Appunti di “FISICA TECNICA”

Capitolo 6 - Aria umida

Richiami sulle miscele gassose 2
Proprietà termodinamiche dell’aria umida 5
Relazioni per il calcolo di alcune proprietà interne 7
Titolo *7*
Esempio numerico 8
Entalpia *9*
Esempio numerico 10
Volume specifico *11*
Esempio numerico 11
Temperatura di saturazione adiabatica *11*
Temperatura di rugiada *13*
Temperatura di bulbo umido 14
Richiami di Chimica sulla temperatura di bulbo umido 14
Diagrammi psicrometrici 15
Diagramma di Mollier *15*
Diagramma ASHRAE-AICARR *17*
Temperatura di rugiada 18
Trasformazioni elementari dell’aria umida 19
Riscaldamento o raffreddamento a titolo costante *21*
Esempio numerico 22
Deumidificazione per raffreddamento *23*
Esempio numerico 24
Riscaldamento ed umidificazione *26*
Umidificazione *27*
Esempio numerico 27
Esempio numerico 28
Esempio numerico 30
Mescolamento adiabatico *31*

RICHIAMI SULLE MISCELE GASSOSE

Nei capitoli precedenti ci siamo spesso occupati di sistemi ad un solo componente gassoso, avente comportamento da gas perfetto. Vediamo ora che succede quando i componenti sono più di uno.

Supponiamo dunque di avere una miscela di N gas diversi (ciascuno dei quali costituisce un *componente* del sistema) ritenuti tutti a comportamento perfetto; tra i parametri utili per caratterizzare tale miscela, ci sono i seguenti:

m_i : peso (o massa) dell' i-simo componente
M_i : peso molecolare (o massa molecolare) dell' i-simo componente
n_i : numero di chilomoli dell' i-simo componente

Ovviamente, risulta che il peso totale della miscela è

$$m_{TOT} = \sum m_i$$

e, in modo analogo, che il numero totale di chilomoli è

$$n_{TOT} = \sum n_i$$

Si usano anche i seguenti rapporti:

frazione molare dell' i-simo componente: $\chi_i = \frac{n_i}{n_{TOT}}$

frazione massica dell' i-simo componente: $y_i = \frac{m_i}{m_{TOT}}$

Assegnare i valori y_i dei componenti equivale a dare la composizione in massa (o in peso) della miscela, mentre assegnare i valori x_i equivale a dare la composizione molare. Anche in questo caso, si tenga presente che $\sum \chi_i = 1 = \sum y_i$

Sia data ora la suddetta miscela di gas ad una certa temperatura t ([1]):

- si definisce **pressione parziale** di ciascun componente della miscela *la pressione che tale componente eserciterebbe, alla stessa temperatura t, se occupasse da solo tutto il volume totale messo a disposizione della miscela;*
- in modo analogo, si definisce **volume parziale** di ciascun componente *il volume che tale componente occuperebbe, alla stessa temperatura t, se fosse soggetto da solo alla pressione totale della miscela.*

A proposito del concetto di pressione parziale, sussiste la seguente **legge di Dalton**: *la pressione totale P di una miscela di gas è pari esattamente alla somma delle pressioni parziali dei singoli componenti.*

A partire da questa legge possiamo ricavare una serie di importanti relazioni matematiche.

[1] La *t* minuscola indica una temperatura espressa in °C, mentre la *T* maiuscola indica una temperatura assoluta, espressa in K

Consideriamo allora il generico componente i della miscela e applichiamo la legge di stato dei gas supponendo che esso occupi da solo il volume V: otteniamo

$$p_i V = m_i R_i T = m_i \frac{R_0}{M_i} T = n_i R_0 T$$

dove ricordiamo che R_0 è la costante universale dei gas.

