Appunti di Elettronica
Capitolo 13 – parte II
Amplificatori reazionati

Introduzione *2*
Connessione serie-parallelo *3*
Esempio: stadio inseguitore di tensione a BJT 8
Osservazione: calcolo diretto degli effetti di carico 12
Concetto del "cortocircuito virtuale" 13
Calcolo delle impedenze di ingresso e di uscita 14
Osservazione: uso di un'altra rappresentazione biporta 15
Approssimazione di unilateralità *16*
Esempio: stadio inseguitore di tensione a MOSFET 17
Esempio: cascata di due invertitori a BJT 19
Scelta dei parametri della rappresentazione *21*

Introduzione

Fino ad ora, per schematizzare un *amplificatore reazionato* generico mediante la connessione della *rete di azione* e della *rete di reazione*, abbiamo sempre fatto due ipotesi semplificative: abbiamo supposto che entrambe le reti (azione e reazione) fossero *unilaterali* e che la rete di reazione non esercitasse alcun *effetto di carico*, in uscita e in ingresso, sulla rete di azione. Sono queste delle approssimazioni che, nella realtà, non sono quasi mai verificate.

Al fine di eliminare queste approssimazioni e di rappresentare, nel modo più completo possibile, un amplificatore reazionato, è possibile farlo mediante un **doppio bipolo** (o *elemento biporta* che dir si voglia) del tipo seguente:

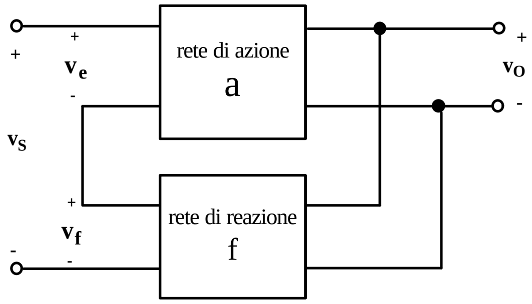
Le equazioni, assolutamente generiche, che descrivono il comportamento dell'amplificatore alle due porte sono diverse a seconda di come si scelgano le due variabili indipendenti. La tabella seguente mostra 4 delle 6 possibilità:

Variabili indipendenti	Variabili dipendenti	Rappresentazione analitica
$\mathbf{i_1, i_2}$	$\mathbf{v_1, v_2}$	$\begin{cases} v_1 = z_{11}i_1 + z_{12}i_2 \\ v_2 = z_{21}i_1 + z_{22}i_2 \end{cases}$
$\mathbf{v_1, v_2}$	$\mathbf{i_1, i_2}$	$\begin{cases} i_1 = y_{11}v_1 + y_{12}v_2 \\ i_2 = y_{21}v_1 + y_{22}v_2 \end{cases}$
$\mathbf{i_1, v_2}$	$\mathbf{v_1, i_2}$	$\begin{cases} v_1 = h_{11}i_1 + h_{12}v_2 \\ i_2 = h_{21}i_1 + h_{22}v_2 \end{cases}$
$\mathbf{v_1, i_2}$	$\mathbf{i_1, v_2}$	$\begin{cases} i_1 = g_{11}v_1 + g_{12}i_2 \\ v_2 = g_{21}v_1 + g_{22}i_2 \end{cases}$

La scelta di una tra queste quattro possibilità dipende dal tipo di amplificatore reazionato che si sta considerando. Nei prossimi paragrafi, tramite considerazioni teoriche ed esempi pratici, saranno esposti dei semplici criteri per effettuare questa scelta.

Connessione serie-parallelo

Partiamo da un amplificatore di tensione, che sappiamo poter essere reazionato tramite una **connessione serie-parallelo**, nella quale cioè vengono effettuati la *misura* della tensione di uscita ed il *confronto* delle tensioni di ingresso:



Per questo tipo di connessione, la rappresentazione più appropriata risulta essere quella cosiddetta **a parametri h**:

$$\boxed{\begin{cases} v_1 = h_{11}i_1 + h_{12}v_2 \\ i_2 = h_{21}i_1 + h_{22}v_2 \end{cases}}$$

La tensione sulla porta di ingresso viene dunque espressa in funzione sia della tensione sulla porta di uscita (questo è appunto il concetto di *connessione serie-parallelo*) sia, ovviamente, della corrente alla porta di ingresso. Analogamente, la corrente nella porta di uscita viene espressa in funzione sia della corrente alla porta di ingresso sia, ovviamente, della tensione sulla porta di uscita.

Il significato circuitale dei quattro *parametri h* è il seguente:

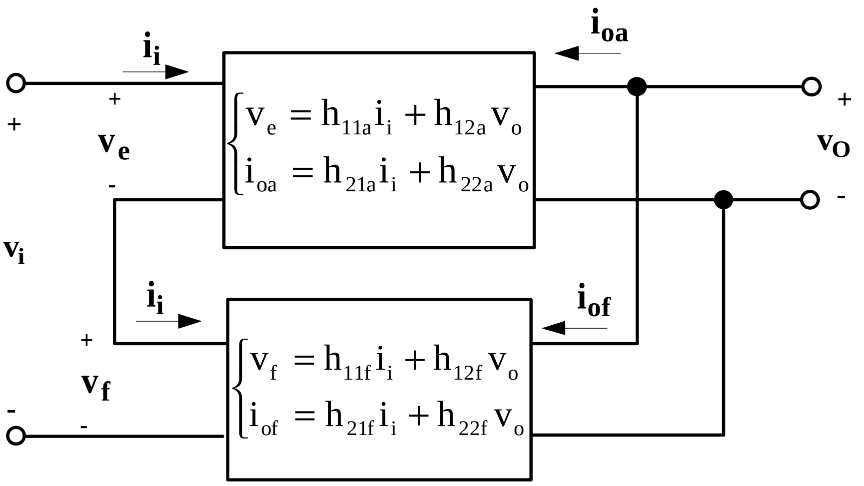
- $h_{11} = \left.\frac{v_1}{i_1}\right|_{v_2=0}$: rapporto tra la tensione e la corrente alla porta di ingresso quando la porta di uscita è in condizione di corto circuito; si tratta dell'**impedenza di ingresso con l'uscita in corto**;

- $h_{12} = \left.\frac{v_1}{v_2}\right|_{i_1=0}$: rapporto tra la tensione di ingresso e la tensione di uscita quando la porta di ingresso è in condizione di circuito aperto; questo coefficiente prende il nome di **rapporto di trasferimento inverso di tensione con l'ingresso a vuoto**;

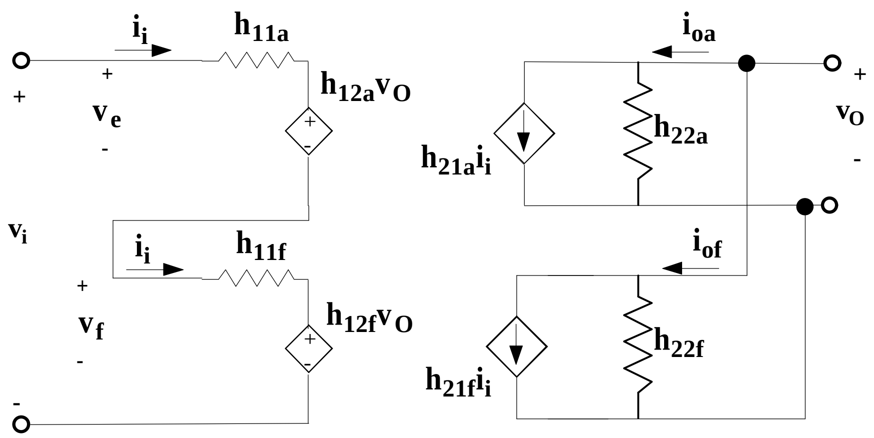
- $h_{21} = \left.\frac{i_2}{i_1}\right|_{v_2=0}$: rapporto tra la corrente di uscita e la corrente di ingresso quando la porta di uscita è in condizione di corto circuito; questo coefficiente prende il nome di **rapporto di trasferimento diretto di corrente con l'uscita in corto**;

- $h_{22} = \left.\frac{i_2}{v_2}\right|_{i_1=0}$: il rapporto tra la corrente e la tensione di uscita quando la porta di ingresso è in condizione di circuito aperto; si tratta perciò dell' **impedenza di uscita con l'ingresso a vuoto**.

