

# Appunti di Elettronica

## Capitolo 9 – parte II

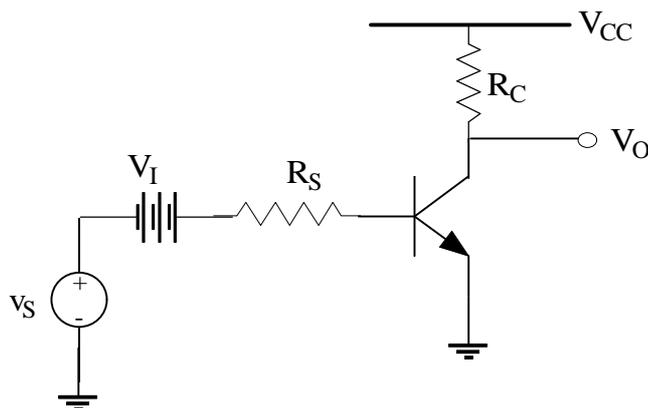
### Stadi amplificatori elementari

STADIO INVERTITORE A BJT .....	2
<i>Descrizione del circuito</i> .....	2
<i>Punto di lavoro e caratteristica statica ingresso-uscita in tensione</i> .....	2
<i>Analisi di piccolo segnale</i> .....	4
Guadagno di tensione .....	4
Resistenza di uscita e resistenza di ingresso .....	5
Guadagno di corrente .....	6
Conclusioni .....	8
Utilizzo di un resistore di carico.....	8
Esempio numerico.....	10
Esempio numerico.....	11
STADIO A DEGENERAZIONE DI EMETTITORE .....	13
<i>Descrizione del circuito</i> .....	13
<i>Punto di lavoro e caratteristica statica ingresso-uscita in tensione</i> .....	14
<i>Analisi di piccolo segnale</i> .....	16
STADIO A SOURCE COMUNE.....	20
<i>Descrizione del circuito</i> .....	20
<i>Punto di lavoro e caratteristica di trasferimento</i> .....	20
<i>Analisi di piccolo segnale</i> .....	21
Guadagno di tensione .....	22
METODO DELL'EQUIVALENTE DI THEVENIN PER IL SEGNALE.....	23
<i>Introduzione</i> .....	23
<i>Stadio invertitore (a source comune) con degenerazione di source</i> .....	23
<i>Stadio invertitore ad emettitore comune</i> .....	27
<i>Stadio a degenerazione di emettitore</i> .....	30
STADIO AD EMETTITORE COMUNE CON CARICO ATTIVO .....	32
<i>Introduzione</i> .....	32
<i>Determinazione del punto di lavoro</i> .....	33
<i>Caratteristica di trasferimento in tensione</i> .....	35
<i>Analisi per piccoli segnali: guadagno di tensione</i> .....	36
Problemi legati alla dinamica di uscita.....	38
<i>Stadio a source comune con carico attivo</i> .....	39

## Stadio invertitore a BJT

### Descrizione del circuito

Il tipico **stadio invertitore a BJT** (o anche **stadio CE**, che sta per *Common Emitter*) con carico resistivo è fatto nel modo seguente:



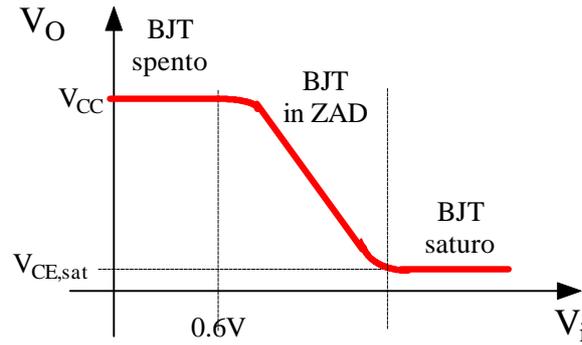
Facciamo subito osservare che, nella maglia di ingresso di questo circuito, sono stati riportati due distinti generatori di tensione:  $v_s$  rappresenta il segnale (ad esempio una sinusoide) che intendiamo elaborare mediante lo stadio, mentre  $V_I$  rappresenta un segnale continuo necessario per la polarizzazione nello stadio stesso. Per semplicità, nel seguito considereremo solo un unico generatore  $V_I$ , nel quale riterremo inglobati sia il segnale di polarizzazione sia quello alternato.

Osserviamo inoltre che abbiamo parlato di “*carico resistivo*” (o anche “*carico passivo*”) in quanto, nel circuito disegnato, tale carico è costituito semplicemente dal resistore  $R_C$  (che serve anche per la polarizzazione).

### Punto di lavoro e caratteristica statica ingresso-uscita in tensione

Il primo passo dell'analisi di un circuito di questo tipo consiste nella *determinazione del punto operativo*: questa analisi è stata già fatta in precedenza, nel capitolo sui BJT, per cui passiamo oltre.

Il passo successivo è quello di individuare la **caratteristica di trasferimento in tensione**, ossia il legame statico che intercorre tra la tensione di ingresso  $V_i$  e la tensione di uscita  $V_o$ , al variare di  $V_i$  e per una tensione di alimentazione  $V_{CC}$  fissata. Anche questa analisi è stata fatta in precedenza, per cui ci limitiamo a riproporre la caratteristica trovata a suo tempo:



Descriviamo velocemente questa curva:

- quando la tensione di ingresso è nulla, il BJT è nello stato di *interdizione*, per cui non fluisce alcuna corrente di collettore eccezion fatta per la corrente di saturazione inversa  $I_{CO}$  (dovuta al fatto che la tensione di alimentazione  $V_{CC}$  polarizza inversamente la giunzione di collettore): essendo  $I_{CO}$  molto piccola, possiamo ritenere  $I_C \cong 0$  e quindi, non essendoci caduta di tensione su  $R_C$ , la tensione di uscita, che corrisponde alla tensione  $V_{CE}$  di collettore, vale proprio  $V_{CC}$ ;
- la situazione rimane invariata fin quando la tensione di ingresso non supera il valore di circa 0.6V necessario ad accendere la giunzione base-emettitore: fin quando questo non accade, il BJT rimane spento, per cui  $I_B=0=I_C$  e quindi la tensione di uscita rimane costante sul valore  $V_{CC}$  di polarizzazione;
- nel momento in cui la  $V_i$  supera il valore di 0.6V, la giunzione base-emettitore si accende, il BJT passa in conduzione e vale perciò la relazione  $V_{CE} = V_{CC} - R_C I_C$ : considerando allora che la  $V_{CE}$  era inizialmente pari a  $V_{CC}$ , essa comincia adesso a scendere a causa della caduta progressiva di tensione su  $R_C$ ; siamo adesso certi che il BJT sia in ZAD, per cui, tenendo conto che risulta anche  $V_i = V_{BE} + R_B I_B$ , possiamo scrivere che

$$V_O = V_{CE} = V_{CC} - \frac{R_C \beta_F}{R_B} (V_i - V_{BE})$$

Questa equazione corrisponde al “tratto inclinato” raffigurato nella caratteristica;

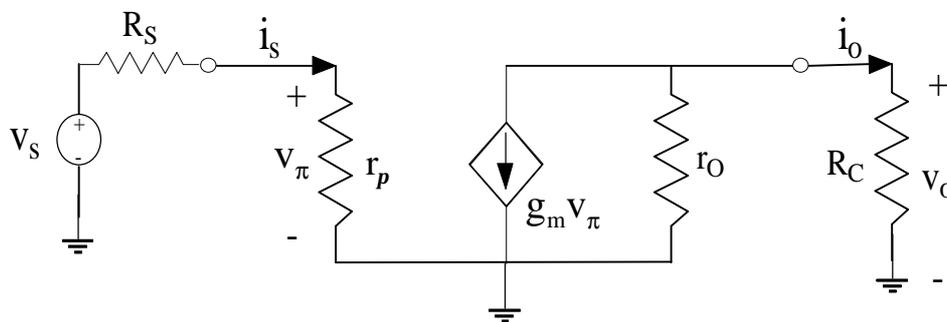
- man mano che  $V_i$  aumenta,  $V_{CE}$  diminuisce, ossia diminuisce  $V_{BC}$ , e si arriva al punto in cui  $V_{BC}$  diventa negativa; a questo punto, entrambe le giunzioni sono polarizzate direttamente e quindi il BJT passa in zona di *saturazione*: in questa condizione, la corrente  $I_C$  si mantiene praticamente costante e quindi si mantiene anche costante la tensione di uscita, che si assesta sul valore  $V_{CE,sat}$ .

Il tratto di caratteristica di trasferimento che viene sfruttato nelle applicazioni analogiche è chiaramente quello inclinato, il quale indica che l'uscita risulta sia invertita di fase rispetto all'ingresso e sia anche amplificata secondo il fattore approssimato  $\frac{R_C \beta_F}{R_B}$ .

## Analisi di piccolo segnale

La ricerca del punto di lavoro e la determinazione della caratteristica di trasferimento di un circuito costituiscono la cosiddetta **analisi di grande segnale** (o "analisi in continua" o "analisi in DC") del circuito e forniscono delle prime indicazioni importanti circa il suo comportamento in continua. Le altre indicazioni vengono invece dalla **analisi di piccolo segnale** (o "analisi in alternata" o "analisi in AC"), la quale serve a calcolare il guadagno di tensione  $v_o/v_s$  del circuito, il guadagno di corrente  $i_o/i_s$ , la resistenza di uscita e la resistenza di ingresso.

Per condurre l'analisi per piccolo segnale, è necessario sostituire al transistor il suo *circuito equivalente per piccolo segnale*. Nel caso del BJT, il circuito equivalente per piccolo segnale è quello a  **$\pi$ -ibrido**. Utilizzando tale circuito, con alcune semplificazioni volte a trascurare le resistenze più elevate e le capacità, il circuito che si ottiene è fatto nel modo seguente:



N.B. Ricordiamo che, nel circuito equivalente del BJT, è stata trascurata la resistenza  $r_\mu = \beta F_{rO}$  posta tra la base e il collettore, che ha un valore generalmente molto elevato, e sono inoltre stati trascurati tutti gli effetti dovuti alle capacità parassite, in quanto l'analisi che facciamo, per il momento, è limitata alle frequenze tali da non eccitare in modo rilevante gli effetti capacitivi del transistor.

## Guadagno di tensione

Per prima cosa, siamo interessati a calcolare il **guadagno di tensione**  $A_v = \frac{v_o}{v_s}$ .

La tensione di uscita  $v_o$  (che corrisponde in questo caso alla tensione di collettore ed anche, essendo l'emettitore a massa, alla tensione  $v_{ce}$ ) è quella ai capi del parallelo tra  $r_o$  ed  $R_C$ ; considerando che tale parallelo è alimentato dalla corrente  $-g_m v_\pi$  fornita dal generatore pilotato abbiamo che

$$v_o = -g_m v_\pi (r_o // R_C)$$

D'altro canto, la tensione  $v_\pi$  è quella che si ottiene applicando il partitore della tensione  $v_s$  su  $r_\pi$ : abbiamo cioè  $v_\pi = \frac{r_\pi v_s}{r_\pi + R_S}$  e quindi, sostituendo nell'espressione della tensione di uscita, otteniamo

$$v_o = -g_m \left( \frac{r_\pi v_s}{r_\pi + R_s} \right) (r_o // R_c)$$

Sostituendo nell'espressione di  $A_v$ , otteniamo evidentemente che

$$A_v = \frac{v_o}{v_s} = -g_m \left( \frac{r_\pi}{r_\pi + R_s} \right) (r_o // R_c) = -g_m \frac{1}{1 + \frac{R_s}{r_\pi}} \frac{1}{\frac{1}{R_c} + \frac{1}{r_o}}$$

Considerando infine che la resistenza di ingresso del BJT ha espressione  $r_\pi = \beta/g_m$ , possiamo concludere che il guadagno di tensione vale

$$A_v = - \frac{1}{\frac{1}{g_m} + \frac{R_s}{\beta}} \frac{1}{\frac{1}{R_c} + \frac{1}{r_o}}$$

Questa relazione si presta a diverse considerazioni. In primo luogo, sappiamo ormai bene che la presenza del segno negativo nell'espressione di  $A_v$  indica semplicemente che la tensione di uscita è in opposizione di fase rispetto a quella in ingresso; quindi, lo stadio considerato si comporta da **invertitore di tensione** e, nel caso in cui  $A_v > 1$ , anche da amplificatore di tensione.

Inoltre, fissate le  $R_s$  e la  $R_c$ , si osserva che *per ottenere un alto valore del guadagno è opportuno avere una  $r_p$  molto più alta di  $R_s$ .*

Facendo allora l'ipotesi che sia  $R_s \ll r_\pi$  (come spesso accade), possiamo riscrivere il guadagno di tensione nella forma approssimata

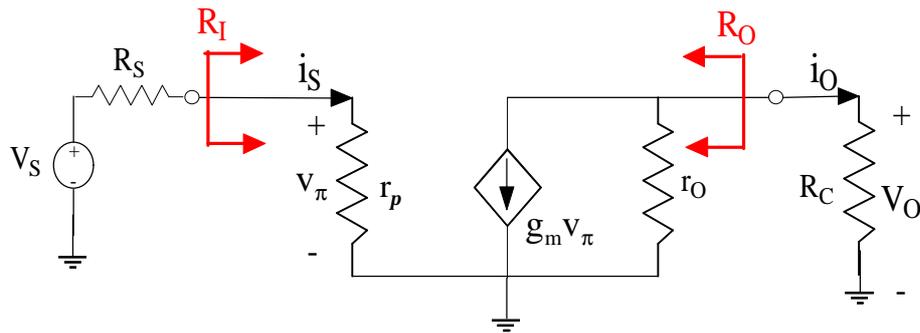
$$A_v \cong - \frac{g_m}{\frac{1}{R_c} + \frac{1}{r_o}} = -g_m (r_o // R_c)$$

In questa formula è interessante osservare quanto segue: quando  $r_o \gg R_c$ , nel parallelo prevale  $R_c$  e quindi il guadagno vale approssimativamente  $A_v = -g_m R_c$ , mentre, quando  $r_o \ll R_c$ , il guadagno vale approssimativamente  $A_v = -g_m r_o$ .

