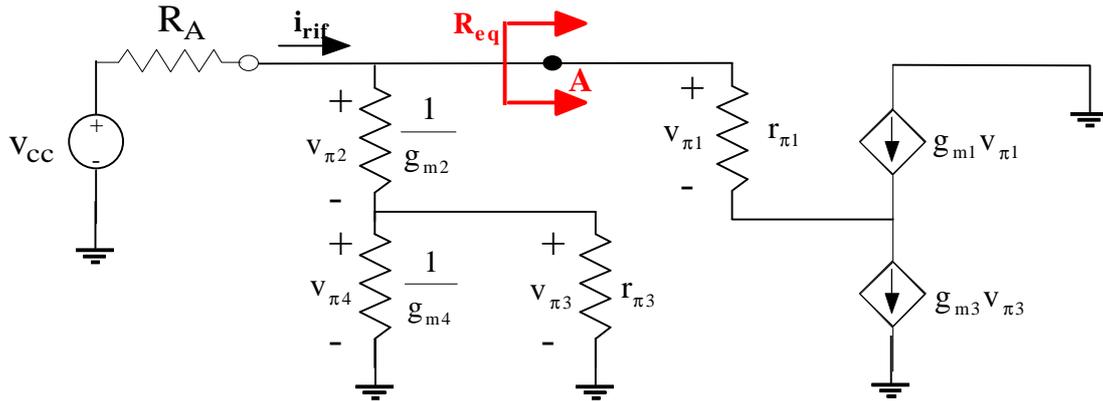
Un altro aspetto su cui fare il confronto tra i due specchi riguarda la stabilità della corrente di uscita rispetto ad una eventuale variazione della tensione di alimentazione.

Così come abbiamo visto per lo specchio semplice e per lo specchio di Widlar, dobbiamo dunque calcolare quale variazione ΔI_O si abbia sulla corrente di uscita in presenza di una variazione generica ΔV_{CC} della tensione di alimentazione: possiamo ad esempio valutare il rapporto $\frac{\Delta I_{OUT}}{\Delta V_{CC}}$. D'altra parte, sapendo che $I_{OUT} \cong I_{rif}$, possiamo

anche calcolare $\frac{\Delta I_{rif}}{\Delta V_{CC}}$.

Dato che consideriamo una variazione comunque piccola della V_{CC} , possiamo utilizzare, per i vari dispositivi, i rispettivi modelli circuitali incrementali.

Cominciamo allora dallo specchio cascode. Il suo circuito equivalente per piccoli segnali, in presenza di un ingresso $v_{cc} = \Delta V_{CC}$, nell'ipotesi di trascurare le resistenze r_μ e r_o di ciascun transistor e considerando che i due transistor connessi a diodo sono equivalenti, ciascuno, ad una resistenza pari a $1/g_m$, è fatto nel modo seguente:



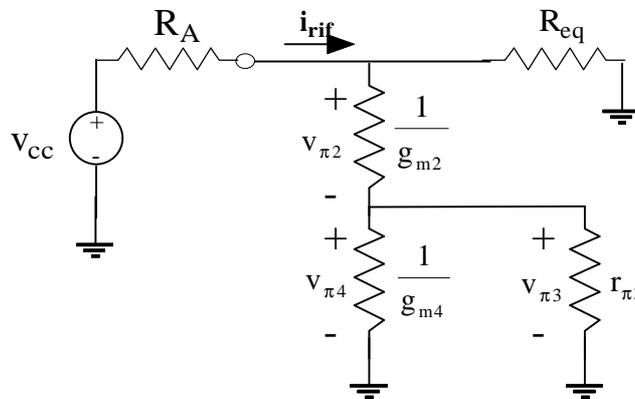
L'ingresso al circuito è dunque la tensione $v_{cc} = \Delta V_{cc}$ e a noi interessa calcolare la corrente indicata in figura con i_{rif} .

Per fare questo calcolo, può convenire calcolare la resistenza R_{eq} , vista dal nodo indicato con A, guardando verso destra: si trova che

$$R_{eq} = \frac{v_A}{i_A} = \frac{2(1+\beta)}{g_m} \cong 2r_\pi$$

dove si è tenuto conto del fatto che i transistor hanno lo stesso valore di I_C e quindi lo stesso valore della transconduttanza.