Per arrivare a rappresentare l'amplificatore reazionato con il modello a parametri h appena descritto, possiamo per prima cosa rappresentare, sempre con i parametri h, sia la rete di azione sia la rete di reazione:



In particolare, possiamo rappresentare ciascun biporta secondo la configurazione circuitale corrispondente alle coppie di equazioni che ne descrive il funzionamento:



Questo è dunque uno schema generale e completo dell'amplificatore reazionato di tensione.

Rispetto al modello circuitale considerato in precedenza, questo nuovo modello comprende gli effetti che prima erano stati trascurati, vale a dire gli effetti di carico della rete di reazione su quella di azione, il trasferimento inverso (uscita→ingresso) nella rete di azione e il trasferimento diretto (ingresso→uscita) nella rete di reazione:

- per quanto riguarda gli **effetti di carico**, sono rappresentati in uscita dalla conduttanza $h_{22f} = \left.\frac{i_{of}}{v_0}\right|_{i_i=0}$ e in ingresso dalla resistenza $h_{11f} = \left.\frac{v_i}{i_i}\right|_{v_o=0}$;

- per quanto riguarda, invece, il **trasferimento inverso** del segnale nella rete di azione, è rappresentato dal generatore $h_{12a} = \left.\frac{v_i}{v_0}\right|_{i_i=0}$;

- infine, il **trasferimento diretto** del segnale nella rete di reazione è rappresentato dal generatore $h_{21f} = \left.\frac{i_{of}}{i_i}\right|_{v_o=0}$.

Premesso questo, possiamo effettuare qualche semplificazione, nello schema appena descritto, al fine di ricondurci ad uno schema più simile a quello ideale considerato in precedenza:

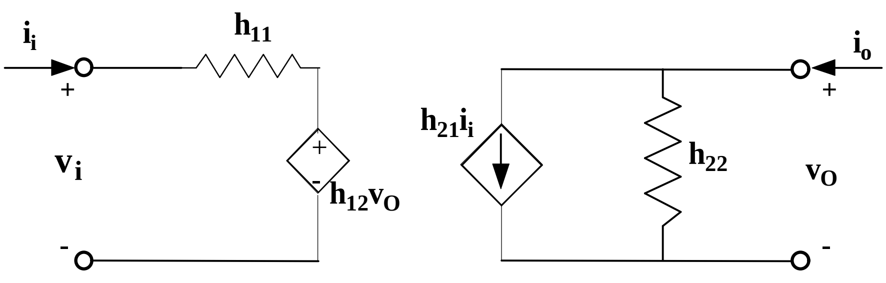
- in primo luogo, si osserva che i generatori di corrente $h_{21a}i_i$ e $h_{21f}i_i$ sono in parallelo, per cui li sostituiamo con un unico generatore caratterizzato dall'equazione $\boxed{h_{21}i_i = (h_{21a} + h_{21f})i_i}$;

- in secondo luogo, sono anche in parallelo le conduttanze h_{22a} e h_{22f}, per cui le sostituiamo con un'unica conduttanza di valore $\boxed{h_{22} = h_{22a} + h_{22f}}$;

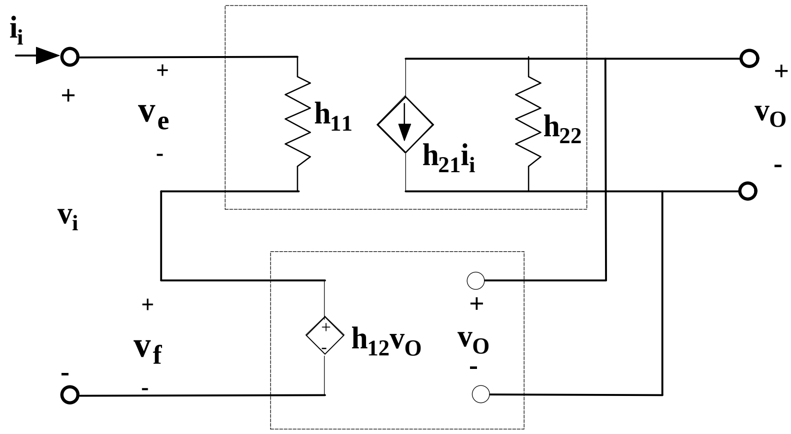
- sono invece in serie i generatori di tensione $h_{12a}v_o$ e $h_{12f}v_o$, per cui li sostituiamo con un unico generatore caratterizzato da $\boxed{h_{12}v_o = (h_{12a} + h_{12f})v_o}$;

- infine, sono anche in serie le resistenze h_{11a} e h_{11f}, per cui le sostituiamo con un'unica resistenza di valore $\boxed{h_1 = h_{11a} + h_{11f}}$.

Con queste semplificazioni, possiamo ridisegnare lo schema circuitale dell'amplificatore reazionato nel modo seguente:



Questo schema può anche essere ridisegnato nel modo seguente, in modo da giungere a qualcosa di simile a quello ideale considerato in precedenza:

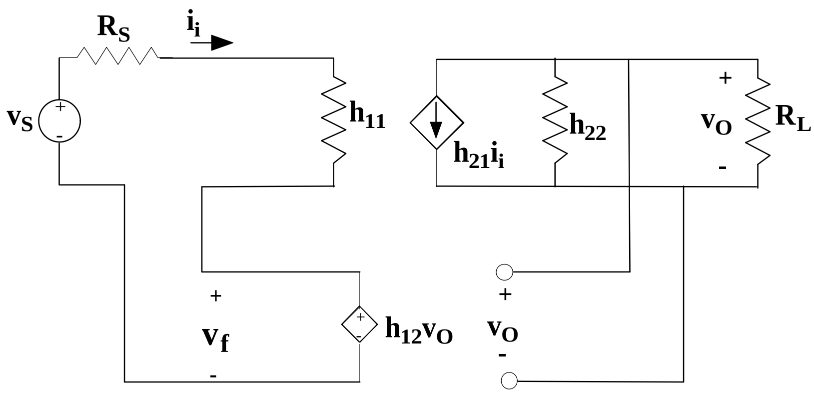


Si tratta di uno schema del tutto equivalente a quello ideale, ma i suoi parametri tengono questa volta in conto sia il trasferimento inverso della rete di reazione sia il trasferimento diretto della rete di azione sia gli effetti di carico esercitati dalla rete di reazione su quella di azione.

Tuttavia, questo schema ha il pregio per cui nella rete di azione sono stati riportati tutti i generatori pilotati che trasferiscono segnali dall'ingresso all'uscita e tutte le resistenze e le conduttanze (effetti di carico), mentre nella rete di reazione sono rimasti solo i generatori pilotati che trasferiscono segnali dall'uscita all'ingresso.