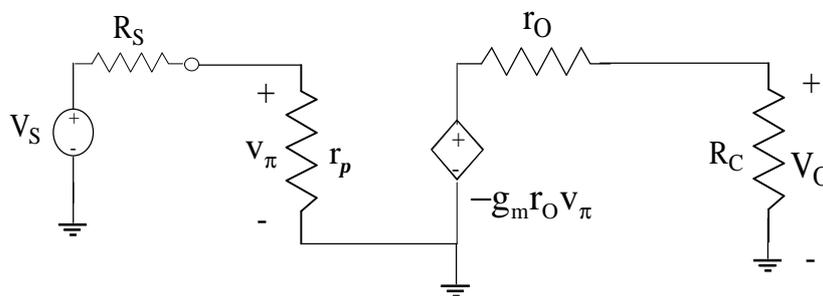
In pratica, quindi, *agendo sul valore di  $r_o$  e/o di  $R_c$ , è possibile vincolare o meno il valore del guadagno al carico  $R_c$* : vedremo in seguito che la  $R_c$  (che, ricordiamo, influenza anche la polarizzazione) può essere spesso aumentata in modo considerevole (usando i cosiddetti *carichi attivi*).

## Resistenza di uscita e resistenza di ingresso

E' immediato accorgersi che, *nello stadio ad emettitore comune, la  $r_p$  rappresenta la resistenza di ingresso  $R_i$  dell'amplificatore, mentre  $r_o$  rappresenta la resistenza di uscita  $R_o$  dell'amplificatore (vista da  $R_c$ )*:



Possiamo allora utilizzare il modello generale di un amplificatore di tensione, sostituendo i rispettivi valori della resistenza di ingresso, della resistenza di uscita e del guadagno a vuoto:

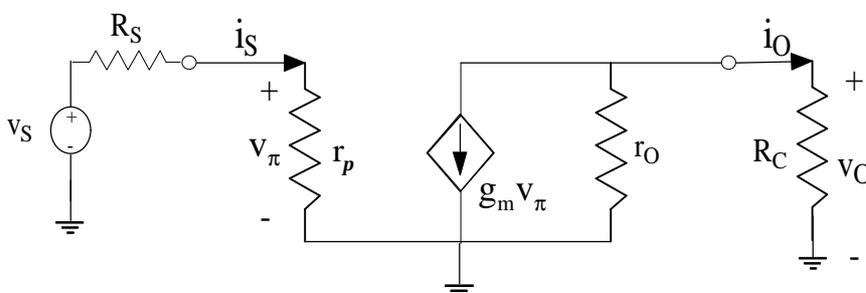


Si comprende ora il motivo per cui il guadagno di tensione è tanto migliore quanto maggiore è il valore della  $r_{\pi}$ : una resistenza di ingresso alta corrisponde infatti alla possibilità di pilotare l'amplificatore con una frazione elevata del segnale  $v_s$  in ingresso.

Per quanto riguarda, invece, la  $r_o$ , la cosa diventa più complicata, perché essa compare anche nell'espressione del guadagno a vuoto: diminuendo la  $r_o$ , diminuisce la resistenza di uscita, ma diminuisce anche il guadagno a vuoto.

## Guadagno di corrente

Riprendiamo il circuito equivalente, per piccolo segnale, dello stadio ad emettitore comune:



Così come prima abbiamo calcolato il guadagno di tensione dello stadio, possiamo anche calcolare il **guadagno di corrente**, inteso come  $A_I = \frac{i_{OUT}}{i_{IN}} = \frac{i_O}{i_S}$ , dove, evidentemente, la corrente di uscita è quella di collettore, mentre quella di ingresso è quella di base.

La corrente di uscita è prodotta dalla partizione della  $-g_m v_\pi$  tra le resistenze  $R_C$  ed  $r_o$ , per cui

$$i_O = -g_m v_\pi \frac{1}{1 + \frac{R_C}{r_o}}$$

D'altra parte, la tensione  $v_\pi$  si può scrivere come  $v_\pi = r_\pi i_S = \frac{\beta}{g_m} i_S$ , per cui l'espressione della corrente di uscita diventa

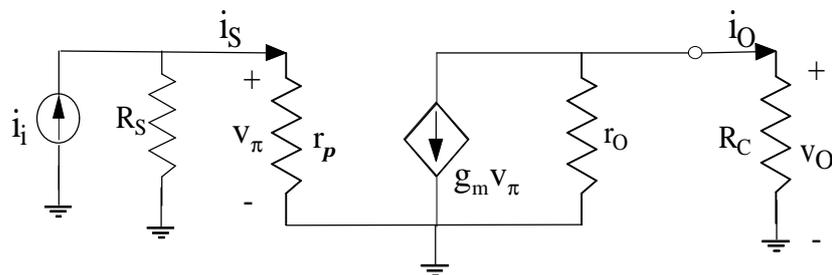
$$i_O = -g_m \frac{\beta}{g_m} i_S \frac{1}{1 + \frac{R_C}{r_o}} = -\beta i_S \frac{1}{1 + \frac{R_C}{r_o}}$$

mentre quella del guadagno risulta

$$A_I = -\frac{\beta}{1 + \frac{R_C}{r_o}}$$

Questa relazione indica che il guadagno di corrente è tanto maggiore quanto più piccola è la  $R_C$  rispetto alla  $r_o$ : quindi, possiamo dire che, quando  $r_o \gg R_C$ , lo stadio si comporta come un buon amplificatore di corrente.

In realtà, il discorso non è così semplice, in quanto c'è da considerare anche quello che avviene in ingresso. Per essere più chiari, con riferimento all'ultimo circuito disegnato, sostituiamo la serie tra  $v_S$  ed  $R_S$  mediante il suo equivalente di Norton:



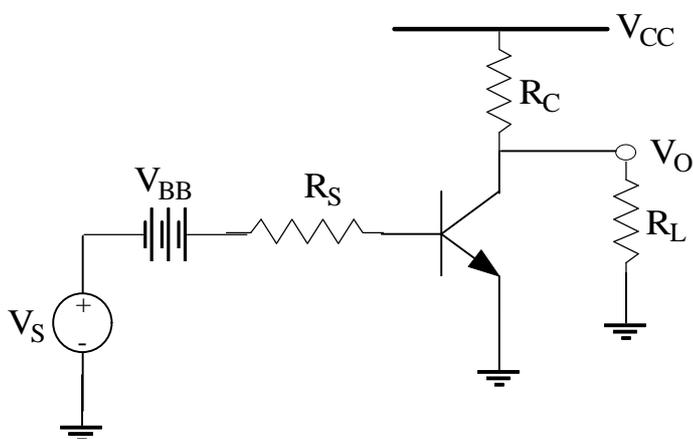
In questo circuito, si osserva come la corrente  $i_S$ , la quale determina il valore della  $v_\pi$ , sia il risultato della partizione della corrente di segnale  $i_i$  tra  $r_\pi$  ed  $R_S$ : di conseguenza, al fine di ottenere una elevata  $v_\pi$  e quindi un elevato guadagno di corrente, occorre anche che  $R_S \gg r_\pi$ . Tale condizione non sempre è verificata, motivo per cui lo stadio ad emettitore comunque non viene praticamente mai usato come amplificatore di corrente.

## Conclusioni

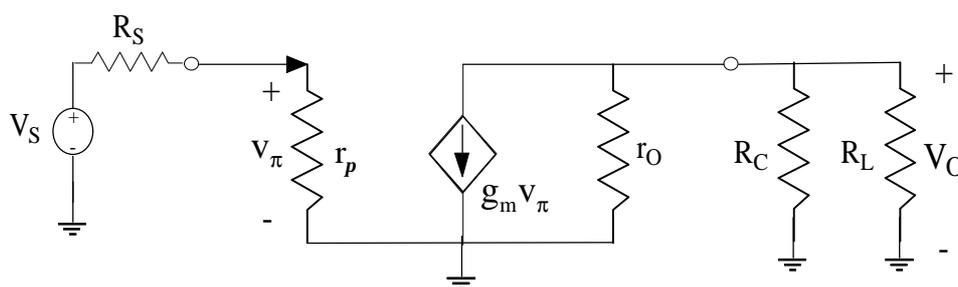
La conclusione che possiamo trarre è dunque che **lo stadio ad emettitore comune non ha un buon comportamento né come amplificatore di tensione né tanto meno come amplificatore di corrente**. Il motivo di ciò, in base all'analisi fatta prima, deriva essenzialmente dal valore intermedio della  $r_\pi$ , la quale non è abbastanza grande per l'amplificatore di tensione o abbastanza piccola per l'amplificatore di corrente.

## Utilizzo di un resistore di carico

E' possibile che, oltre alla resistenza  $R_C$ , ci sia un altro resistore di carico  $R_L$  ai capi del quale viene a trovarsi la tensione di uscita, secondo la seguente configurazione circuitale:



E' chiaro che la situazione, dal punto di vista del guadagno di tensione e di corrente, non cambia molto, in quanto, nel disegnare il circuito equivalente per piccolo segnale, la  $R_L$  viene semplicemente a trovarsi in parallelo ad  $R_C$ :



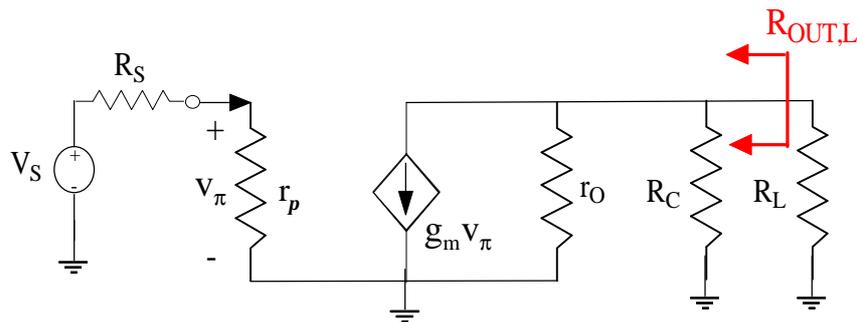
Di conseguenza, l'espressione generale del guadagno di tensione diventa

$$A_v = - \frac{1}{\frac{1}{g_m} + \frac{R_S}{\beta}} \frac{1}{\frac{1}{(R_C // R_L)} + \frac{1}{r_o}} = - \frac{1}{\frac{1}{g_m} + \frac{R_S}{\beta}} (r_o // R_C // R_L) \cong -g_m (r_o // R_C // R_L)$$

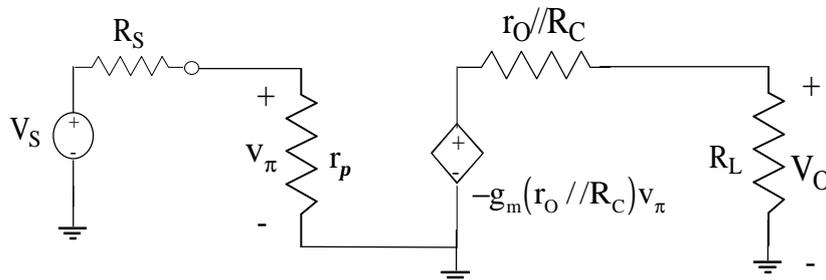
mentre quella del guadagno di corrente diventa

$$A_1 = - \frac{\beta}{1 + \frac{(R_C // R_L)}{r_o}} r_o$$

Una osservazione importante da fare, circa lo stadio ad emettitore comune con  $R_L$ , riguarda la resistenza di uscita: infatti, mentre la resistenza di ingresso non risente della presenza di  $R_L$  (cioè rimane pari a  $r_\pi$ ), è chiaro che *la resistenza di uscita vista da  $R_L$  vale adesso  $R_{OUT,L} = R_C // r_o$  e coincide con  $r_o$  quando  $R_C$  è sufficiente più grande di  $r_o$ , o, viceversa, coincide con  $R_C$  quando  $R_C$  è sufficiente più piccola di  $r_o$ .*



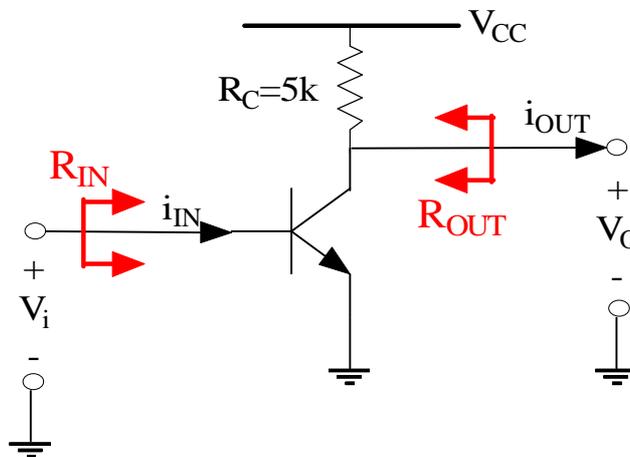
Se, allora, volessimo usare ancora una volta il modello incrementale generale di un amplificatore di tensione, avremmo quanto segue:



Spesso, viene esplicitamente detto di ritenere  $r_o = \infty$  (il che equivale a trascurare l'effetto Early del BJT) ed in questo caso risulta ovviamente  $r_o // R_C = R_C$ .

## Esempio numerico

Sia dato il circuito rappresentato in figura:



Sapendo che  $I_C=100(\text{mA})$  e che  $\beta=100$  e considerando  $r_o=\infty$ , calcolare la resistenza di ingresso  $R_{IN}$ , la resistenza di uscita  $R_{OUT}$ , il guadagno di tensione  $v_o/v_i$  e il guadagno di corrente  $i_o/i_{IN}$  dello stadio.

Il circuito considerato è un semplicissimo stadio ad emettitore comune che presenta alcune utili semplificazioni: in primo luogo, viene fornito il valore della corrente di collettore in continua (che serve per valutare i parametri incrementali del BJT), il che ci evita di determinare il punto di lavoro del circuito; in secondo luogo, viene concesso di ritenere infinita la resistenza di uscita del BJT (il che equivale a considerare assente l'effetto Early). Possiamo perciò determinare con facilità le quantità richieste.