Il circuito da considerare si riduce allora al seguente:

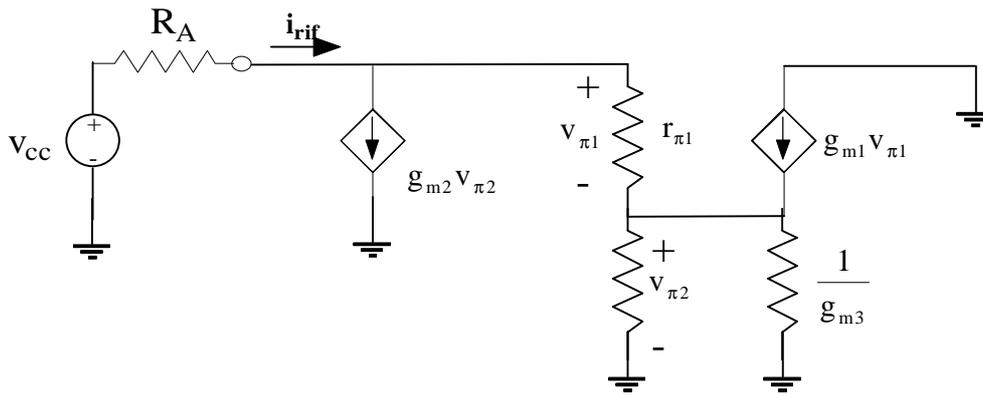


Potremmo applicare ancora la LKT e la LKC, ma possiamo cavarcela in modo molto più sbrigativo: infatti, osserviamo intanto che la $r_{\pi 3}$ è molto maggiore della resistenza $1/g_{m4}$, per cui nel parallelo compare solo quest'ultima, che quindi va in serie a $1/g_{m2}$; inoltre, la serie tra queste due ultime resistenze è sicuramente minore della R_{eq} , per cui quest'ultima soccombe nel parallelo.

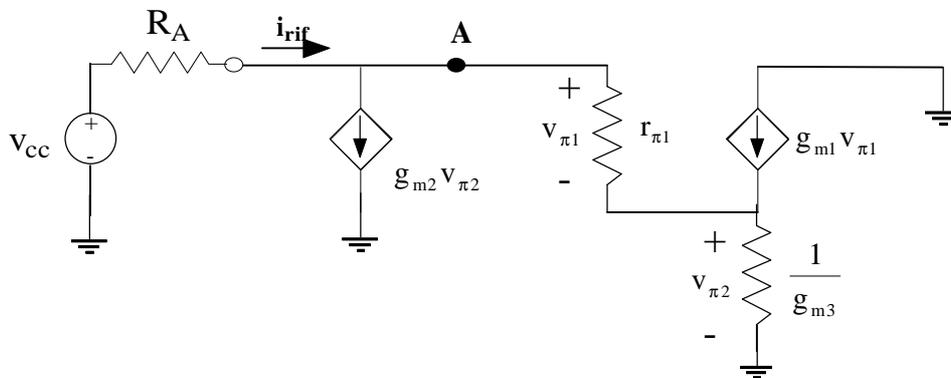
In definitiva, la corrente ricercata vale semplicemente

$$i_{rif} = \frac{V_{cc}}{R_A + \frac{1}{g_{m2}} + \frac{1}{g_{m4}}} = \frac{V_{cc}}{R_A + \frac{2}{g_m}} \cong \frac{V_{cc}}{R_A}$$

Adesso dobbiamo ripetere lo stesso calcolo per lo specchio di Wilson, il cui circuito equivalente per piccoli segnali è fatto nel modo seguente:



In questo circuito, si osserva immediatamente che $r_{\pi 2}$ e $1/g_{m3}$ sono in parallelo, ma $1/g_{m3}$ è quella senz'altro prevalente, per cui il circuito può essere ridisegnato nel modo seguente:



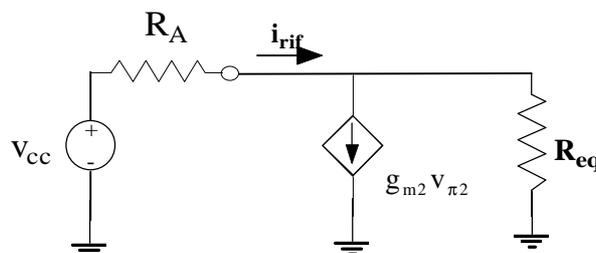
La resistenza vista dal nodo A guardando verso destra è notoriamente

$$R_{eq} = r_{\pi 1} + \frac{1}{g_{m3}} (\beta + 1) \cong 2r_{\pi}$$

mentre la tensione $v_{\pi 2}$ ai capi di $1/g_{m3}$ si ricava nel modo seguente:

$$v_{cc} = R_A i_{rif} + v_{\pi 1} + v_{\pi 2} = R_A i_{rif} + r_{\pi 1} (i_{rif} - g_{m2} v_{\pi 2}) + v_{\pi 2} = (R_A + r_{\pi 1}) i_{rif} + (1 - \beta) v_{\pi 2} \longrightarrow v_{\pi 2} = \frac{v_{cc} - (R_A + r_{\pi 1}) i_{rif}}{1 - \beta}$$

Il circuito diventa dunque il seguente:



Possiamo dunque scrivere che

$$i_{\text{rif}} = g_{m2} v_{\pi 2} + \frac{v_{cc} - R_A i_{\text{rif}}}{R_{\text{eq}}} = g_{m2} \frac{v_{cc} - (R_A + r_{\pi 1}) i_{\text{rif}}}{1 - \beta} + \frac{v_{cc} - R_A i_{\text{rif}}}{R_{\text{eq}}} \cong$$

$$\cong - \frac{v_{cc} - (R_A + r_{\pi}) i_{\text{rif}}}{r_{\pi}} + \frac{v_{cc} - R_A i_{\text{rif}}}{2r_{\pi}}$$

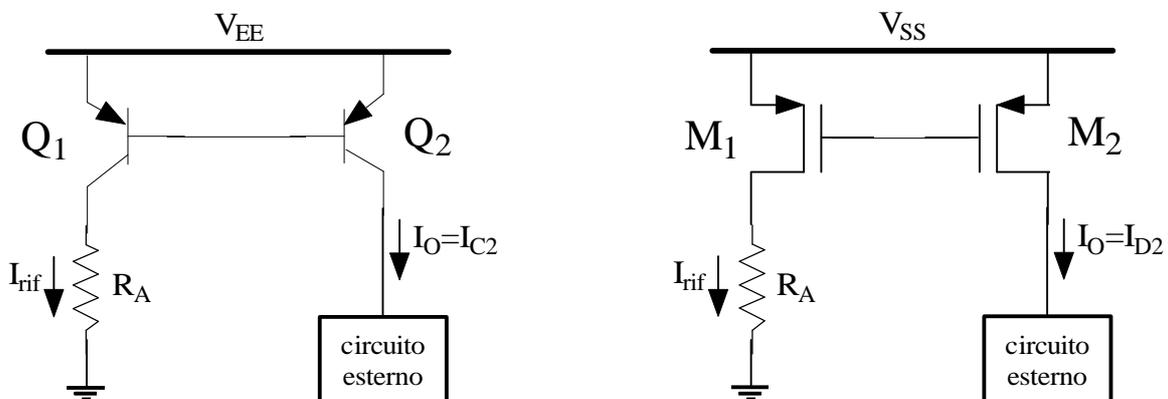
da cui concludiamo che

$$i_{\text{rif}} = \frac{\frac{v_{cc}}{R_A}}{\frac{r_{\pi}}{2r_{\pi}}} = \frac{2v_{cc}}{R_A}$$

Abbiamo trovato che la variazione della corrente di riferimento, dovuta ad una variazione (piccola) della tensione di alimentazione è pari approssimativamente a v_{cc}/R_A nel cascode ed al doppio di tale valore nello specchio di Wilson.

Specchio pnp (BJT) o a canale p (FET)

Per concludere l'argomento degli specchi di corrente, riportiamo di seguito gli schemi circuitali di un classico specchio a BJT pnp e di un classico specchio a MOSFET a canale p:



Il funzionamento di questi circuiti è perfettamente analogo a quello degli specchi classici descritti in precedenza, a patto ovviamente di invertire in modo appropriato le polarità delle varie correnti e delle varie tensioni.

Autore: Sandro Petrizzelli

e-mail: sandry@iol.it

sito personale: <http://users.iol.it/sandry>