Se sono N i componenti della miscela, otteniamo N relazioni analoghe a quella, una per ciascun componente: sommandole membro a membro otteniamo

$$\sum_{i=1}^{N} p_i V = \sum_{i=1}^{N} n_i R_0 T \longrightarrow V \sum_{i=1}^{N} p_i = R_0 T \sum_{i=1}^{N} n_i \longrightarrow \boxed{PV = R_0 T n_{TOT}}$$

La relazione ottenuta lega dunque la pressione totale, il volume e la temperatura della miscela considerata. Tra le altre cose, essa mostra che, a parità di pressione totale P e di temperatura T, il rapporto V/n_{TOT} assume lo stesso valore per le miscele e per i gas chimicamente puri, il che significa che la legge di Avogadro vale anche per le miscele.

Adesso, dividiamo membro a membro la relazione $p_i V = n_i R_0 T$ per $V \sum_{i=1}^{N} p_i = R_0 T \sum_{i=1}^{N} n_i$:

$$\frac{p_i}{\sum_{i=1}^{N} p_i} = \frac{n_i}{\sum_{i=1}^{N} n_i}$$

Il rapporto, presente al secondo membro, tra il numero di moli dell'i-esimo componente ed il numero totale di moli prende il nome di **frazione molare** del componente i-esimo e si indica con il simbolo χ. Inoltre, il denominatore del primo membro, in base alla legge di Dalton, non è altro che la pressione totale della miscela, per cui possiamo concludere che $\boxed{p_i = \chi P}$, ossia che *la pressione parziale di un componente di una miscela gassosa è pari al prodotto della frazione molare di quel componente per la pressione totale della miscela.*

Applicando adesso il concetto di volume parziale al generico componente i-simo, otteniamo che

$$PV_i = n_i RT$$

Se, adesso, dividiamo questa equazione, membro a membro, con l'equazione di stato $PV = RT \sum_{i=1}^{N} n_i$ riferita all'intero volume V, otteniamo facilmente che $\boxed{V_i = \chi V}$, ossia che *il volume parziale di un componente di una miscela gassosa è pari al prodotto della frazione molare di quel componente per il volume totale.*

Evidentemente, si può scrivere anche che $\chi = V_i / V$ e questa relazione indica che dalla semplice analisi volumetrica della miscela (che comprende la determinazione di V_i ed il rapporto con V) è possibile ottenere il valore di χ_i senza dover far uso delle chilomoli.

Autore: Sandro Petrizzelli

Consideriamo nuovamente l'equazione di stato dei gas ideali: per l'intera miscela, essa può essere scritta nella forma

$$pv = R_m T$$

dove *v* è il volume specifico e dove la costante da considerare ha espressione

$$R_m = \frac{R_0}{M_m} = \frac{R_0}{\sum_{i=1}^{N} x_i M_i}$$

Tale costante è dunque il rapporto tra la costante universale R_0 ed il cosiddetto **peso (o massa) molecolare medio(a)** della miscela, dato(a) appunto da $M_m = \sum_{i=1}^{N} x_i M_i$. Vogliamo allora vedere come calcolare il valore di R_m.

In primo luogo, per il generico componente i-simo, possiamo scrivere che $p_i V = m_i R_i T$, dove R_i è la costante caratteristica del componente stesso. Sommando per i=1,...,n si ottiene da qui che

$$\sum_{i=1...,N} p_i V = V \sum_{i=1...,N} p_i = pV = \sum_{i=1...,N} m_i R_i T = T \sum_{i=1...,N} m_i R_i \longrightarrow pV = T \sum_{i=1...,N} m_i R_i$$

Dividendo ambo i membri per la massa totale m_{TOT} della miscela, si ottiene

$$p \frac{V}{m_{TOT}} = pv = T \sum_{i=1...,N} \frac{m_i}{m_{TOT}} R_i = T \sum_{i=1...,N} y_i R_i \longrightarrow pv = T \sum_{i=1...,N} y_i R_i$$

D'altra parte, avevamo detto che $pv = R_m T$, per cui possiamo concludere che

$$\boxed{R_m = \sum_{i=1...,N} y_i R_i}$$

Note, dunque, le costanti di tutti i componenti della miscela e le frazioni massiche di ciascuno di essi, è possibile risalire al valore della costante della miscela stessa.