Cominciamo dalla resistenza di ingresso, che sappiamo essere pari alla  $r_\pi$  del transistor:

$$R_{IN} = r_\pi = \frac{\beta}{g_m} = \frac{\beta V_T}{I_C} = 26(\text{k}\Omega)$$

Per quanto riguarda, invece, la resistenza di uscita, abbiamo visto che vale  $R_{OUT} = R_C // r_o$ : tuttavia, nell'ipotesi di ritenere  $r_o=\infty$ , è chiaro che  $R_{OUT} = R_C = 5(\text{k}\Omega)$ .

L'espressione ricavata in precedenza per il guadagno di tensione è invece

$$A_v = - \frac{1}{\frac{1}{g_m} + \frac{R_s}{\beta}} \frac{1}{\frac{1}{R_C} + \frac{1}{r_o}}$$

ma è riferita alla presenza di una resistenza serie per il segnale in ingresso. In questo caso, invece, ci si riferisce direttamente al segnale applicato alla base (cioè alla  $v_\pi$ ), per cui l'espressione diventa semplicemente

$$A_v = -g_m \frac{1}{\frac{1}{R_C} + \frac{1}{r_o}}$$

Inoltre, sempre l'ipotesi per cui  $r_o = \infty$  comporta che tale espressione si possa ulteriormente semplificare:

$$A_v = -g_m R_C = -19.2$$

Abbiamo ottenuto un valore tutto sommato discreto del guadagno di tensione; esso è legato al valore della  $R_C$  sia esplicitamente, dato che la  $R_C$  compare nella formula, sia anche implicitamente: infatti, la  $R_C$  influisce sul valore della  $I_C$  nel punto di polarizzazione e quindi sul valore della  $g_m$ . Questo per dire che un eventuale aumento di  $R_C$  non necessariamente comporta un aumento di  $A_v$ .

Per concludere, il guadagno di corrente: l'espressione ricavata in precedenza è

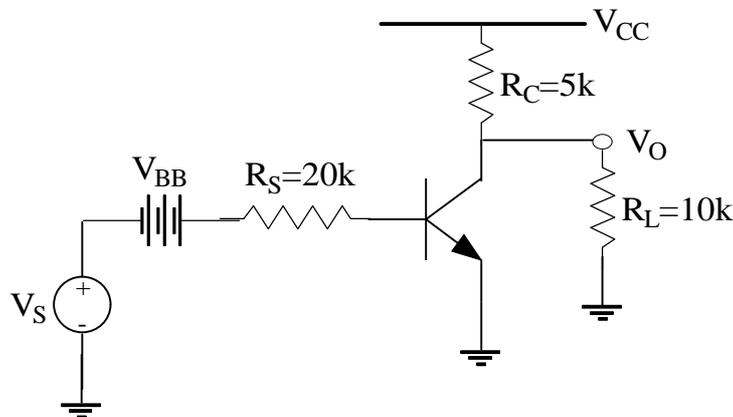
$$A_i = -\frac{\beta}{1 + \frac{R_C}{r_o}}$$

Ovviamente, considerando che  $r_o = \infty$ , risulta  $A_i = -\beta = -100$  e questo è un ottimo valore, ottenuto però in una ipotesi (quella di  $r_o = \infty$ ) tutt'altro che realistica.

Facciamo infine osservare che la presenza del segno negativo nel guadagno di tensione è dovuta solo al fatto che la corrente di uscita  $i_o$  è stata presa diretta verso il carico; prendendola in verso opposto, torna il segno positivo.

## Esempio numerico

Sia dato il circuito rappresentato in figura:



Assumendo che  $V_{BB}$  sia regolata in modo tale che  $I_C = 100(\text{mA})$ , prendendo  $\beta = 100$  e considerando  $r_o = \infty$ , calcolare il guadagno di tensione  $v_o/v_s$ .

Il circuito è lo stesso dell'esempio precedente, con in più un resistore di carico  $R_L$  da  $10\text{k}\Omega$  sul collettore.

L'espressione del guadagno richiesto è quella trovata in precedenza, ossia

$$A_v = -\frac{1}{\frac{1}{g_m} + \frac{R_S}{\beta}} \frac{1}{\left(\frac{R_C}{\beta} // R_L\right) + \frac{1}{r_o}}$$

Dato che  $r_o = \infty$ , abbiamo che

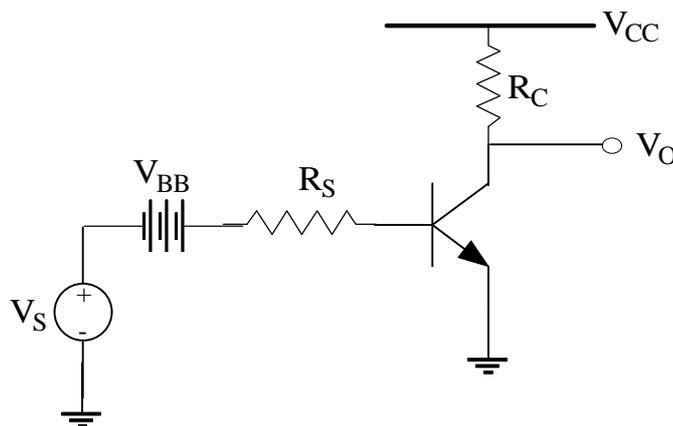
$$A_v = -\frac{(R_C // R_L)}{\frac{1}{g_m} + \frac{R_s}{\beta}} = -\frac{(10\text{k}\Omega)(5\text{k}\Omega)}{(10\text{k}\Omega) + (5\text{k}\Omega)} = -7.25$$

Facciamo osservare che, in questo esempio, è stato ottenuto un valore del guadagno di tensione minore rispetto all'esempio precedente. Il motivo è semplicemente nel fatto che, mentre nell'esempio precedente è stato calcolato il guadagno con riferimento direttamente alla tensione in ingresso al BJT (cioè, in definitiva, la  $v_\pi$ ), in questo caso si è fatto riferimento alla tensione di segnale  $v_s$ , la quale, come è stato visto in precedenza, si ripartisce tra  $R_s$  e  $r_\pi$ : il fatto che la  $R_s$  sia molto grande (addirittura confrontabile con la  $r_\pi$ , che vale  $26\text{k}\Omega$  come calcolato nell'esempio precedente) comporta chiaramente un degrado del guadagno.

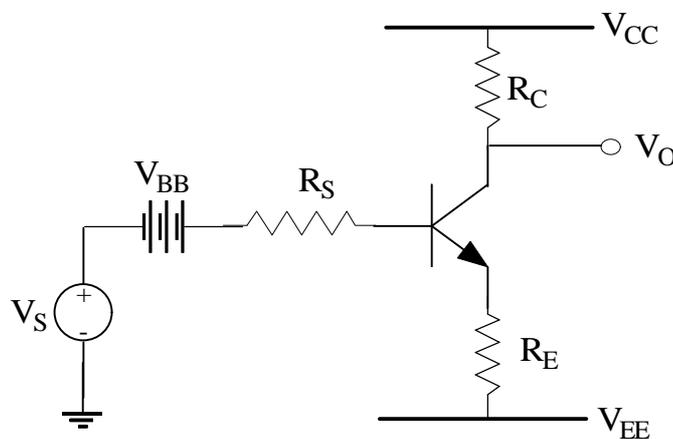
## Stadio a degenerazione di emettitore

### Descrizione del circuito

Consideriamo nuovamente allo stadio ad emettitore comune:



Abbiamo osservato che l'inconveniente fondamentale di questo stadio, quando lo si vuole impiegare come amplificatore di tensione, è un valore della resistenza di ingresso  $R_i = r_\pi$  non particolarmente elevato. *Un possibile modo per aumentare la resistenza di ingresso dello stadio è quello di porre, tra l'emettitore e la massa, una resistenza  $R_E$ :*



Così come vedremo tra poco nei dettagli, le differenze tra questo circuito e quello senza la  $R_E$  sono un minor guadagno di tensione (il che corrisponde ad una maggiore dinamica di ingresso), una maggiore resistenza di ingresso ed una maggiore resistenza di uscita.

## Punto di lavoro e caratteristica statica ingresso-uscita in tensione

Così come abbiamo fatto per lo stadio ad emettitore comune, partiamo dall'analisi per grandi segnali e, in particolare, dalla *determinazione del punto operativo*, che non cambia di molto rispetto al caso in cui  $R_E$  è assente: applicando, infatti, la LKT alla maglia di ingresso, abbiamo che

$$V_{BB} = R_S I_B + V_{BE} + R_E I_E = R_S I_B + V_{BE} + R_E (I_B + I_C) = (R_S + R_E) I_B + V_{BE} + R_E I_C$$

Assumendo che le alimentazioni  $V_{BB}$  e  $V_{CC}$  siano tali da portare il BJT in ZAD, possiamo porre  $V_{BE}=0.7V$  e  $I_B=I_C/\beta$ , per cui

$$V_{BB} = \left( \frac{R_S + R_E}{\beta} + R_E \right) I_C + V_{BE}^Q \longrightarrow I_C^Q = \frac{V_{BB} - V_{BE}^Q}{\frac{R_S + R_E}{\beta} + R_E} \longrightarrow I_B^Q = \frac{I_C^Q}{\beta} = \frac{V_{BB} - V_{BE}^Q}{R_S + (1 + \beta)R_E}$$

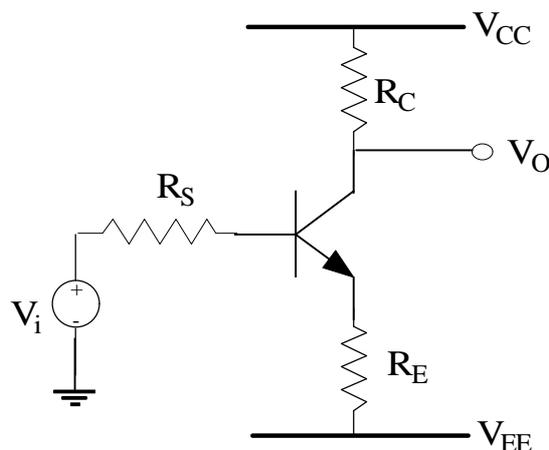
Applicando inoltre la LKT alla maglia di uscita, otteniamo

$$V_{CC} = R_C I_C + V_{CE} + R_E I_E = R_C I_C + V_{CE} + R_E (I_B + I_C) = R_C I_C + V_{CE} + R_E \left( \frac{1}{\beta} + 1 \right) I_C$$

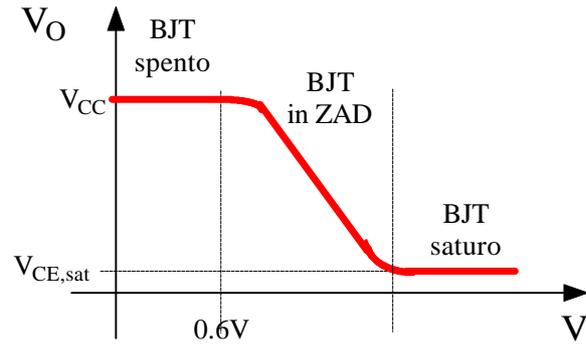
da cui deduciamo che

$$V_{CE}^Q = V_{CC} - \left[ R_C + R_E \left( \frac{1}{\beta} + 1 \right) \right] I_C^Q$$

Una volta individuato il punto di lavoro, dobbiamo individuare la *caratteristica statica ingresso-uscita in tensione*, ossia il legame che intercorre tra la tensione di ingresso  $V_i=V_{BB}+V_S$  e la tensione di uscita  $V_O$ , al variare di  $V_i$  e per una tensione di alimentazione  $V_{CC}$  fissata:



La caratteristica è ovviamente dello stesso tipo di quella trovata per lo stadio ad emettitore comune:



Vediamo di spiegare il perché di questa caratteristica:

- quando la tensione di ingresso è nulla, il BJT è nello stato di interdizione e non fluisce alcuna corrente di collettore (si può trascurare la corrente di saturazione inversa  $I_{CO}$ ): non c'è allora caduta di tensione su  $R_C$  e la tensione di uscita, che corrisponde alla tensione di collettore, vale proprio  $V_{CC}$ ;
- la situazione rimane invariata fin quando la tensione di ingresso non supera il valore di circa 0.6V necessario ad accendere la giunzione base-emettitore: quando  $V_i$  supera il valore di 0.6V, la giunzione base-emettitore si accende, il BJT passa in conduzione e vale perciò la relazione  $V_{CC} = R_C I_C + V_O$ , ottenuta applicando la LKT alla maglia di uscita. Considerando allora che la  $V_{CE}$  era inizialmente pari a  $V_{CC}$  e comincia adesso a scendere a causa della caduta progressiva di tensione su  $R_C$ , siamo certi che il BJT sia ora in ZAD, per cui quella relazione può anche essere riscritta nella forma

$$V_O = V_{CC} - \frac{R_C}{\beta} I_B$$

Applicando inoltre LKC alla maglia di ingresso, si ottiene che

$$V_i = V_{BB} = R_S I_B + V_{BE} + R_E I_E = R_S I_B + V_{BE} + R_E (\beta + 1) I_B = [R_S + R_E (\beta + 1)] I_B + V_{BE}$$

da cui ricaviamo che  $I_B = \frac{V_i - V_{BE}}{R_S + R_E (\beta + 1)}$ : sostituendo nell'espressione di  $V_O$ , otteniamo dunque che

$$V_O = V_{CC} - \frac{R_C}{\beta} \frac{V_i - V_{BE}}{R_S + R_E (\beta + 1)} = V_{CC} + \frac{R_C}{\beta} \frac{V_{BE}}{R_S + R_E (\beta + 1)} - \frac{R_C / \beta}{R_S + R_E (\beta + 1)} V_i$$

Questa equazione corrisponde al “tratto inclinato” della caratteristica: essa indica fondamentalmente che la tensione di uscita è proporzionale a quella di ingresso secondo un coefficiente  $-\frac{R_C / \beta}{R_S + R_E (\beta + 1)}$ : confrontando questo coefficiente con quello che abbiamo trovato per lo stadio ad emettitore comune, che valeva  $-\frac{R_C \beta}{R_S}$ , ci accorgiamo subito che il guadagno statico è diminuito, a

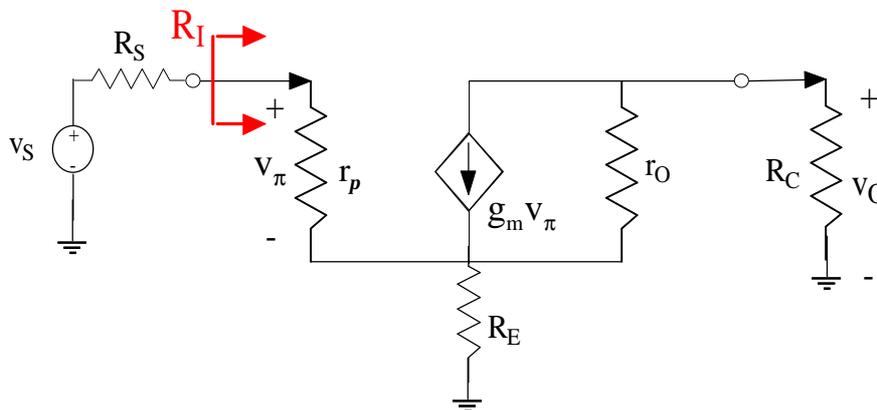
causa del termine  $R_E(\beta+1)$  presente a denominatore e legato alla presenza della  $R_E$ ;

- man mano che  $V_i$  aumenta e  $V_{CE}$  diminuisce verso il valore zero, la tensione  $V_{BC}$  applicata alla giunzione base-collettore diminuisce anch'essa fino a diventare negativa; a questo punto, entrambe le giunzioni sono polarizzate direttamente e quindi il BJT passa in zona di saturazione: la corrente  $I_C$  si mantiene ora praticamente costante e quindi si mantiene anche costante la tensione di uscita, che si assesta sul valore  $V_{CE,sat}$  (cui andrebbe aggiunta la caduta su  $R_E$ , che però è piccola in quanto è piccola la  $I_E$ ).