Quindi, *l'importanza di tale schema sta tutto nel fatto di rappresentare in modo ideale la rete di reazione, ossia come una rete che si occupa semplicemente di riportare in ingresso una frazione del segnale di uscita.*

A questo punto, ci chiediamo quale sia l'espressione del guadagno di feedback dell'amplificatore così rappresentato. Per trovare questa espressione con il discorso più rigoroso possibile, supponiamo che ci sia, in ingresso all'amplificatore, un segnale forzante v_S dotato di resistenza serie R_S e che l'uscita dell'amplificatore stesso sia chiusa su un carico generico R_L:



Cominciamo applicando la LKT alla maglia di ingresso:

$$v_S = (R_S + h_{11})i_i + h_{12}v_O$$

Possiamo inoltre applicare la LKC al nodo di uscita:

$$h_{21}i_i + (G_L + h_{22})v_O = 0$$

Da questa seconda relazione possiamo esplicitare la corrente di ingresso i_i da sostituire nella prima relazione:

$$i_i = -\frac{R_L + h_{22}}{h_{21}} v_O \longrightarrow v_S = -\frac{(R_S + h_{11})(G_L + h_{22})}{h_{21}} v_O + h_{12} v_O$$

Da qui possiamo dunque ricavare l'espressione del guadagno di tensione:

$$A_f = \frac{v_O}{v_S} = \frac{1}{h_{12} - \frac{(R_S + h_{11})(G_L + h_{22})}{h_{21}}}$$

A questo punto, con riferimento all'ultimo circuito disegnato, facciamo le seguenti posizioni:

$$\boxed{Z_I = R_S + h_{11}} \qquad \boxed{Y_O = G_L + h_{22}}$$

Così facendo, il **guadagno di feedback** assume l'espressione

$$A_f = \frac{v_O}{v_S} = \frac{1}{h_{12} - \frac{Z_I Y_O}{h_{21}}}$$

Al fine di arrivare ad una espressione di questo guadagno nella forma $\frac{a}{1+af}$, possiamo fare i seguenti passaggi:

$$A_f = \frac{1}{h_{12} - \frac{Z_I Y_O}{h_{21}}} = \frac{h_{21}}{h_{21}h_{12} - Z_I Y_O} = \frac{-\frac{h_{21}}{Z_I Y_O}}{1 - \frac{h_{21}h_{12}}{Z_I Y_O}}$$

Questa espressione è proprio nella forma $\frac{a}{1+af}$, per cui deduciamo che le espressioni del guadagno della rete di azione, di quello della rete di reazione e del guadagno di anello sono le seguenti:

$$\boxed{\begin{array}{l} a = -\frac{h_{21}}{Z_I Y_O} \\ f = h_{12} \\ T = -\frac{h_{21}h_{12}}{Z_I Y_O} \end{array}}$$

Queste espressioni, del tutto generali, possono essere ulteriormente perfezionate sostituendo le espressioni dei singoli parametri:

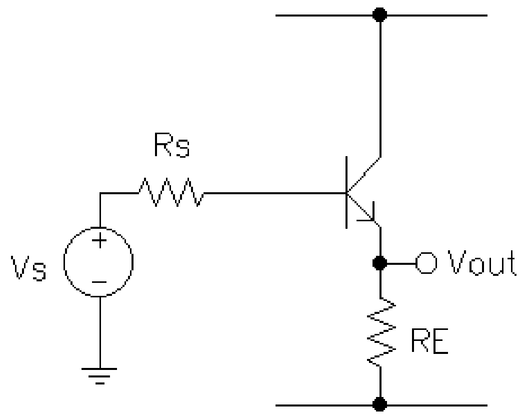
$$a = -\frac{h_{21a} + h_{21f}}{(R_S + h_{11a} + h_{11f})(G_L + h_{22a} + h_{22f})}$$
$$f = h_{12a} + h_{12f}$$

Queste due espressioni sono chiaramente meno comode delle precedenti, ma servono ad evidenziare soprattutto due cose:

- in primo luogo, si nota che *i parametri della rete di reazione (in particolare h_{11f} e h_{22f}) contribuiscono a determinare il guadagno della rete di azione*, a conferma del fatto che, nel nostro modello, abbiamo incluso gli effetti di carico della rete di reazione. Stesso discorso per il guadagno della rete di reazione, che dipende dal parametro h_{12a}: abbiamo cioè modellato anche gli **effetti di carico della rete di azione sulla rete di reazione**;
- in secondo luogo, si osserva che *le impedenze della sorgente e del carico influenzano il guadagno d'anello e quindi anche l'entità della reazione:* si osserva, in particolare, che, nel caso dell'amplificatore di tensione in esame, per avere un guadagno d'anello elevato è necessario che la sorgente di tensione abbia una resistenza serie R_S bassa e che il carico R_L sia invece elevato.

Esempio: stadio inseguitore di tensione a BJT

Come applicazione pratica del modello a parametri h appena introdotto per una connessione serie-parallelo, consideriamo un amplificatore di tensione realizzato mediante un semplice stadio inseguitore di tensione a BJT:



Abbiamo già avuto modo di vedere che questo circuito rappresenta un amplificatore di tensione reazionato mediante una connessione parallelo in uscita e serie in ingresso: infatti, la resistenza R_E, che costituisce, da sola, la rete di reazione, preleva la tensione di uscita v_O e la riporta così com'è in ingresso (cioè f=1), in modo tale che la tensione pilota del transistor, a meno della R_S, sia $v_\pi = v_S - v_O$.

Sappiamo anche quale sia l'espressione del guadagno di tensione di quest'amplificatore reazionato (ricavata dalla semplice applicazione delle leggi di Kirchoff):

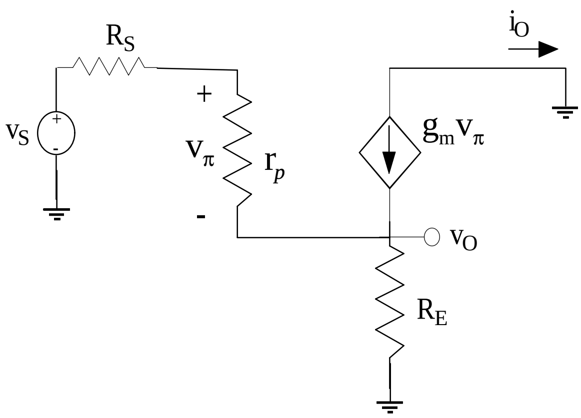
$$A_f = \frac{v_O}{v_S} = \frac{(\beta+1)R_E}{R_S + r_\pi + (\beta+1)R_E} = \frac{\frac{(\beta+1)R_E}{R_S + r_\pi}}{1+\frac{(\beta+1)R_E}{R_S + r_\pi}}$$

Da questa espressione, che è nella forma $\frac{a}{1+af}$, deduciamo immediatamente che il guadagno della sola rete di azione è $a = \frac{(\beta+1)R_E}{R_S + r_\pi}$, mentre quello della rete di reazione, come detto prima, è f=1, per cui il guadagno di anello è

$$T = af = \frac{(\beta+1)R_E}{R_S + r_\pi}$$

Vogliamo allora arrivare a queste stesse conclusioni utilizzando il metodo dei *doppi bipoli* descritto nel paragrafo precedente.