## Analisi di piccolo segnale

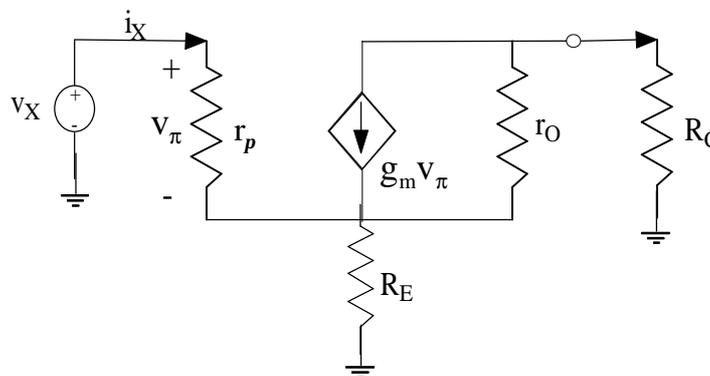
Terminata l'analisi per grandi segnali, passiamo a quella per piccoli segnali, che ci servirà ad evidenziare meglio pregi e difetti dello stadio a degenerazione di emettitore rispetto allo stadio ad emettitore comune.

Andiamo dunque a passivare le alimentazioni ed a sostituire al BJT con il suo circuito equivalente per piccolo segnale:



Ci occupiamo, per prima cosa, della resistenza di ingresso dello stadio. Per fare questo calcolo, applichiamo la solita definizione: dopo aver passivato ogni eventuale ingresso indipendente nel circuito (nel nostro caso non ce ne sono), bisogna porre un generatore di tensione  $v_x$  nel punto in cui si vuole calcolare tale resistenza, calcolare la corrispondente corrente  $i_x$  assorbita dal circuito e fare il rapporto  $v_x/i_x$ .

Il circuito su cui dobbiamo ragionare è dunque il seguente:



Possiamo intanto applicare le leggi di Kirchoff (LKT e LKC) per scrivere che

$$v_X = v_\pi + R_E i_{RE} = r_\pi i_X + R_E (i_X + g_m v_\pi) + i_{RO} = r_\pi i_X + R_E (i_X + g_m r_\pi i_X) + i_{RO}$$

Trascurando il contributo della corrente che proviene dalla  $r_O$ , possiamo dunque scrivere che

$$R_I = \frac{v_X}{i_X} = r_\pi + R_E (1 + g_m r_\pi)$$

Ricordando inoltre che  $r_\pi = \beta / g_m$ , possiamo concludere che la resistenza di ingresso dello stadio vale

$$R_I = r_\pi + R_E (\beta + 1)$$

Questa formula indica chiaramente che *la resistenza di ingresso è aumentata del termine additivo  $R_E (\beta + 1)$  rispetto al valore  $r_\pi$  che si aveva in assenza della  $R_E$ .*

Possiamo anche trovare un'altra espressione della  $R_I$ , che si rivelerà utile più avanti: partendo dalla relazione  $R_I = r_\pi + R_E (1 + g_m r_\pi)$ , se trascuriamo il termine additivo 1 nella parentesi, possiamo infatti scrivere che

$$R_I \cong r_\pi (1 + g_m R_E)$$

ed anche questa formula mette (ovviamente) in evidenza l'aumento della  $R_I$ .

Vedremo in seguito che l'espressione di questa resistenza coincide con quella di un **inseguitore di emettitore** (cioè di uno stadio a collettore comune) avente resistenza di carico  $R_E$ .

*La presenza della  $R_E$  non ha, come unico effetto, quello di aumentare  $R_I$ : dal circuito per piccolo segnale o direttamente dall'espressione di  $R_I$  si osserva, infatti, che la tensione di segnale  $v_S$ , anziché ripartirsi solo tra  $R_S$  e  $r_\pi$ , come avveniva nello stadio ad emettitore comune, si ripartisce adesso tra  $R_S$ ,  $r_\pi$  e un'altra resistenza di valore  $R_E (\beta + 1)$  (in base al teorema di trasferimento di una resistenza in un ramo a corrente maggiore):*

$$v_\pi = \frac{r_\pi}{R_S + r_\pi + (\beta + 1)R_E} v_S$$

In assenza della  $R_E$ , invece, la tensione pilota del generatore era  $v_\pi = \frac{r_\pi}{R_S + r_\pi} v_S$ : abbiamo perciò trovato che *la tensione pilota del generatore risulta degradata rispetto al valore che aveva in assenza della  $R_E$ .*

Questo fatto comporta due conseguenze: la prima è che aumenta, rispetto sempre allo stadio ad emettitore comune, la dinamica di ingresso, visto che la porzione di segnale  $v_S$  che pilota lo stadio è diminuita; contemporaneamente, si ha una diminuzione del guadagno di tensione (da cui appunto la denominazione di

**stadio a "degenerazione" di emettitore):** tale guadagno, in base all'espressione trovata per  $v_\pi$  e trascurando per semplicità la  $r_o$ , vale infatti

$$A_V = \frac{v_O}{v_S} \cong \frac{-R_C g_m v_\pi}{v_S} = \frac{-R_C g_m r_\pi}{R_S + r_\pi + (\beta + 1)R_E} = -\frac{R_C \beta}{R_S + r_\pi + (\beta + 1)R_E} =$$

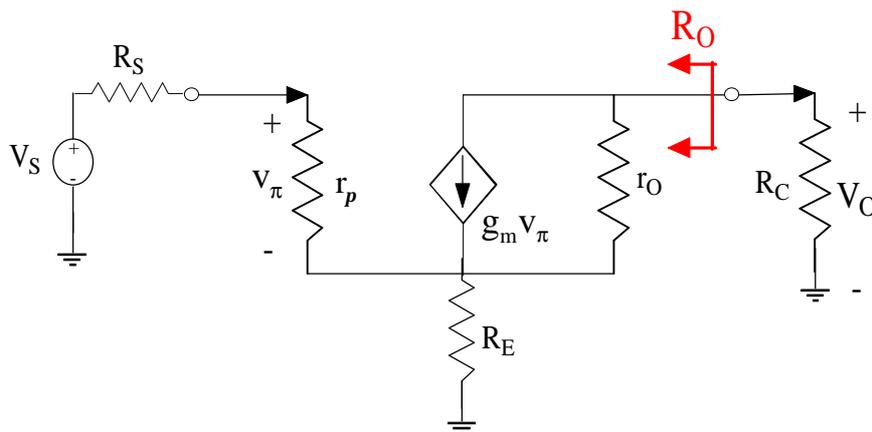
$$= -\frac{R_C}{\frac{R_S}{\beta} + \frac{1}{g_m} + \left(\frac{\beta + 1}{\beta}\right)R_E} \cong -\frac{R_C}{\frac{R_S}{\beta} + \frac{1}{g_m} + R_E}$$

Spesso, il termine  $R_S/\beta$  risulta trascurabile rispetto agli altri, per cui possiamo concludere che il guadagno di tensione di uno stadio a degenerazione di emettitore vale approssimativamente

$$A_V \cong -\frac{R_C}{\frac{1}{g_m} + R_E} = -\frac{g_m R_C}{1 + g_m R_E}$$

e da qui si evidenzia la diminuzione rispetto al valore  $A_V = -g_m R_C$  trovato per lo stadio ad emettitore comune.

Infine, possiamo verificare che la presenza della  $R_E$  influisce anche sul valore della resistenza di uscita dello stadio vista dal terminale di collettore:



Facendo i soliti conti e le solite approssimazioni, è facile trovare che la resistenza di uscita vista guardando "dentro" il collettore (cioè vista dalla  $R_C$ ), è

$$R_O = r_o \left( 1 + g_m R_E \parallel (r_\pi + R_S) \right) + R_E \parallel (r_\pi + R_S)$$

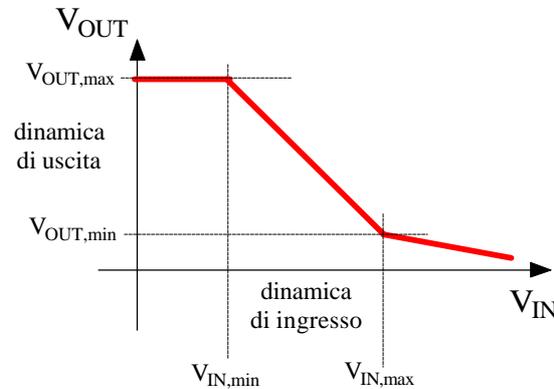
dal che si deduce che *la resistenza di uscita è notevolmente aumentata rispetto al valore  $r_o$  che aveva in assenza della  $R_E$*  <sup>(1)</sup>.

La conclusione che possiamo dunque trarre è che *il pregio dello stadio a degenerazione di emettitore, impiegato come amplificatore di tensione, è nella elevata resistenza di ingresso, mentre i difetti sono nel basso valore del guadagno di tensione e nell'alto valore della resistenza di uscita.*

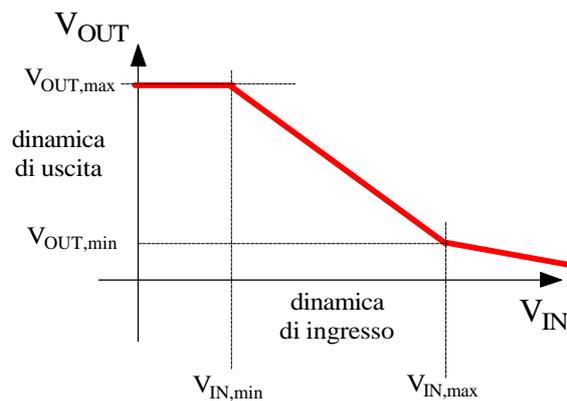
<sup>1</sup> Ricordiamo che il fatto di avere una resistenza di uscita molto elevata rende desiderabile utilizzare la degenerazione di emettitore nei generatori di corrente a transistor: infatti, dire che è alta la resistenza di uscita significa dire che sono basse le variazioni della corrente di uscita dovute a variazioni della tensione di uscita

Come detto prima, avere una maggiore resistenza di ingresso ed un minore guadagno equivale ad avere, per il circuito, una dinamica di ingresso più ampia:

- in assenza della  $R_E$ , la caratteristica di trasferimento in tensione del circuito (ricavata già in precedenza) è fatta nel modo seguente:



- in presenza della  $R_E$ , invece, questa caratteristica diventa la seguente:

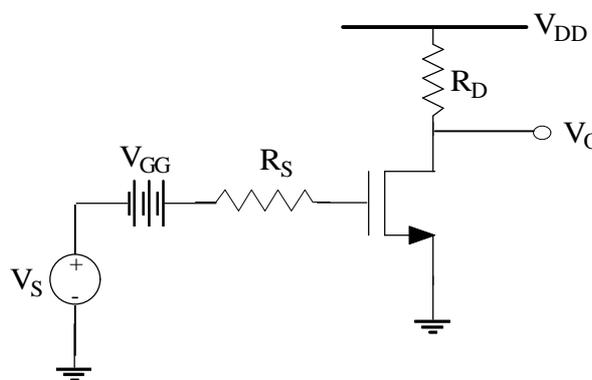


La “struttura invertente” è sempre presente: tuttavia, quanto maggiore è il valore della  $R_E$ , tanto più il guadagno di tensione diminuisce (ossia diminuisce la pendenza del tratto corrispondente al BJT in ZAD) e quindi tanto più aumenta la dinamica di ingresso, il che significa che tanto maggiori sono le escursioni tollerate del punto di lavoro rispetto al valore in continua.

## Stadio a source comune

### Descrizione del circuito

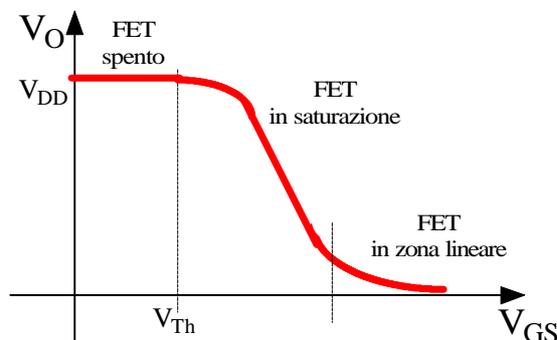
Il problema della  $r_{\pi}$  non sufficientemente elevata, come resistenza di ingresso, perché lo stadio invertitore a emettitore comune si comporti da buon amplificatore di tensione viene del tutto eliminato se si usa il cosiddetto **"invertitore a source comune"**, ossia un circuito del tutto analogo all'emettitore comune, ma con un FET al posto del BJT. Per esempio, se come FET usiamo un MOSFET a canale n (ad arricchimento) e come carico usiamo semplicemente un resistore  $R_D$  (*carico passivo*), il circuito è fatto nel modo seguente:



Anche questo stadio è stato ampiamente analizzato in precedenza, per cui ci limitiamo ancora una volta alle considerazioni fondamentali.

### Punto di lavoro e caratteristica di trasferimento

La determinazione del punto di lavoro per un circuito di quel tipo è immediata se si tiene conto che è nulla la corrente di gate, per cui  $V_{GS} = V_{GG}$ . Per quanto riguarda la caratteristica di trasferimento in tensione, ci limitiamo a riportarla così come è stata ricavata in precedenza:



Circa questa caratteristica, è opportuno fare un confronto con quella ottenuta con lo stadio ad emettitore comune:

- in primo luogo, si osserva che la tensione di soglia  $V_{Th}$  del MOSFET è, in pratica, l'analogo della tensione di accensione  $V_\gamma$  del BJT: fin quando la tensione di ingresso  $V_{GG}=V_{GS}$  non supera questo valore, il dispositivo è spento e la tensione di uscita è pari a quella di polarizzazione;
- al contrario, la differenza principale è nella pendenza del tratto inclinato, che è sempre abbastanza minore rispetto a quella dello stadio ad emettitore comune, in conseguenza di un minor valore, nel FET, della transconduttanza. Ciò comporta che *il guadagno dello stadio a source comune, a parità di resistenze di carico, sia inferiore a quello dell'emettitore comune e quindi che la dinamica di ingresso sia più estesa*. Naturalmente, il fatto che la dinamica di ingresso di uno stadio a source comune sia abbastanza estesa suggerisce l'impiego di questo stadio come stadio di ingresso per un amplificatore a più stadi.

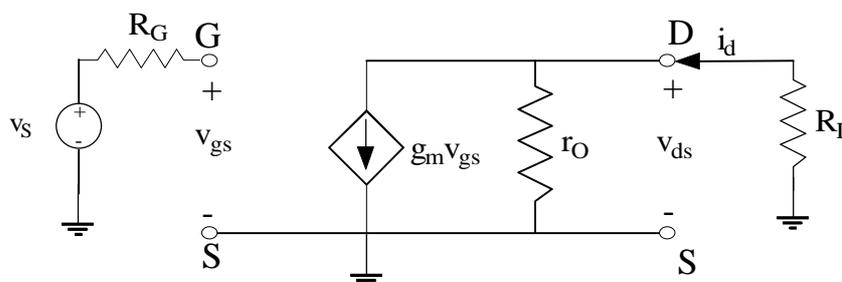
Ricordiamo, inoltre, che il tratto di caratteristica corrispondente al FET in zona di saturazione è rappresentato, analiticamente, dalla formula

$$V_{OUT} = V_{DD} - kR_D (V_{GG} - V_{Th})^2$$

che indica una dipendenza quadratica (e non lineare come nel caso del BJT) della tensione di uscita da quella di ingresso.

## Analisi di piccolo segnale

Il circuito equivalente per piccoli segnali dello stadio a source comune si ottiene, come al solito, passivando le tensioni di polarizzazione  $V_{GG}$  e  $V_{DD}$  e sostituendo al FET il suo circuito equivalente per piccoli segnali:



Il pregio del FET (sia esso un MOSFET o un JFET) è evidentemente il fatto che esso, avendo il gate virtualmente isolato (cioè non attraversato da corrente), presenta una resistenza di ingresso infinita: questo comporta che il dispositivo non assorba corrente in ingresso e quindi che la tensione  $v_{gs}$  pilota del generatore di corrente sia esattamente pari alla tensione di segnale  $v_s$ , con evidente miglioramento del guadagno di tensione.

Questo è il motivo per cui *le FET sono molto utilizzati come amplificatori di tensione*: essi assorbono in ingresso una corrente virtualmente nulla.

Naturalmente, anche uno stadio a FET ha i suoi inconvenienti:

- in primo luogo, non lo si può certo usare come amplificatore di corrente, proprio perché la corrente assorbita in ingresso è comunque nulla (questo

comporta, tra l'altro, che non abbia senso calcolare un guadagno di corrente per uno stadio a FET, in quanto si troverebbe sempre  $\infty$ );

- inoltre, sappiamo che i valori della  $g_m$  sono normalmente inferiori (di circa 1 ordine di grandezza) a quelli che si ottengono, a parità di corrente di polarizzazione, rispetto a quelli nei BJT, il che comporta che gli stadi a FET abbiano generalmente un guadagno minore rispetto ai corrispondenti stadi a BJT.

## Guadagno di tensione

Per il calcolo del guadagno di tensione dello stadio è sufficiente procedere in modo del tutto analogo a quello seguito per lo stadio ad emettitore comune, dato che i rispettivi circuiti equivalenti sono topologicamente identici; la differenza fondamentale è proprio il fatto per cui la resistenza di ingresso del FET è  $\infty$  (mentre nel BJT era la  $r_\pi$ ) e quindi la tensione pilota del generatore coincide con la tensione di segnale (e non con la partizione di quest'ultima su  $r_\pi$  come avveniva nel BJT).

Di conseguenza, si trova (anche questi calcoli sono stati già fatti in precedenza) che il guadagno di tensione dello stadio a source comune è

$$A_v = \frac{v_{ds}}{v_s} = -\frac{g_m}{\frac{1}{r_o} + \frac{1}{R_D}} = -g_m (r_o // R_D)$$

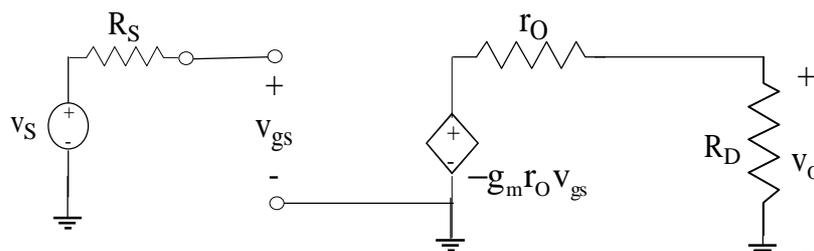
L'espressione è assolutamente analoga a quella trovata per lo stadio invertitore a emettitore comune, per cui anche le considerazioni da fare sono le stesse; ci limitiamo perciò a ripetere l'osservazione fondamentale secondo cui il guadagno viene a dipendere strettamente da  $R_D$  o da  $r_o$  a seconda, rispettivamente, che risulti  $R_D \ll r_o$  oppure  $R_D \gg r_o$ . Nel caso in cui  $R_D \gg r_o$ , ricordando che, per un MOSFET, sussistono le relazioni

$$r_o = \frac{1}{\lambda I_{DS}^Q} \quad g_m = 2\sqrt{k I_{DS}^Q}$$

deduciamo che il valore del guadagno diventa è  $A_v = -\frac{2}{\lambda} \sqrt{\frac{k}{I_{DS}^Q}}$ .

Questa relazione mette in evidenza che *il valore del guadagno di tensione, a parità di  $R_D$ , è tanto maggiore quanto più piccolo è il valore della corrente di polarizzazione.*

In conclusione, possiamo riportare anche in questo caso il modello generale del circuito usato come amplificatore di tensione, sostituendo i valori dei tre parametri  $R_I$ ,  $R_O$  ed  $A$ :



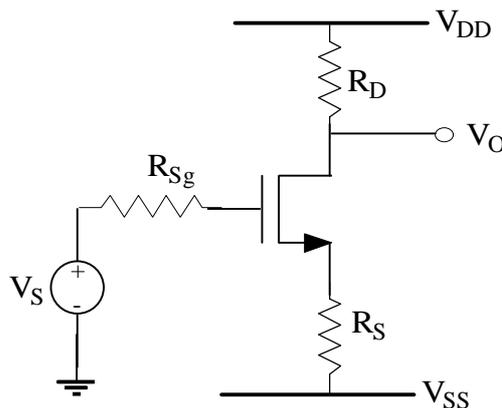
## Metodo dell'equivalente di Thevenin per il segnale

### Introduzione

Nei circuiti esaminati in precedenza e in quelli che saranno esaminati in seguito, c'è spesso il problema del calcolo del *guadagno* di tensione o di quello di corrente: come si è visto, questo calcolo passa essenzialmente per la determinazione, nel circuito equivalente per piccolo segnale dello stadio, della tensione di uscita  $v_o$  o della corrente di uscita  $i_o$ . Esiste allora uno strumento che consente di determinare  $v_o$  e/o  $i_o$  in modo molto più immediato di quello seguito fino ad ora.

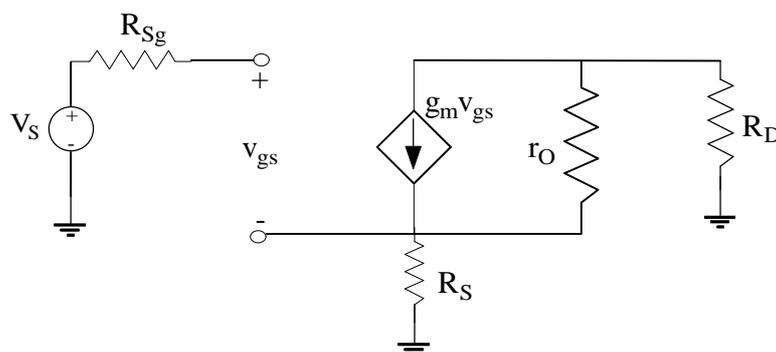
### Stadio invertitore (a source comune) con degenerazione di source

Allo scopo di illustrare questo nuovo metodo, ci riferiamo ad un esempio concreto. Consideriamo perciò il seguente circuito:



Si tratta di un normale **stadio invertitore con degenerazione di source**, in cui la tensione di uscita è presa sul drain del FET utilizzato. Vogliamo calcolare il guadagno di tensione  $v_o/v_s$  di questo stadio.

Usiamo inizialmente il metodo usato fino ad ora, per cui la prima cosa da fare è passivare le alimentazioni e sostituire il FET con il suo circuito equivalente per piccolo segnale:



In questo circuito, se trascuriamo la  $r_o$  (che è sicuramente più grande rispetto a  $R_D$ ), la tensione  $v_{OUT}$  è quella ai capi di  $R_D$ , che è alimentata dalla corrente  $-g_m v_{gs}$  fornita dal generatore: quindi

$$v_{OUT} \cong -g_m v_{gs} R_D$$

Possiamo inoltre scrivere, trascurando sempre la  $r_o$ , che

$$v_S = v_{gs} + g_m v_{gs} R_S$$

da cui si ricava che la tensione in ingresso è

$$v_{gs} = \frac{v_S}{1 + g_m R_S}$$

Andando a sostituire nella espressione della tensione di uscita, abbiamo dunque che

$$v_{OUT} = -g_m R_D \frac{v_S}{1 + g_m R_S} = -R_D \frac{v_S}{\frac{1}{g_m} + R_S}$$

e possiamo dunque concludere che il guadagno di tensione dello stadio vale

$$A_V = - \frac{R_D}{\frac{1}{g_m} + R_S}$$

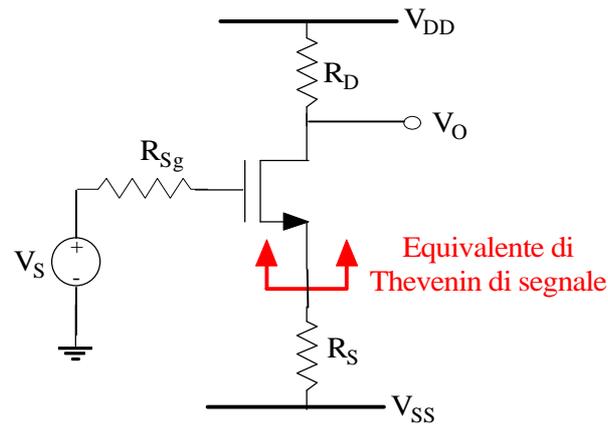
Questa formula, oltre al già noto *effetto invertente*, mette in evidenza che, quando il termine  $1/g_m$  è sufficientemente piccolo, ossia quando  $g_m$  è sufficientemente grande, il guadagno  $A_V$  non dipende dai parametri del FET, ma solo dalle resistenze nel circuito:

$$A_V \cong - \frac{R_D}{R_S}$$

Teoricamente, quindi, se prendessimo  $R_D=R_S$ , otterremmo un **circuito invertitore ideale**: esso sfasa di  $180^\circ$  il segnale in ingresso, ma non ne altera l'ampiezza.

Si osserva, inoltre, così come nello stadio a degenerazione di emettitore, che *la presenza della degenerazione di source  $R_S$  contribuisce a ridurre il guadagno*: essa infatti contribuisce a ridurre la tensione  $v_{gs}$  di comando del generatore, che non coincide più con la  $v_S$  di segnale, ma con una sua partizione.

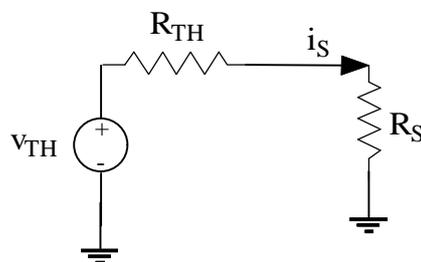
A questo punto, esaminiamo un metodo alternativo che consenta di arrivare all'espressione di  $A_V$  appena trovata. Consideriamo perciò nuovamente il circuito:



Per calcolare  $A_v$ , abbiamo visto che tutto sta a trovare una espressione di  $v_o$ , che rappresenta la *tensione di drain di segnale* (e non la tensione totale del terminale di drain, in quanto non ci interessa la polarizzazione); allora, per trovare  $v_o$ , ci basta per esempio trovare una espressione della corrente  $i_D$ , in quanto, come si può osservare sia direttamente nello stadio sia, ancora meglio, nel circuito equivalente per piccolo segnale, sussiste la relazione  $v_o = R_D i_D$ .

Il nostro obiettivo è dunque determinare la corrente di drain di segnale  $i_D$ ; d'altra parte, la corrente di drain è legata a quella di source semplicemente dalla relazione  $i_D = i_S$ , per cui possiamo anche concentrarci sul calcolo di  $i_S$ .