Non dobbiamo far altro che calcolare i *parametri h* della rete di azione e delle rete di reazione. Conviene allora riportare il circuito equivalente per piccoli segnali dello stadio (conviene anche trascurare la resistenza di uscita del transistor):



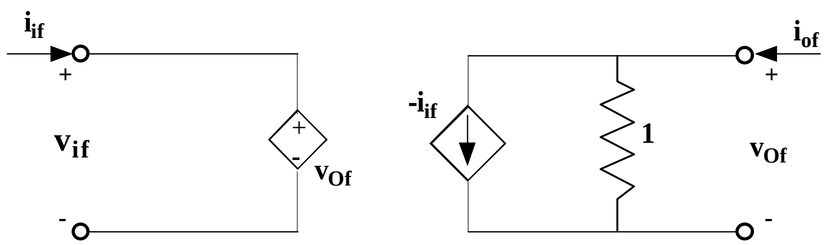
Cominciamo allora dalla rete di reazione:

- $h_{11f} = \left.\frac{v_{1f}}{i_{1f}}\right|_{v_{2f}=0}$: questo parametro è il rapporto tra la tensione e la corrente di ingresso della rete di reazione, quando è nulla la tensione di uscita della stessa rete; dato che la tensione di uscita della rete di reazione è v_O ed è pari alla tensione in ingresso, richiedere che v_O sia nulla significa richiedere sia nulla anche v_{1f}, per cui $\mathbf{h_{11f}=0}$;
- $h_{12f} = \left.\frac{v_{1f}}{v_{2f}}\right|_{i_{1f}=0}$: dobbiamo questa volta calcolare il rapporto tra la tensione di ingresso e la tensione di uscita della rete di reazione quando la corrente in ingresso alla stessa rete è nulla; dato che la tensione di ingresso è comunque pari a quella di uscita, deduciamo che $\mathbf{h_{12f}=1}$;

- $h_{21f} = \left.\dfrac{i_{2f}}{i_{1f}}\right|_{v_{2f}=0}$: questo parametro è il rapporto tra la corrente di uscita e la corrente di ingresso della rete di reazione quando la tensione di uscita è nulla: se è nulla la tensione di uscita v_O, significa che l'emettitore del transistor è a massa, per cui la corrente di ingresso (corrente di base) e quella di uscita (corrente di collettore) sono uguali ed opposte e quindi $\mathbf{h_{21f}=-1}$;

- $h_{22f} = \left.\dfrac{i_{2f}}{v_{2f}}\right|_{i_{1f}=0}$: infine, dobbiamo calcolare il rapporto tra la corrente e la tensione di uscita della rete di reazione quando è nulla la corrente in ingresso: dato che $i_O=i_C\cong i_e$ e che $v_O=v_e=R_E i_e$, deduciamo che $\mathbf{h_{22f}=1/R_E}$.

In conclusione, il modello a parametri h della rete di reazione è fatto nel modo seguente:

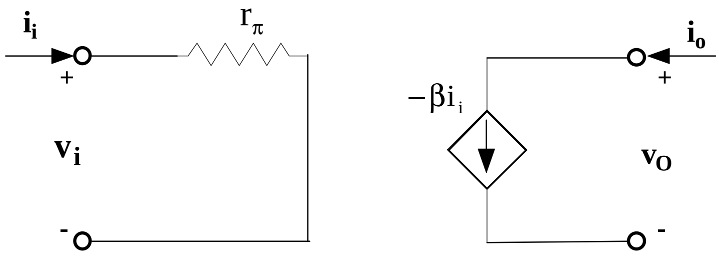


Con ragionamento del tutto analogo, passiamo adesso alla rete di azione:

- $h_{11a} = \left.\dfrac{v_{1a}}{i_{1a}}\right|_{v_{2a}=0}$: il rapporto tra la tensione di ingresso e la corrente di ingresso del BJT, quando l'emettitore è a massa, è $v_\pi/i_b=r_\pi$, per cui $\mathbf{h_{11a}=r_\pi}$;
- $h_{12a} = \left.\dfrac{v_{1a}}{v_{2a}}\right|_{i_{1a}=0}$: quando è nulla la corrente di base del transistor, risulta $v_{1a}=v_\pi=0$, per cui $\mathbf{h_{12a}=0}$; si tratta, ovviamente, di una approssimazione in quanto stiamo trascurando la r_μ, responsabile di una reazione intrinseca del transistor.
- $h_{21a} = \left.\dfrac{i_{2a}}{i_{1a}}\right|_{v_{2a}=0}$: dobbiamo questa volta calcolare il rapporto tra la corrente di collettore e la corrente di base quando l'emettitore è a massa: abbiamo allora che $i_c = -g_m v_\pi = -g_m r_\pi i_b = -\beta i_b$, deduciamo che $\mathbf{h_{21a}=-\beta}$;

- $h_{22a} = \left.\dfrac{i_{2a}}{v_{2a}}\right|_{i_{1a}=0}$: questo parametro non è altro che la conduttanza di uscita del transistor, per cui, avendo supposto che la resistenza di uscita del transistor sia infinita, deduciamo che $\mathbf{h_{22a}=0}$.

Il modello a parametri h della rete di azione è dunque il seguente:



Possiamo a questo punto costruire il modello a parametri h dell'intero amplificatore reazionato, tenendo conto che

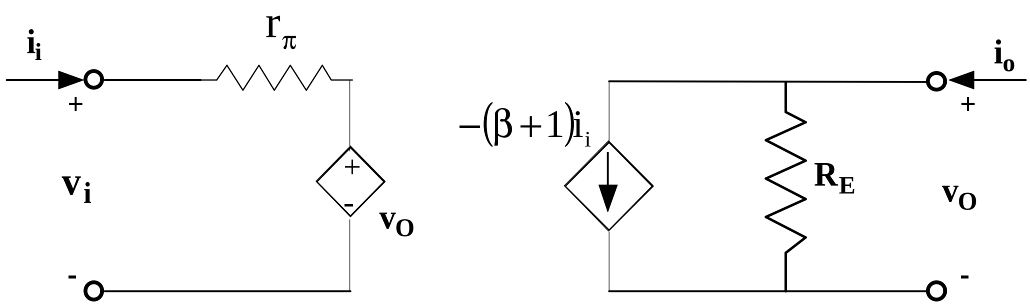
$$h_{21}i_i = (h_{21a} + h_{21f})i_i = -(\beta+1)i_i$$

$$h_{22} = h_{22a} + h_{22f} = h_{22f} = \frac{1}{R_E}$$

$$h_{12}v_o = (h_{12a} + h_{12f})v_o = v_o$$

$$h_1 = h_{11a} + h_{11f}$$

Il modello circuitale è dunque fatto nel modo seguente:



A questo punto, usando le formule ricavate in precedenza, andiamo a calcolare il guadagno della rete di azione e il guadagno della rete di reazione:

$$a = -\frac{h_{21}}{Z_I Y_O} = -\frac{-(\beta+1)}{(R_S + r_\pi)\left(\frac{1}{R_E}\right)} = \frac{(\beta+1)R_E}{R_S + r_\pi}$$

$$f = h_{12} = 1$$

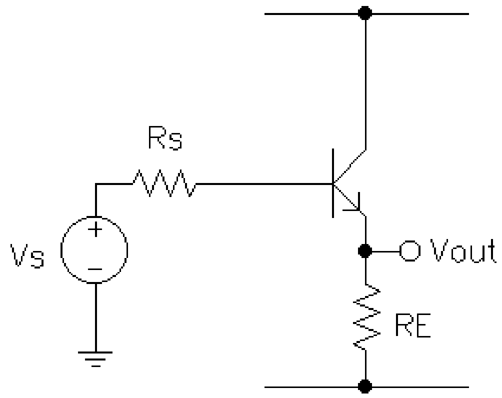
Abbiamo ritrovato le stesse espressioni trovate in precedenza.