Proprio a questo punto subentra il nuovo metodo, che prevede l'uso di un "opportuno" equivalente di Thevenin: in particolare, al fine di calcolare  $i_S$ , possiamo pensare di sostituire, alla porzione di circuito vista da  $R_S$ , il suo *equivalente di Thevenin*; così facendo, otteniamo un circuito fatto nel modo seguente:



In questo circuito, il calcolo della corrente di source di segnale è immediato:

$$i_S = \frac{V_{TH}}{R_{TH} + R_S}$$

Nota questa corrente, possiamo anche scrivere che

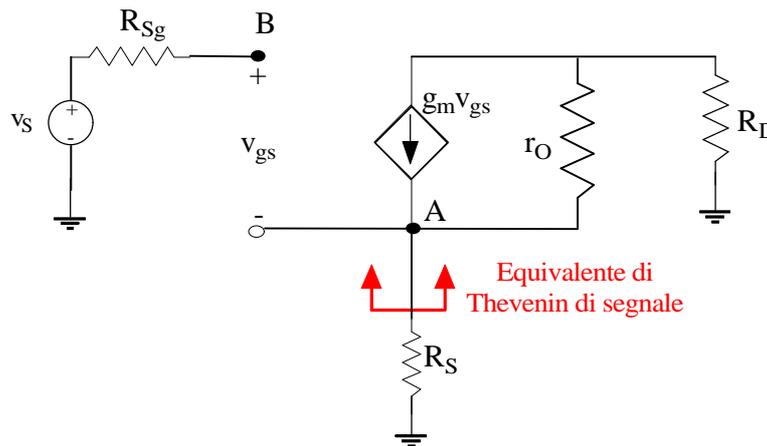
$$i_D = i_S = \frac{V_{TH}}{R_{TH} + R_S}$$

e quindi possiamo valutare il guadagno del circuito:

$$A_v = \frac{v_{OUT}}{v_S} = \frac{-R_D i_D}{v_S} = \frac{-R_D \frac{v_{TH}}{R_{TH} + R_S}}{v_S} = -\frac{R_D v_{TH}}{v_S (R_{TH} + R_S)}$$

Tutto sta, dunque, a determinare la **tensione di Thevenin di segnale**, indicata con  $v_{TH}$ , e la **resistenza di Thevenin di segnale**, indicata con  $R_{TH}$ .

Per il calcolo di queste due grandezze, dobbiamo semplicemente applicare la definizione; la cosa importante è che, dato che ci stiamo riferendo solo al segnale, il loro calcolo va evidentemente fatto sul *circuito equivalente per piccolo segnale*:

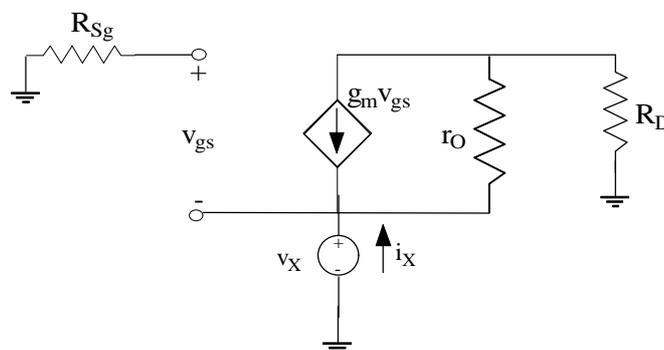


Cominciamo dal calcolo della  $v_{TH}$ , che è la tensione nel punto A in cui stiamo trovando l'equivalente (riferita ovviamente a massa) quando il circuito di cui cerchiamo l'equivalente non eroga alcuna corrente: richiedere che sia nulla la  $i_S$  significa richiedere che il FET sia spento, ossia che la tensione del source coincida con quella del gate, che a sua volta coincide con la  $v_S$ . Possiamo perciò concludere che

$$v_{TH} = v_S$$

Passiamo adesso al calcolo di  $R_{TH}$ : applicando anche qui la normale definizione, dopo aver passivato l'ingresso indipendente  $v_S$  presente nel circuito, dobbiamo porre nel punto A un generatore di tensione  $v_X$ , determinare la corrente  $i_X$  assorbita dal circuito e fare il rapporto  $v_X/i_X$ .

Il circuito su cui ragionare è dunque il seguente:



Applicando la LKC al nodo A, si ha che

$$i_X + g_m v_{gs} + i_{rO} = 0$$

Trascurando ancora una volta la resistenza  $r_O$ , scriviamo dunque che

$$i_X + g_m v_{gs} = 0$$

Si osserva anche che, non essendoci corrente attraverso la resistenza  $R_{Sg}$ , risulta  $v_{gs} = -v_X$ , per cui  $i_X - g_m v_X = 0$  e possiamo perciò concludere che

$$R_{TH} = \frac{v_X}{i_X} \cong \frac{1}{g_m}$$

A questo punto, siamo in grado di applicare le espressioni trovate al fine di calcolare  $A_V$ : avevamo prima trovato, facendo uso dell'equivalente di Thevenin per il segnale, che

$$A_V = \frac{-R_D v_{TH}}{v_S (R_{TH} + R_S)}$$

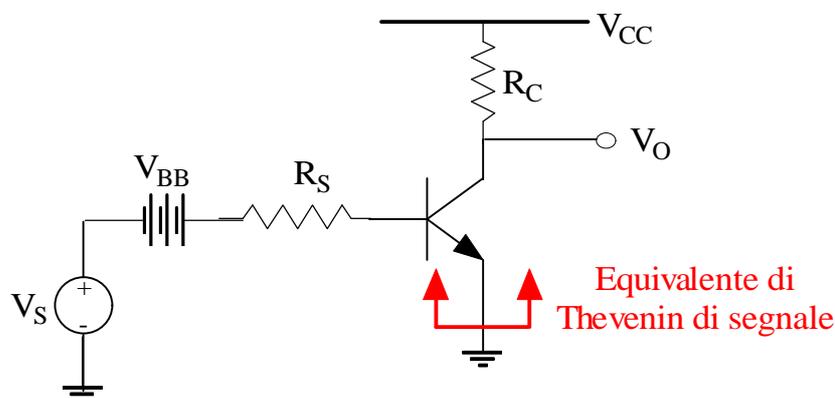
per cui, sostituendo i rispettivi valori di  $v_{TH}$  e  $R_{TH}$ , questa diventa

$$A_V = -\frac{R_D}{\frac{1}{g_m} + R_S}$$

e si tratta ovviamente della stessa espressione trovata prima senza usare l'equivalente.

## Stadio invertitore ad emettitore comune

Vediamo ora di applicare nuovamente il metodo dell'equivalente di Thevenin per il segnale ad un classico *stadio invertitore ad emettitore comune* come quello illustrato nella figura seguente:



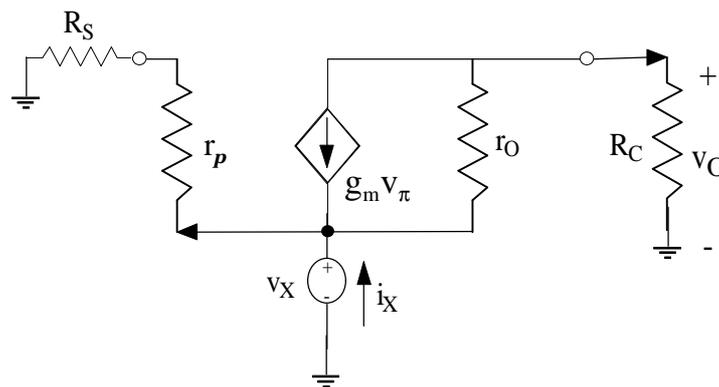
L'equivalente che ci interessa è quello visto dal morsetto di emettitore: in questo modo, infatti, siamo in grado di calcolare immediatamente la corrente di emettitore, quindi quella di collettore, in modo tale poi da arrivare all'espressione, per esempio, della tensione di uscita  $v_O$  (di segnale).

Il procedimento è chiaramente lo stesso seguito prima per lo stadio a source comune: è però intuitivo aspettarsi valori diversi, in conseguenza della presenza della resistenza  $r_\pi$  che, invece, nel caso del FET era assente.

Cominciamo dal calcolo di  $v_{TH}$ , che è la tensione di emettitore quando la corrente nell'emettitore è nulla: chiaramente, se è nulla  $i_e$ , è nulla anche  $i_c$  e quindi è nulla anche  $i_b$ : questo comporta che la tensione di base coincida con la  $v_S$ ; ma, se il BJT è spento, la tensione di emettitore coincide con quella di base, per cui possiamo ancora una volta concludere che

$$V_{TH} = V_S$$

Passiamo adesso al calcolo  $R_{TH}$ : con riferimento al circuito equivalente per piccoli segnali dello stadio, dopo aver passivato l'ingresso presente nel circuito, dobbiamo porre, in corrispondenza dell'emettitore, un generatore di tensione  $v_X$ , determinare la corrente  $i_X$  assorbita dal circuito e fare il rapporto  $v_X/i_X$ . Il circuito su cui ragionare è dunque il seguente:



Applicando la LKC al nodo di emettitore abbiamo che

$$i_X + g_m v_\pi + i_{r_o} + i_{r_\pi} = 0$$

Trascurando ancora una volta la corrente che fluisce nella resistenza  $r_o$ , abbiamo che

$$i_X + g_m v_\pi - i_{r_\pi} = 0$$

La corrente che fluisce nella resistenza  $r_\pi$  è la stessa che fluisce in  $R_S$ , visto che sono in serie: la tensione ai capi di questa serie corrisponde evidentemente a  $v_X$ , per cui la relazione di prima diventa

$$i_X + g_m v_\pi - \frac{v_X}{r_\pi + R_S} = 0$$

Si osserva inoltre che la tensione  $v_\pi$  è la partizione della  $v_X$  su  $r_\pi$ , per cui

$$i_X - g_m \frac{r_\pi}{r_\pi + R_S} v_X - \frac{v_X}{r_\pi + R_S} = 0$$

Da questa relazione siamo dunque in grado di trovare quanto vale il rapporto  $v_X/i_X$ :

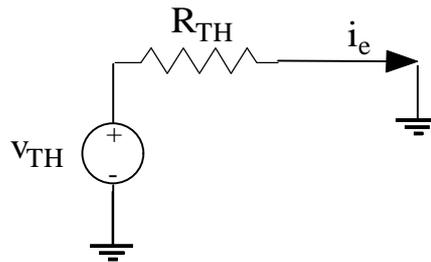
$$R_{TH} = \frac{v_X}{i_X} = \frac{1}{\frac{g_m r_\pi + 1}{r_\pi + R_S}} = \frac{r_\pi}{\beta + 1} + \frac{R_S}{\beta + 1}$$

Approssimando  $\beta + 1 \cong \beta$ , possiamo dunque concludere che

$$R_{TH} = \frac{1}{g_m} + \frac{R_S}{\beta + 1}$$

Abbiamo dunque trovato anche in questo caso due espressioni, una per  $v_{TH}$  e una per  $R_{TH}$ , di facile utilizzo.

Possiamo dunque ridisegnare il circuito equivalente, per piccolo segnale, dello stadio ad emettitore comune nel modo seguente:



In questo circuito, il calcolo della corrente di emettitore di segnale è immediato:

$$i_e = \frac{v_{TH}}{R_{TH}} = \frac{v_S}{\frac{r_\pi + R_S}{\beta + 1}} = \frac{v_S (\beta + 1)}{r_\pi + R_S}$$

Nota questa corrente, possiamo anche scrivere che

$$i_c \cong \frac{\beta}{\beta + 1} i_e = \frac{\beta}{\beta + 1} \frac{v_S (\beta + 1)}{r_\pi + R_S} = \frac{\beta v_S}{r_\pi + R_S}$$

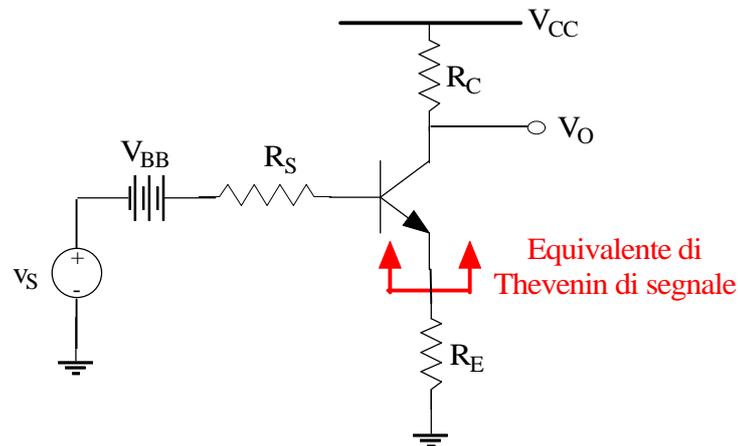
e quindi possiamo valutare il guadagno di tensione dello stadio:

$$A_V = \frac{v_{OUT}}{v_S} = \frac{-R_C i_c}{v_S} = - \frac{R_C \frac{\beta v_S}{r_\pi + R_S}}{v_S} = - \frac{\beta R_C}{r_\pi + R_S}$$

A ben vedere, questa è (ovviamente) la stessa espressione trovata a suo tempo senza far uso dell'equivalente di Thevenin per il segnale.

## Stadio a degenerazione di emettitore

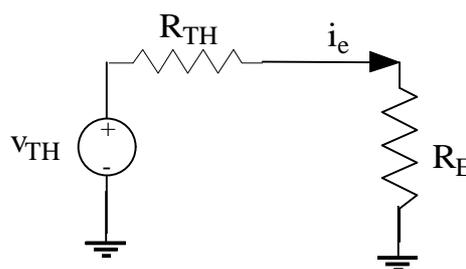
Nel paragrafo precedente, abbiamo usato il metodo dell'equivalente di Thevenin per il segnale al fine di calcolare la corrente di emettitore in uno stadio ad emettitore comune. E' chiaro che le cose non cambiano affatto se, anziché considerare lo stato ad emettitore comune, considerassimo quello a *degenerazione di emettitore*:



Il risultato che si ottiene è esattamente lo stesso, in quanto, anche in questo caso, l'equivalente viene fatto dal morsetto di emettitore del BJT: si trova perciò che

$$\begin{cases} v_{TH} = v_s \\ R_{TH} = \frac{1}{g_m} + \frac{R_S}{\beta + 1} \end{cases}$$

Subentra, invece, una piccola ma significativa differenza nel circuito che si ottiene usando l'equivalente di Thevenin:



La differenza è chiaramente nella presenza della resistenza  $R_E$  che adesso deve essere considerata: risulta perciò che

$$i_e = \frac{v_{TH}}{R_{TH} + R_E} = \frac{v_s}{\frac{r_\pi + R_S}{\beta + 1} + R_E} = \frac{v_s(\beta + 1)}{r_\pi + R_S + (\beta + 1)R_E}$$

da cui

$$i_c \cong \frac{\beta}{\beta+1} i_e = \frac{v_s \beta}{r_\pi + R_S + (\beta+1)R_E}$$

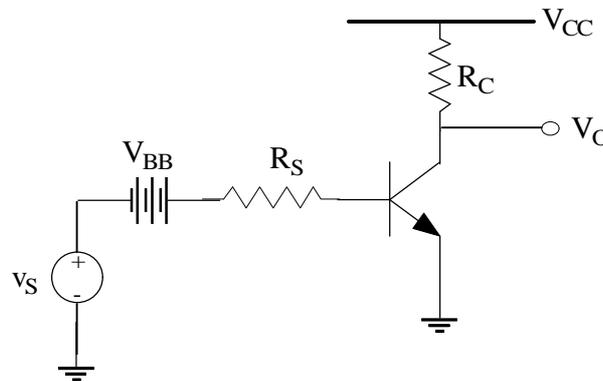
Il guadagno di tensione dello stadio risulta dunque essere

$$A_v = \frac{v_{OUT}}{v_S} = \frac{-R_C i_c}{v_S} = - \frac{R_C \frac{v_s \beta}{r_\pi + R_S + (\beta+1)R_E}}{v_S} = - \frac{R_C \beta}{r_\pi + R_S + (\beta+1)R_E}$$

## Stadio ad emettitore comune con carico attivo

### Introduzione

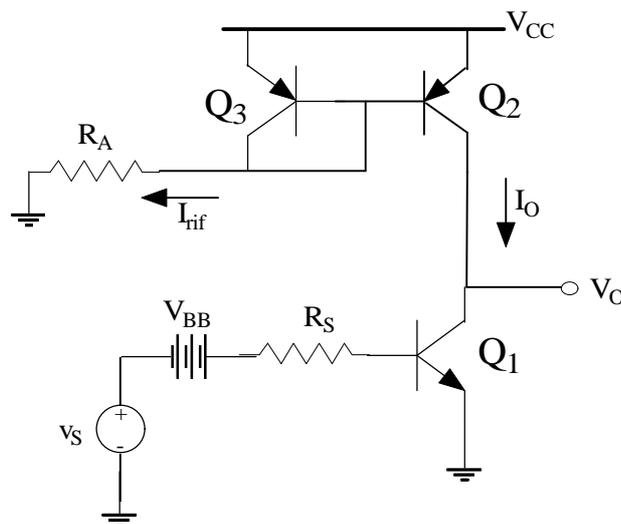
Consideriamo ancora una volta lo stadio ad emettitore comune ampiamente descritto in precedenza:



Abbiamo avuto modo di osservare che, in questo stadio, il carico è rappresentato semplicemente dalla resistenza  $R_C$  posta in serie al collettore del BJT: si tratta, in questo caso, di un *carico passivo*. Abbiamo anche visto che il guadagno di tensione  $v_o/v_s$  di questo stadio è approssimabile con  $A_v \cong -g_m(R_C // r_o)$  (dove l'approssimazione deriva dal trascurare l'influenza della  $R_S$ ): questa formula indica che il guadagno, a parità di  $g_m$  e di  $r_o$  (cioè a parità di corrente polarizzazione del BJT), è tanto maggiore quanto maggiore è la resistenza di carico  $R_C$ . Ci chiediamo, allora, se è possibile, in qualche modo, mantenere costante la corrente di collettore pur aumentando il valore della  $R_C$ .

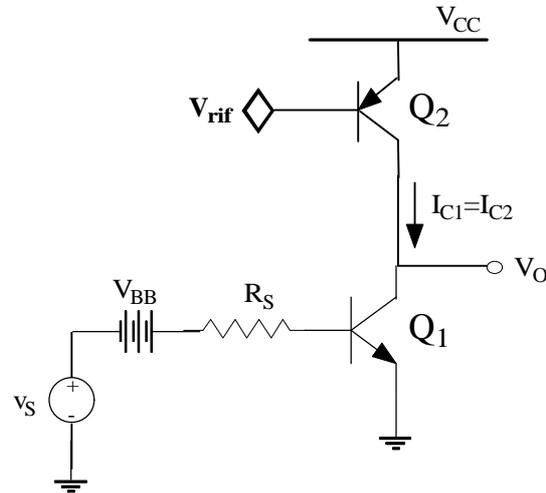
E' possibile fare questo usando un altro *tipo* di carico, che prende il nome di **carico attivo** in quanto formato da uno o più transistor, che sono appunto degli elementi attivi.

Un possibile carico attivo può essere ad esempio rappresentato da uno **specchio di corrente**, come nella figura seguente:



Lo specchio impiegato come carico è costituito da due BJT (indicati con Q2 e Q3), di tipo pnp (come indicato dalla freccia entrante per la corrente di emettitore).

Procediamo allora con l'analisi in continua (o per grandi segnali) e quella di piccolo segnale di questo circuito. Per comodità, possiamo anche eliminare il ramo di riferimento dello specchio di corrente, facendo solo notare, come nella figura seguente, che la tensione  $V_{BE2}$  che pilota Q2 è stata fissata ad un valore opportuno  $V_{rif}$ :



Ricordiamo, inoltre, che, in un circuito di questo tipo, il transistor Q1 è detto **driver**, mentre Q2 è detto **load**.

## Determinazione del punto di lavoro

Il primo passo dell'analisi per grandi segnali consiste nel determinare il punto operativo del circuito in esame. Naturalmente, la presenza di un carico attivo complica un po' le cose rispetto a quando il carico era costituito semplicemente dalla  $R_C$ : infatti, mentre in quel caso bastava intersecare le caratteristiche di uscita  $I_C = f(V_{CE}, V_{BE})$  del BJT con la retta di carico in uscita, in presenza del carico attivo non abbiamo più una retta di carico, bensì una linea di carico, che individua la caratteristica  $I_{C2} = f(V_{CE2}, V_{BE2})$  del transistor pnp Q2.

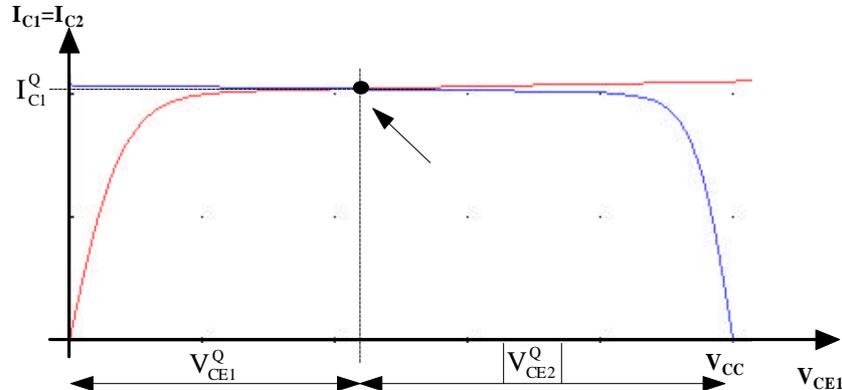
Per prima cosa, ci preoccupiamo di individuare la  $V_{BE1}$  che pilota Q1 e che è determinata dalla batteria  $V_{BB}$ : se non ci fosse la  $R_S$ , sarebbe proprio  $V_{BB} = V_{BE1}$ , mentre la presenza della  $R_S$  fa' sì che  $V_{BE1}$  sia leggermente inferiore a  $V_{BB}$ . Supponiamo, ad ogni modo, che  $V_{BB}$  sia stata dimensionata in modo che  $V_{BE1}$  sia tale da accendere Q1.

Una volta fissata  $V_{BE1}$ , abbiamo anche individuato l'unica caratteristica di uscita di Q1 che ci interessa, ossia la curva  $I_{C1} = f(V_{CE1}, V_{BE1})$  sulla quale si troverà il punto di lavoro di Q1. Per individuare tale punto di lavoro, dobbiamo intersecare tale curva con la curva  $I_{C2} = f(V_{CE2}, V_{BE2})$  che descrive il funzionamento di Q2: anche questa curva è fissata in quanto abbiamo detto che è stata fissata la  $V_{rif}$  ( $=V_{BE2}$ ). L'intersezione delle due curve va fatta, ovviamente, tenendo conto che le grandezze implicate sono legate dalle seguenti relazioni:

$$I_{C1} = I_{C2}$$

$$V_{CC} = V_{EC2} + V_{C1} \longrightarrow V_{C1} = V_{CC} - V_{EC2}$$

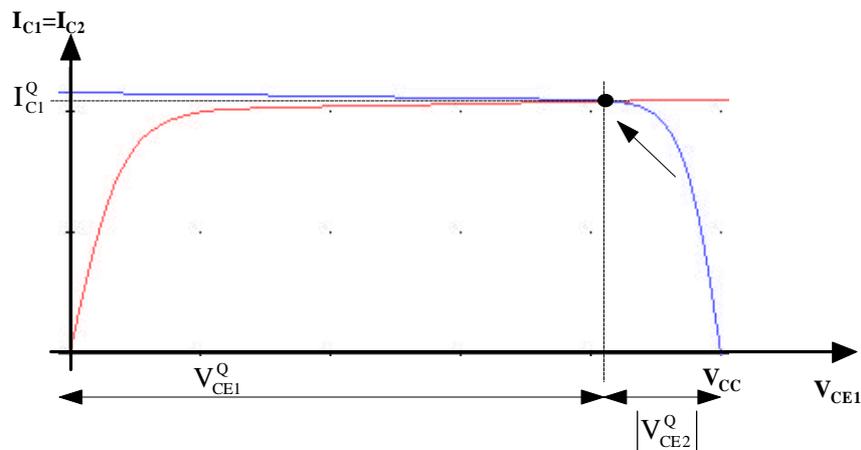
La composizione è allora fatta nel modo seguente:



L'intersezione tra le due curve rappresenta dunque il punto operativo del circuito, in quanto fornisce sia le correnti sia le tensioni di uscita dei due BJT (2).

Prima di proseguire, è importante fare una considerazione a proposito di questo punto operativo: è *molto importante tener presente quanto il punto operativo del circuito sia legato alle tensioni  $V_{BE1}$  e  $V_{BE2}$  che pilotano i due BJT*; una variazione, anche piccola, di una qualsiasi di queste tensioni, provocherebbe una variazione, anche grande visto che c'è dipendenza esponenziale, della corrispondente  $I_C$  (ossia una traslazione delle curve I-V) e questo comporterebbe uno spostamento notevole del punto di lavoro, con la conseguenza che uno dei BJT potrebbe essere portato a lavorare non più in ZAD ma in saturazione.

Per chiarire meglio il concetto, supponiamo che la tensione  $V_{BE2} = V_{rif}$  che pilota Q2 non abbia il valore cui corrisponde la curva  $I_{C2} - V_{CE2}$  tracciata prima, ma un valore più alto; a questo nuovo valore corrisponderà un'altra curva  $I_{C2} - V_{CE2}$ , che sarà traslata verso l'alto rispetto alla precedente, a causa della dipendenza esponenziale di  $I_{C2}$  da  $V_{BE2}$ :

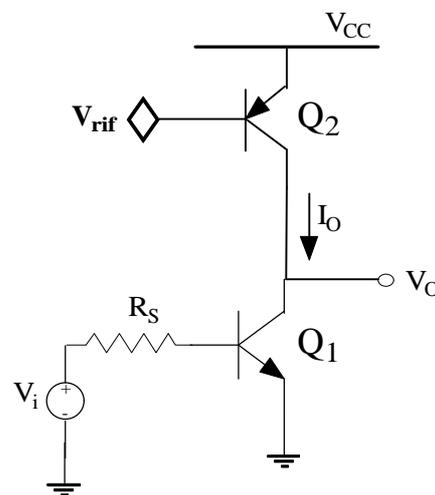


<sup>2</sup> È importante osservare che non sarebbe stato possibile individuare alcun punto operativo se i due BJT non avessero avuto effetto Early: in questo caso, infatti, avremmo avuto delle rette orizzontali e quindi il punto operativo sarebbe rimasto indefinito, il che equivale a dire che il circuito non sarebbe stato realizzabile.

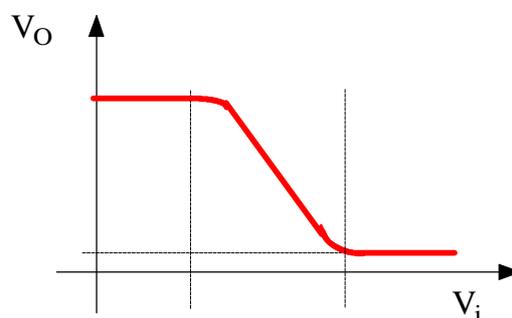
Allora, come si osserva nella figura, l'intersezione tra le due curve si è pericolosamente spostata verso la zona di saturazione di  $Q_2$ , il che ha comportato un valore di  $I_C^Q$  sostanzialmente uguale, ma un valore di  $|V_{CE2}^Q|$  abbastanza più basso: ciò non è opportuno, in quanto sappiamo che lo specchio si comporta come tale solo a patto che  $Q_2$  sia in zona attiva diretta, per cui lo spostamento di  $Q$  non è affatto una garanzia in questo senso, in quanto una possibile variazione della condizione operativa (ad esempio un aumento di temperatura oppure l'azione del segnale stesso applicato a  $Q_1$ ) potrebbe portare  $Q$  stesso in zona di saturazione.