Segnaliamo, inoltre, che, nel fare quest'ultimo calcolo, abbiamo considerato anche la resistenza R_S, ossia abbiamo inteso che Z_I fosse l'impedenza di ingresso dell'amplificatore di andata vista immediatamente a valle del generatore forzante v_S.

Osservazione: calcolo diretto degli effetti di carico

Nel procedimento seguito nel paragrafo precedente, abbiamo applicato in modo rigoroso il modello a parametri h, utilizzando semplicemente le definizioni dei vari parametri, prima per la rete di azione e poi per la rete di reazione. Di solito, nei casi pratici, gli effetti di carico che la rete di reazione esercita su quella di azione si possono valutare direttamente sul circuito originario, considerando il tipo di connessione.

Riprendiamo, ad esempio, lo schema dello stadio inseguitore di tensione a BJT:



Come visto poco fa nel calcolo dei singoli parametri della rete di azione e di quella di reazione, gli effetti di carico esercitati dalla rete di reazione su quella di reazione sono rappresentati dai parametri h_{11f} (ingresso) e h_{22f} (uscita):

$$h_{11f} = \left.\frac{v_{1f}}{i_{1f}}\right|_{v_{2f}=0} \qquad h_{22f} = \left.\frac{i_{2f}}{v_{2f}}\right|_{i_{1f}=0}$$

Queste definizioni indicano come calcolare gli effetti di carico direttamente sul circuito originario:

- partiamo dall'ingresso, dove la connessione tra la rete di azione e quella di reazione è tipo **serie**: *il circuito di ingresso della sola rete di azione, ma con gli effetti di carico esercitati dalla rete di reazione, si ottiene semplicemente cortocircuitando a massa l'uscita dell'amplificatore (v_{2f}=0):* se l'uscita è a massa, la R_E è cortocircuitata (rispetto al segnale), per cui l'impedenza di ingresso vista dalla R_S si riduce alla r_π: quindi $h_{11f}=0$, ossia non abbiamo effetti di carico in ingresso;

- passiamo all'uscita, dove la connessione tra la rete di azione e quella di reazione è tipo **parallelo**: *il circuito di uscita della sola rete di azione, ma con gli effetti di carico esercitati dalla rete di reazione, si ottiene questa volta aprendo la maglia di ingresso:* se non c'è corrente di base, risulta $v_\pi=0$, per cui il generatore pilotato è spento e quindi la resistenza di uscita si riduce alla R_E: quindi $h_{22f} = 1/R_E$, il che significa che l'effetto di carico in uscita è rappresentato dalla conduttanza $1/R_E$.

Questo procedimento è utile in quanto, una volta calcolati gli effetti di carico, si può procedere alla definizione della rete di azione con gli effetti di carico, cioè della rete di azione nella quale vengono inglobati gli effetti di carico su di essa esercitati dalla rete di reazione: su questa rete si può andare a calcolare il guadagno **a**, in modo tale che, noto il guadagno **f** della rete di reazione (spesso individuabile in modo intuitivo, senza alcuna considerazione analitica), si possa calcolare il guadagno di anello **T=af** e quindi il guadagno di feedback. Vedremo ad ogni modo in seguito un esempio di questo procedimento.

Concetto del "cortocircuito virtuale"

Possiamo adesso fare alcune importanti osservazioni circa il guadagno di anello, che, nel caso dell'inseguitore di tensione a BJT, abbiamo visto avere l'espressione

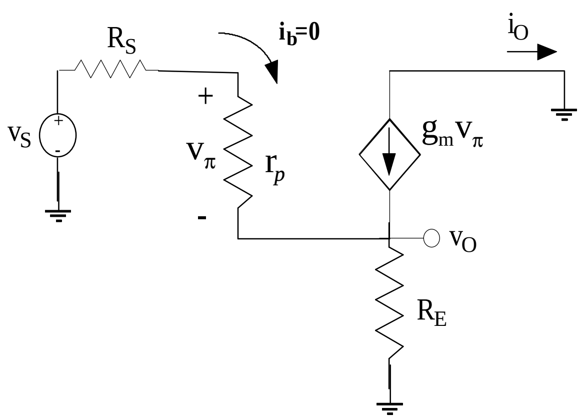
$$T = af = \frac{(\beta+1)R_E}{R_S + r_\pi}$$

Abbiamo detto in precedenza, in linea del tutto generale, che l'ideale sarebbe ottenere $T\to\infty$, nel quale caso il guadagno di feedback tende al valore 1/f: nel circuito in esame, se $T\to\infty$, dato che f=1, risulta $A_f\to 1$, il che significa che l'inseguitore di tensione tende a diventare un *inseguitore perfetto* (caratterizzato cioè da guadagno di tensione unitario, impedenza di ingresso infinita, impedenza di uscita nulla). Cerchiamo, allora, di capire, fisicamente, cosa significa dire che T tende all'infinito.

Determiniamo l'espressione della tensione v_π che pilota il transistor: possiamo determinarla con le leggi di Kirchoff, ma possiamo fare anche prima, in quanto v_π corrisponde alla v_e dello schema generale dell'amplificatore di tensione e sappiamo quindi che questa v_S non è altro che la tensione di segnale divisa per il fattore di desensibilizzazione 1+T, per cui possiamo direttamente scrivere che

$$v_\pi = \frac{v_S}{1+T} = \frac{v_S}{1+\frac{(\beta+1)R_E}{R_S + r_\pi}}$$

Se T tende all'infinito, deduciamo che v_π tende a zero: allora, con riferimento al circuito incrementale, se v_π=0, la corrente in r_π è nulla. Se è nulla questa corrente, è anche nulla la corrente in R_S e quindi la tensione v_S di segnale viene a coincidere con la tensione di uscita:



Da qui si capisce quale sia la condizione fisica corrispondente a $T\to\infty$. In particolare, con riferimento a quello che succede ai capi di r_π, si parla di **cortocircuito virtuale**: questa espressione indica il fatto che la resistenza r_π non è realmente cortocircuitata, ma in una condizione operativa tale che la tensione ai suoi capi risulta nulla.

Calcolo delle impedenze di ingresso e di uscita

Abbiamo almeno due distinti modi di procedere per calcolare le impedenze di ingresso e di uscita dell’inseguitore di tensione.

Il primo modo è quello di applicare le leggi di Kirchoff così come abbiamo fatto nei capitoli precedenti: sappiamo bene che le espressioni delle due impedenze sono

$$Z_{if} = R_S + r_\pi + (\beta+1)R_E$$
$$Z_{of} = \frac{R_S + r_\pi}{\beta+1} // R_E$$

(facciamo osservare che queste espressioni valgono nel momento in cui si considera, come terminale di ingresso dell’amplificatore reazionato, il nodo immediatamente a valle del generatore forzante v_S).