## Caratteristica di trasferimento in tensione

Il secondo passo della analisi per grandi segnali consiste nell'individuazione della caratteristica di trasferimento in tensione del circuito; si tratta cioè di stabilire come varia la tensione di uscita (in continua)  $V_O$  al variare della tensione in ingresso (in continua)  $V_i$ :



Per quanto riguarda la struttura generale di tale caratteristica, non ci aspettiamo nulla di diverso da quanto accade quando il carico è costituito semplicemente dal resistore  $R_C$ :

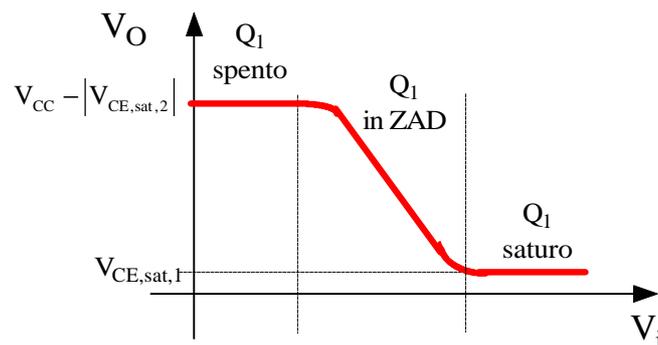


Dobbiamo invece capire quali siano i limiti della dinamica di uscita, che evidentemente non sono più quelli che si hanno in assenza della  $R_C$ :

- cominciamo dal *limite superiore*, che si ha quando  $V_i=0$ : se  $V_i=0$ , Q1 è spento, per cui la tensione di uscita non potrà superare il valore  $V_{CC} - |V_{CE,sat,2}|$ , in quanto, in caso contrario, risulterebbe  $|V_{CE2}| < |V_{CE,sat,2}|$  e quindi Q2 andrebbe in saturazione (compromettendo l'azione dello specchio);
- per quanto riguarda, invece, il *limite inferiore*, la situazione non cambia rispetto al caso in cui c'è la  $R_C$ , in quanto la tensione di uscita non può scendere al di sotto della tensione di saturazione di Q1, in quanto, in caso contrario, Q1 uscirebbe dalla zona attiva diretta.

N.B. E' opportuno osservare che quest'ultimo ragionamento vale se la tensione di ingresso è riferita a massa; in caso contrario, il valore minimo della tensione di uscita è la tensione  $V_{BE1}$  diminuita della  $V_{CE,sat1}$ .

Possiamo dunque completare la caratteristica inserendo questi valori:



Confrontando questi valori con quelli ottenuti con la  $R_C$  al posto dello specchio, si osserva dunque che è diminuita l'ampiezza della dinamica di uscita, in quanto è sceso il limite superiore di una quantità pari a  $|V_{CE,sat,2}|$ : considerando che la tensione di saturazione di un BJT vale circa 0.2V, deduciamo che non abbiamo introdotto grosse variazioni.

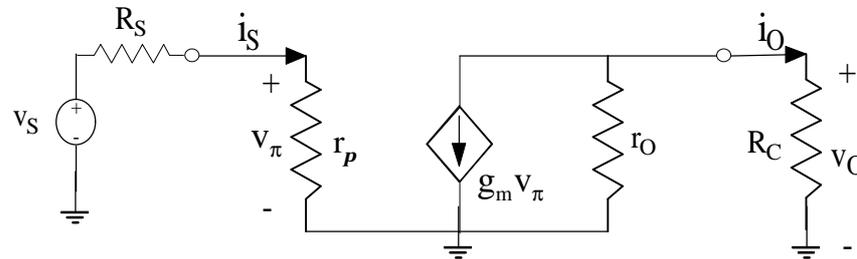
Questo fatto per cui la dinamica di uscita è diminuita a seguito dell'introduzione del carico attivo, cioè in definitiva di altri transistor, è un aspetto molto importante nella progettazione dei circuiti e sarà più chiaro quando considereremo circuiti con un elevato numero di transistor: in generale, possiamo dire che, a meno di non utilizzare configurazioni circuitali particolarmente raffinate, *quanto maggiore è il numero di transistor impiegati, tanto minori sono gli intervalli entro cui possono variare le rispettive tensioni di uscita.*

## Analisi per piccoli segnali: guadagno di tensione

Abbiamo dunque terminato l'analisi per grandi segnali dello stadio invertitore con carico attivo. Passiamo ora all'analisi di piccolo segnale, che ci evidenzierà quale sia il vantaggio di usare uno specchio come carico attivo al posto del

tradizionale carico passivo rappresentato da  $R_C$ : in particolare, tale vantaggio è da ricercarsi nel valore del guadagno di tensione dello stadio.

Per evidenziare questo fatto, consideriamo per un attimo il circuito equivalente per piccolo segnale dello stadio, quando il carico è costituito solo dalla  $R_C$ :



Per questo circuito, abbiamo in precedenza trovato la seguente espressione del guadagno di tensione:

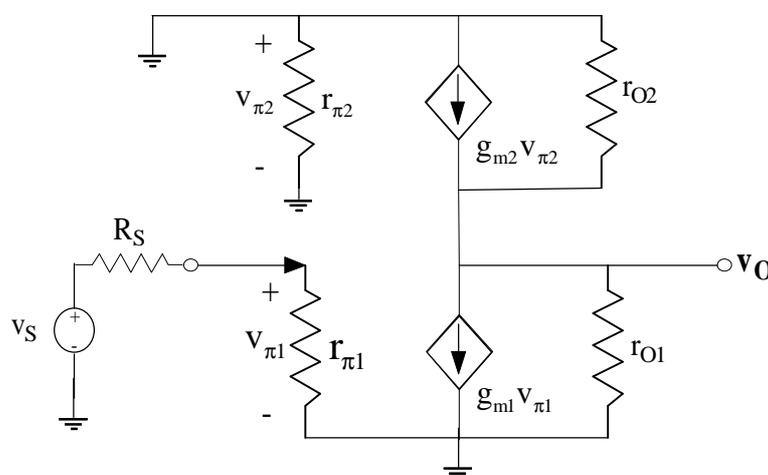
$$A_v = -\frac{1}{\frac{1}{g_m} + \frac{R_s}{\beta}} \frac{1}{\frac{1}{R_C} + \frac{1}{r_o}} \xrightarrow{R_s \text{ piccola}} A_v \cong -g_m \frac{1}{\frac{1}{R_C} + \frac{1}{r_o}}$$

In questa relazione, si osserva che, una volta fissata la  $r_o$  del BJT, il guadagno è tanto maggiore quanto più grande è il valore della  $R_C$ . Allora, l'utilizzo dello specchio come carico fa' si che, al posto della  $R_C$ , ci sia adesso la resistenza di uscita dello specchio stesso: ricordando che la resistenza di uscita dello specchio coincide semplicemente con la resistenza di uscita  $r_{o2}$  di  $Q_2$ , è evidente l'aumento del guadagno.

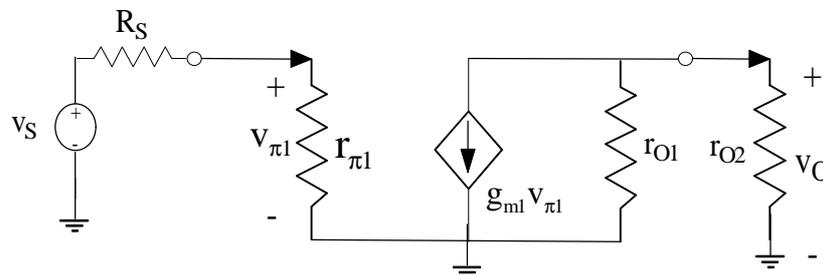
Vediamo allora perché si ha proprio  $r_{o2}$  al posto di  $R_C$ , disegnando il circuito equivalente per piccoli segnali dell'intero stadio.

Per costruire tale circuito, mentre non ci sono problemi per quanto riguarda  $Q_1$ , qualche attenzione in più va rivolta a  $Q_2$ : in particolare, bisogna tener presente che la tensione  $V_{CC}$  diventa una massa e lo stesso accade per la  $V_{rif}$ , che è una tensione fissa e quindi, nell'analisi per piccolo segnale, va posta a zero.

Con questi accorgimenti, il circuito risulta fatto nel modo seguente:



Si osserva immediatamente che la  $r_{\pi 2}$  è cortocircuitata, per cui risulta  $v_{\pi 2}=0$  e quindi il generatore pilotato  $g_{m2}v_{\pi 2}$  non eroga corrente. Di conseguenza, eliminando  $r_{\pi 2}$  ed il suddetto generatore, il circuito si riduce al seguente:



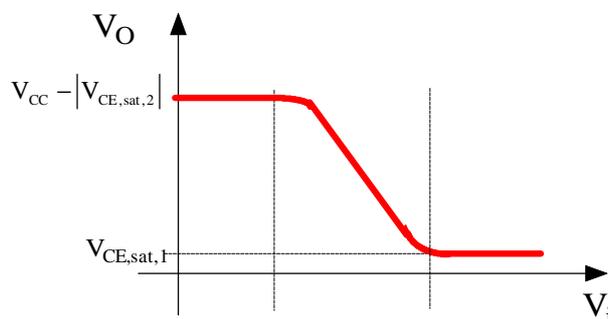
Confrontando con il circuito ottenuto in presenza della  $R_C$ , osserviamo, come anticipato prima, che la  $R_C$  è stata adesso sostituita da  $r_{O2}$ , per cui l'espressione del guadagno di tensione diventa

$$A_v \cong -g_m \frac{1}{\frac{1}{r_{O2}} + \frac{1}{r_{O1}}}$$

Se le due resistenze di uscita sono, ad esempio, uguali, si ottiene  $A_v \cong -g_m \frac{r_{O1}}{2}$ , il che può portare a valori di  $A_v$  molto elevati (in modulo ovviamente): per esempio, se fosse  $g_m=40\text{mA/V}$  e  $r_{O1}=100\text{k}\Omega$ , che sono valori tipici per i BJT, si otterrebbe un guadagno di tensione di circa -2000.

## Problemi legati alla dinamica di uscita

Nell'esempio precedente, abbiamo dunque trovato che uno stadio ad emettitore comune con carico attivo può tranquillamente avere una guadagno (invertente) dell'ordine di qualche migliaio. Il fatto di avere un guadagno di tensione così elevato non è, però, sempre un bene, in quanto l'uscita dello stadio potrebbe non rientrare nella dinamica di uscita dello stadio stesso:



Come abbiamo già detto in precedenza, il limite superiore della dinamica di uscita è rappresentato, a meno della tensione di saturazione di Q2, dalla tensione  $V_{CC}$  di alimentazione; facciamo allora l'ipotesi che l'alimentazione sia  $V_{CC}=5\text{V}$  e che il guadagno di tensione, in modulo, sia 2000; con queste prestazioni, se l'ingresso allo stadio è un segnale di ampiezza  $v_s=1\text{mV}$ , l'uscita è  $V_O=2\text{V}$ , per cui rientriamo

ampiamente nella dinamica di uscita; se, invece, l'ingresso fosse  $v_s=10\text{mV}$ , l'uscita sarebbe  $V_o=20\text{V}$ , che è il doppio del limite superiore della dinamica di uscita, il che comporterebbe una enorme distorsione.

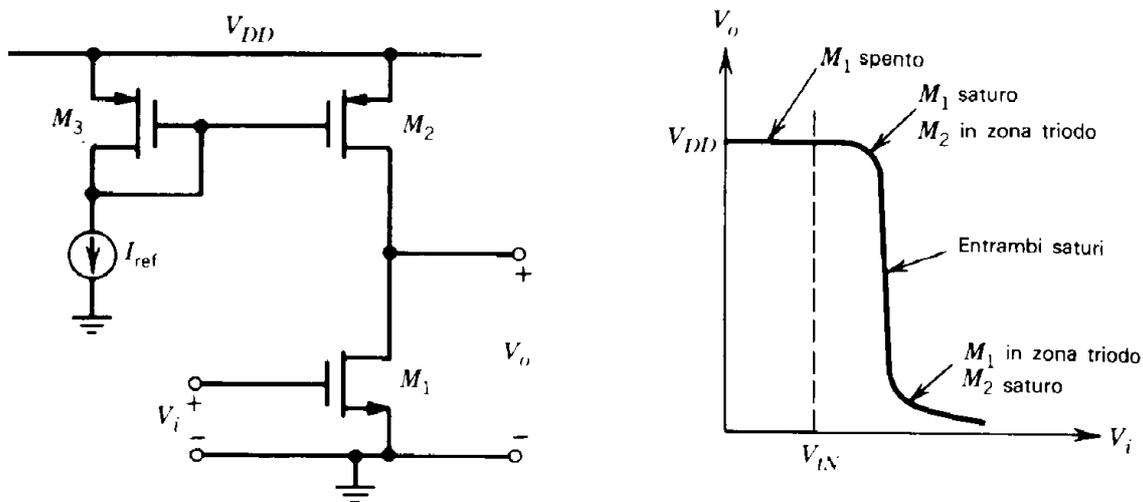
A volte, la tensione di alimentazione non è modificabile a nostro arbitrio o, comunque, non può superare un certo limite massimo, per cui può non essere opportuno progettare lo stadio in modo da conferirgli un guadagno di tensione eccessivo.

Ricordiamo, anche, che, quanto minore è il guadagno di tensione, tanto maggiore è la dinamica di ingresso (a parità di dinamica di uscita), per cui un eventuale riduzione del guadagno avrebbe comunque come pregio la possibilità di applicare segnali di maggiore ampiezza in ingresso allo stadio.

Infine, ricordiamo anche che l'uso dello specchio di corrente come carico attivo comporta dei vantaggi anche in termini di stabilità termica, visto che, come sappiamo, il fattore di stabilità termica di uno specchio vale  $S=2$ .

## Stadio a source comune con carico attivo

Così come è possibile realizzare uno stadio ad emettitore comune con carico attivo, allo stesso modo è possibile usare un carico attivo per uno stadio a source comune. Nella figura seguente sono illustrate la configurazione circuitale e la corrispondente caratteristica di trasferimento in tensione:



Autore: **Sandro Petrizzelli**

e-mail: [sandry@iol.it](mailto:sandry@iol.it)

sito personale: <http://users.iol.it/sandry>