Per arrivare a queste stesse espressioni, possiamo anche applicare i concetti generali visti in precedenza circa l’effetto della reazione sull’impedenza di ingresso e di uscita dell’amplificatore di andata:

- per quanto riguarda l’impedenza di ingresso, sappiamo che la connessione serie fa’ si che l’impedenza di ingresso z_I dell’amplificatore di andata venga moltiplicata per il fattore D=1+T, per cui

$$Z_{if} = Z_I(1+T) = (r_\pi + R_S)\left(1+\frac{(\beta+1)R_E}{R_S+r_\pi}\right) = R_S + r_\pi + (\beta+1)R_E$$

- per quanto riguarda, invece, l’impedenza di uscita, sappiamo che la connessione parallelo fa’ si che l’impedenza di uscita z_O dell’amplificatore di andata venga divisa per il fattore D=1+T, per cui

$$Z_{of} = \frac{Z_O}{1+T} = \frac{R_E}{1+\frac{(\beta+1)R_E}{R_S+r_\pi}} = \frac{1}{\frac{1}{R_E}+\frac{(\beta+1)}{R_S+r_\pi}} = \frac{R_S+r_\pi}{\beta+1} // R_E$$

Tutti questi passaggi, così come sottolineato in precedenza, sono stati effettuati considerando come terminale di ingresso dell’amplificatore reazionato il nodo immediatamente a valle del generatore forzante v_S. Potremmo però anche escludere la R_S e considerare come terminale di ingresso il nodo immediatamente a valle della stessa R_S: in questo caso, riapplicando le formule, otteniamo

$$\begin{cases} a = -\dfrac{h_{21}}{Z_I Y_O} = -\dfrac{-(\beta+1)}{(r_\pi)\left(\dfrac{1}{R_E}\right)} = \dfrac{(\beta+1)R_E}{r_\pi} \cong g_m R_E \\ f = h_{12} = 1 \end{cases} \longrightarrow T = af = g_m R_E$$

e quindi le impedenze di ingresso e di uscita diventano

$$Z_{if} = Z_I(1+T) = (r_\pi)\left(1+\frac{(\beta+1)R_E}{r_\pi}\right) = r_\pi + (\beta+1)R_E$$

$$Z_{of} = \frac{Z_O}{1+T} = \frac{R_E}{1+\dfrac{(\beta+1)R_E}{r_\pi}} = \frac{1}{\dfrac{1}{R_E}+\dfrac{(\beta+1)}{r_\pi}} \cong \frac{1}{g_m} // R_E$$

Una importante osservazione, circa il calcolo delle impedenze di ingresso e di uscita, è la seguente: considerando, ad esempio, l'impedenza di ingresso per la connessione serie-parallelo, sappiamo che essa ha espressione

$$Z_{if} = Z_I(1+T) = Z_I\left(1-\frac{h_{12}h_{21}}{Z_I Y_O}\right)$$

In questa espressione compare evidentemente due volte l'impedenza di ingresso Z_I dell'amplificatore di andata, in quanto compare sia nell'espressione di T sia come fattore moltiplicativo del termine 1+T. Spesso, così come abbiamo fatto prima, l'espressione di T viene calcolata separatamente rispetto a Z_I, per cui in effetti la Z_I viene calcolata due volte. Allora, affinché quella formula fornisca un risultato esatto, è necessario che il calcolo di Z_I venga effettuato, in entrambi i casi, sullo stesso modello circuitale. Per esempio, con riferimento all'esempio dell'inseguitore di tensione analizzato poco fa, il calcolo di T e quello successivo di Z_I vanno condotti o considerando in entrambi i casi la resistenza serie R_S del generatore forzante (come si è fatto prima) oppure ignorandola in entrambi i casi.

Stesso discorso, ovviamente, per il calcolo della Z_{of}:

$$Z_{of} = \frac{Z_O}{1+T} = \frac{Z_O}{1-\dfrac{h_{12}h_{21}}{Z_I Y_O}} = \frac{1}{Y_O\left(1-\dfrac{h_{12}h_{21}}{Z_I Y_O}\right)}$$

In questo caso è la Y_O che compare due volte, per cui il calcolo, in entrambi i casi, deve essere condotto sullo stesso modello circuitale: in particolare, la resistenza di uscita r_O del BJT deve essere considerata in entrambi i casi oppure deve essere ignorata in entrambi i casi (come si è fatto prima).

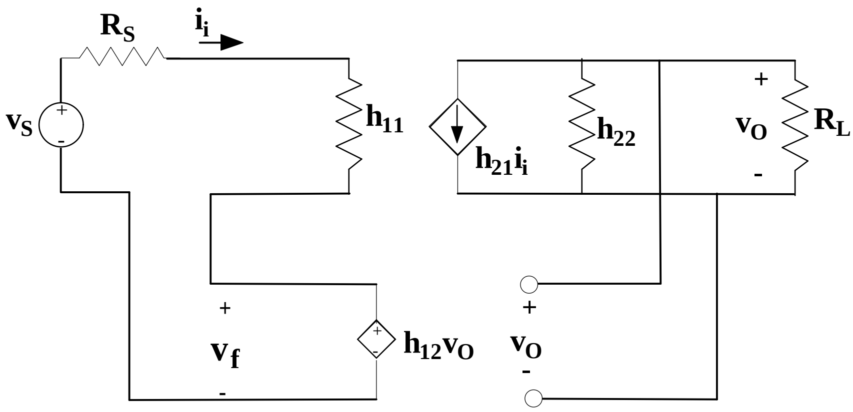
Osservazione: uso di un'altra rappresentazione biporta

E' bene precisare che, per studiare un amplificatore di tensione reazionato, la *rappresentazione a parametri h*, pur essendo la più comoda, non è comunque l'unica adottabile. E' infatti possibile usare una qualsiasi delle altre tre rappresentazioni: ovviamente, mentre si otterranno espressioni in generale diverse dei singoli parametri, risulteranno invece identiche le espressioni delle *grandezze ad anello chiuso*, vale a dire A_{Vf}, Z_{if} e Z_{of}.

Approssimazione di unilateralità

L'esempio dell'inseguitore di tensione analizzato nel paragrafo precedente mostra perfettamente che, nell'analisi degli amplificatori reazionati con la schematizzazione dei doppi bipoli, il problema principale è quello di passare dalla rappresentazione del circuito reale a quella in termini di rete di azione e rete di reazione connessi in ingresso ed in uscita mediante una opportuna connessione.

In particolare, è opportuno fare in modo che entrambe le reti siano unilaterali, in modo da pervenire ad uno schema del tipo riportato nella figura seguente:



Come ampiamente visto in precedenza, questo schema, tramite la definizione dei singoli parametri, include gli effetti di carico e la bilateralità delle due reti, ma rappresenta queste stesse reti come unilaterali.

Per arrivare ad uno schema di questo tipo, è spesso necessaria una "fase preparatoria" di non sempre facile attuazione. Tale fase preparatoria può, però, essere spesso evitata proprio in considerazione del fatto che, in molti casi pratici, sia la rete di azione sia quella di reazione possono già considerarsi, con ottima approssimazione, unilaterali.

Consideriamo allora l'espressione del guadagno di tensione ad esempio nella connessione serie-parallelo:

$$A_f = \frac{a}{1+af} = \frac{-\dfrac{h_{21}}{Z_I Y_O}}{1-\dfrac{h_{12}h_{21}}{Z_I Y_O}}$$

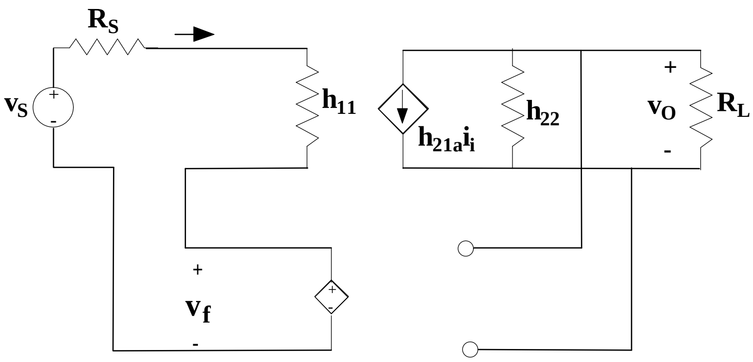
Esplicitando le espressioni dei parametri h_{12} e h_{21}, abbiamo quanto segue:

$$A_f = \frac{a}{1+af} = \frac{-\dfrac{h_{21a}+h_{21f}}{Z_I Y_O}}{1-\dfrac{h_{21a}+h_{21f}}{Z_I Y_O}\left(h_{12a}+h_{12f}\right)}$$

Ritenere, in prima approssimazione, che sia la rete di azione sia quella di reazione siano unilaterali significa fare le seguenti assunzioni:

$$\boxed{\begin{array}{l} |h_{21a}| >> |h_{21f}| \\ |h_{12a}| << |h_{12f}| \end{array}}$$

Queste relazioni corrispondono a ritenere che la rete di azione trasferisca solo dall'ingresso all'uscita dell'amplificatore reazionato e che la rete di reazione trasferisca invece solo dall'uscita all'ingresso dell'amplificatore stesso:



Sotto queste ipotesi, l'espressione del guadagno diventa la seguente:

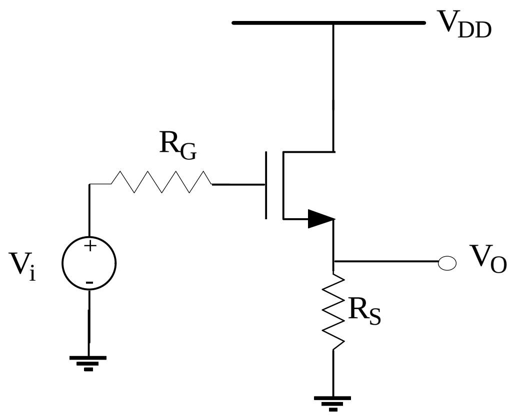
$$A_f = \frac{a}{1+af} = \frac{-\dfrac{h_{21a}}{Z_I Y_O}}{1-\dfrac{h_{21a}h_{12f}}{Z_I Y_O}}$$

Questa formula è spesso applicabile nei casi pratici. Tuttavia, mentre la unilateralità della rete di azione è una ipotesi spesso plausibile, a frequenze non troppo elevate, per gli amplificatori ad alto guadagno, al contrario l'approssimazione di unilateralità della rete di reazione è in genere più "pericolosa" e va verificata caso per caso, soprattutto ad alta frequenza.

Osserviamo inoltre che Z_I ed Y_O includono i termini h_{11f} ed h_{22f} rappresentativi degli effetti di carico della rete di reazione: di conseguenza, *una volta assunta l'unilateralità delle due reti, diventa sufficiente individuare, oltre alla rete di reazione, semplicemente la rete di azione con i soli effetti di carico in ingresso ed in uscita*.

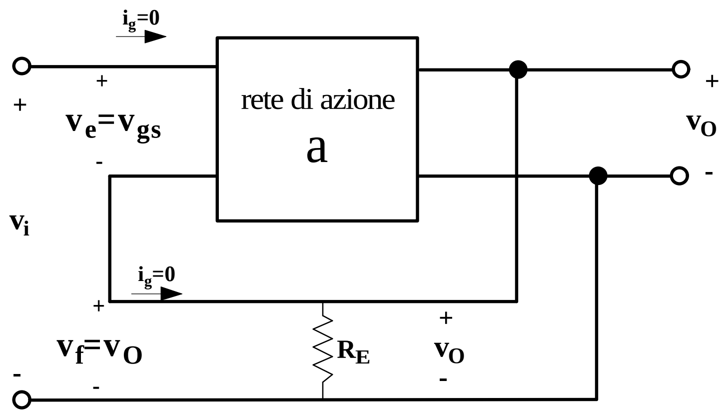
Esempio: stadio inseguitore di tensione a MOSFET

Mentre nel paragrafo precedente abbiamo considerato un inseguitore di tensione a BJT, consideriamo adesso un inseguitore di tensione a MOSFET (*stadio drain comune*):



Dal punto di vista della connessione, è ovvio che non cambia niente rispetto al caso bipolare: infatti, la resistenza R_E , che costituisce sempre la rete di reazione, preleva la tensione di uscita v_O e la riporta così com'è in ingresso (cioè f=1).

Possiamo allora schematicamente disegnare l'amplificatore con lo schema seguente:



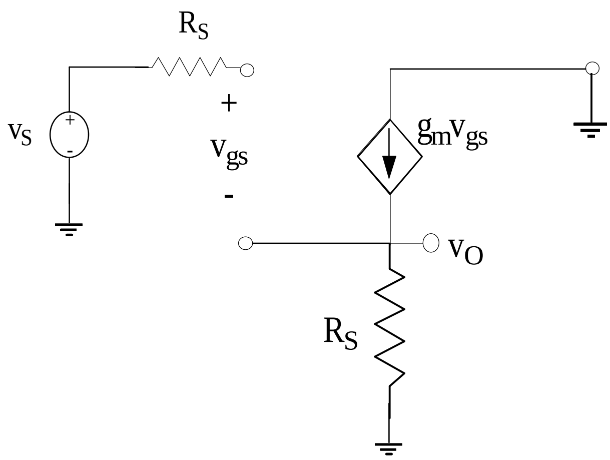
Dall'applicazione delle leggi di Kirchoff sappiamo bene quanto vale il guadagno complessivo di questo stadio:

$$A_f = \frac{v_O}{v_S} = \frac{g_m R_E}{1+g_m R_E}$$

Questa espressione è già nella forma $\frac{a}{1+af}$, per cui deduciamo che il guadagno della sola rete di azione è $a = g_m R_E$, mentre quello della rete di reazione è ovviamente f=1, per cui il guadagno di anello è $T = af = g_m R_E$.

Così come nel caso bipolare, possiamo allora provare ad usare il modello a parametri h per giungere a queste stesse espressioni.

Conviene ancora una volta riportare il circuito equivalente per piccoli segnali dello stadio:



Cominciamo ancora una volta dalla rete di reazione:

- $h_{11f} = \left.\frac{v_{1f}}{i_{1f}}\right|_{v_{2f}=0} = \left.\frac{v_o}{i_g}\right|_{v_o=0} = \frac{0}{0}$: *indeterminato*;

- $h_{12f} = \left.\frac{v_{1f}}{v_{2f}}\right|_{i_{1f}=0} = \left.\frac{v_o}{v_o}\right|_{i_g=0} = 1$;

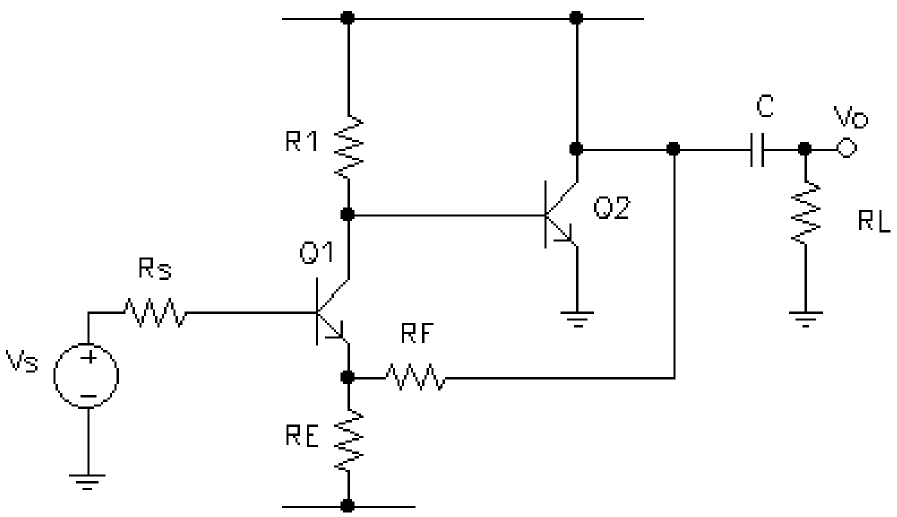
- $h_{21f} = \left.\frac{i_{2f}}{i_{1f}}\right|_{v_{2f}=0} = \left.\frac{\frac{v_o}{R_E} - i_g}{i_g}\right|_{v_o=0} = -1$;

- $h_{22f} = \left.\frac{i_{2f}}{v_{2f}}\right|_{i_{1f}=0}$.

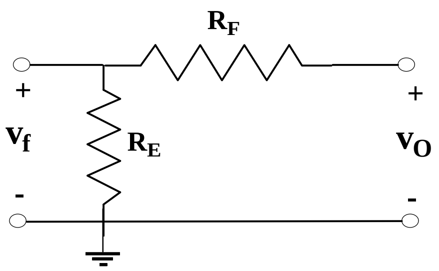
In questi calcoli, abbiamo trovato una situazione nuova, ossia il fatto per cui il parametro h_{11f} è *indeterminato*, cioè non si può definire: il motivo è, chiaramente, nel fatto che il MOSFET non assorbe corrente di gate. Questo inconveniente rappresenta un limite del modello dei doppi bipoli e non ci consente di proseguire con questo tipo di analisi, in quanto non potremmo comunque applicare le formule per il calcolo di a e di f.

Esempio: cascata di due invertitori a BJT

Abbiamo in precedenza esaminato un altro circuito con connessione serie in ingresso e parallelo in uscita, riportato nella figura seguente:



Abbiamo in particolare visto che la rete di reazione è fatta nel modo seguente:



Vogliamo allora calcolare il modello a parametri h di questa rete di reazione. Applicando le definizioni, abbiamo quanto segue:

- $h_{11f} = \left.\frac{v_{1f}}{i_{1f}}\right|_{v_{2f}=0}$: quando è nulla la tensione di uscita delle rete di reazione, le due resistenze sono in parallelo, per cui $h_{11f} = R_E // R_F$;
- $h_{12f} = \left.\frac{v_{1f}}{v_{2f}}\right|_{i_{1f}=0}$: quando la corrente di ingresso per la rete di reazione è nulla, le due resistenze sono in serie e la tensione di ingresso v_{1f} è quella ai capi di R_E, per cui, applicando il partitore di tensione, otteniamo $h_{11f} = \frac{R_E}{R_E + R_F}$
- $h_{21f} = \left.\frac{i_{2f}}{i_{1f}}\right|_{v_{2f}=0}$: quando è nulla la tensione di uscita, abbiamo detto che le due resistenze sono in parallelo, ma non possiamo dire altro in quanto il rapporto tra le correnti dipende dai due transistor e, in particolare, dai rispettivi ;
- $h_{22f} = \left.\frac{i_{2f}}{v_{2f}}\right|_{i_{1f}=0}$: abbiamo detto prima che, quando $i_{1f}=0$, le due resistenze sono in serie, per cui il rapporto tra la corrente e la tensione è $h_{22f} = \frac{1}{R_E + R_F}$.

Scelta dei parametri della rappresentazione

Nell'esempio dell'inseguitore di tensione a BJT (connessione serie-parallelo) abbiamo direttamente utilizzato la rappresentazione a parametri h dei biporta di azione e di reazione. In generale, è necessario scegliere preventivamente i parametri della rappresentazione (z,y,h,g) che risultano più appropriati per lo studio della particolare configurazione. Questo è opportuno per poter più agevolmente conglobare il trasferimento del segnale in avanti nella rete di azione e quello inverso nella rete di reazione e per riportare gli effetti di carico della rete di reazione su quella di azione.

D'altra parte, è noto, in generale, che, a partire dai parametri di una rappresentazione, è possibile, mediante semplici trasformazioni algebriche, ottenere i parametri di una rappresentazione diversa. Al contrario, però, può anche non esistere alcuna rappresentazione di tipo z, y, h o g i cui parametri risultino tali da consentire di definire il guadagno di anello T: è questo il caso, ad esempio, degli inseguitori di tensione o degli amplificatori in transconduttanza a FET, come vedremo in seguito e come si è già visto nell'esame dello stadio inseguitore a drain comune.

In linea di massima, per ogni tipo di connessione, la rappresentazione più appropriata è quella che consente di valutare, in modo immediato, il trasferimento della rete di reazione e gli effetti di carico da essa esercitati sulla rete di azione. Sulla base di questo, le rappresentazioni opportune, per i 4 tipi di connessioni in ingresso ed in uscita, sono le seguenti:

- connessione serie-serie → *parametri z*
- connessione serie-parallelo → *parametri h*
- connessione parallelo-parallelo → *parametri y*
- connessione parallelo-serie → *parametri g*

Per individuare, nella pratica, la rappresentazione corretta, si può procedere nel modo seguente: ogni rappresentazione biporta necessita della scelta di due variabili indipendenti rispetto alle quali determinare le rimanenti due variabili dipendenti; allora, per scegliere le due variabili indipendenti basta scegliere quelle comuni, in ingresso ed in uscita, alla rete di azione ed a quella di reazione:

- connessione serie-serie → in questo tipo di connessione, la rete di azione e quella di reazione hanno la stessa corrente di ingresso e la stessa corrente di uscita, per cui la rappresentazione biporta più opportuna quella in cui le tensioni vengono riportate in funzione delle correnti, ossia la rappresentazione a *parametri z;*
- connessione serie-parallelo → in questo caso, la rete di azione e quella di reazione hanno la stessa corrente di ingresso e la stessa tensione di uscita, per cui la rappresentazione biporta più opportuna è quella in cui le due variabili indipendenti sono la corrente di ingresso e la tensione di uscita, ossia la rappresentazione a *parametri h;*
- connessione parallelo-parallelo → in quest'altro tipo di connessione, la rete di azione e quella di reazione hanno in comune la tensione sia in ingresso sia in uscita, per cui la rappresentazione biporta adeguata è quella in cui le correnti vengono riportate in funzione delle tensioni, ossia la rappresentazione a *parametri y;*

- connessione parallelo-serie → infine, in questa connessione le variabili comuni sono la tensione di ingresso e la corrente in uscita, per cui queste sono le variabili indipendenti e quindi la corrispondente rappresentazione è quella a *parametri g.*

In definitiva, nell'analisi condotta con il metodo dei biporta, si richiede l'identificazione di quella parte dell'intero circuito che forma la rete di azione, della rete di reazione e dei suoi effetti di carico sulla rete di azione.

E' sempre possibile, oltre che consigliabile, far ricorso all'analisi diretta per mezzo delle leggi di Kirchoff, al fine di verificare i procedimenti approssimati che è necessario seguire in alcuni casi particolarmente complessi.

Autore: **Sandro Petrizzelli**
e-mail: sandry@iol.it
sito personale: http://users.iol.it/sandry