Ricordiamo inoltre che si può affermare che, mentre per un sistema ad un solo componente l'equazione caratteristica assume la forma $pv = RT$, per i sistemi a più componenti si può scrivere $pv = R_m T$.

Passiamo adesso al calcolo delle grandezze estensive[2] totali per le miscele di gas: tale calcolo si può effettuare tenendo presente che, nella miscela, ciascun componente si comporta come se occupasse da solo l'intero volume V del sistema, alla temperatura T del sistema ed alla propria pressione parziale p_i. Pertanto, se indichiamo con G la generica grandezza estensiva dell'intero sistema e con g_i la relativa grandezza specifica del componente i-simo, si può scrivere che

[2] dipendenti cioè della massa

$$G = \sum_{i=1}^{N} m_i g_i \longrightarrow \Delta G = \sum_{i=1}^{N} m_i \Delta g_i$$

dove ciascun g_i va calcolato, per quanto detto, come se il sistema fosse ad un solo componente, quello i-simo, e fosse caratterizzato dalle proprietà interne p_i, T, m_i e V.

Applicando questo ragionamento alle più comuni grandezze estensive, abbiamo dunque quanto segue:

$$\Delta U = \sum_{i=1}^{N} m_i \Delta u_i$$

$$\Delta H = \sum_{i=1}^{N} m_i \Delta h_i$$

$$\Delta S = \sum_{i=1}^{N} m_i \Delta s_i$$

PROPRIETÀ TERMODINAMICHE DELL'ARIA UMIDA

L' **aria atmosferica** *è una miscela di gas (principalmente azoto ed ossigeno) contenente vapor d'acqua e tracce di vapori di altre sostanze, oltre che particelle di polveri, fumi e sostanze solide variamente disperse.* Nei problemi di **condizionamento termo-igrometrico**, l'aria atmosferica viene generalmente considerata come semplicemente una miscela binaria di **aria secca** e vapor d'acqua e viene detta **aria umida**.

> Il termine **umidità**, per definizione, indica la presenza nell'aria atmosferica di una quantità più o meno grande di vapore acqueo.

Per quanto riguarda la composizione della cosiddetta **aria secca** (detta anche **aria standard**), si accetta, per convenzione, come esatta quella riportata nella tabella seguente:

Sostanza	Peso molecolare	Frazione molare o composizione volumetrica	Composizione ponderale
Ossigeno O_2	32	0.2095	0.2314
Azoto N_2	28.02	0.7809	0.7554
Argon A	39.94	0.0093	0.0128
Anidride carbonica CO_2	44.01	0.0003	0.0004
Totale		1.0000	1.0000

Facciamo osservare che *l'aria secca può anche essere considerata come un unico componente puro, ma solo a patto che la sua composizione non vari nel corso della trasformazione considerata:* tale ipotesi è senz'altro accettabile nei problemi di condizionamento, in quanto le alterazioni della composizione dell'aria

causate dalla presenza di persone (vale a dire riduzione di ossigeno e aumento di anidride carbonica) sono senz'altro trascurabili.

L'aria umida può contenere una quantità di vapore che va da zero (nel qual caso si tratta semplicemente di **aria secca**) ad un valore massimo (**aria umida satura**) che dipende sia dalla temperatura sia dalla pressione. La condizione di saturazione[3] dell'aria umida si verifica quando essa può coesistere in equilibrio con l'acqua allo stato liquido e ne è separata mediante una superficie piana: in questo stato, il vapor d'acqua è saturo alla temperatura del sistema.

Per individuare lo stato termodinamico dell'aria umida serve conoscere la pressione totale ed altri due parametri di stato intensivi indipendenti. Servono cioè 3 parametri e questo deriva dal fatto che, come detto, l'aria umida viene considerata una miscela binaria: ricordando infatti la regola di Gibbs circa la varianza di un sistema, ossia $\nu = 2 + C - f$, ponendo C=2 (i componenti sono due) ed f=1 (la fase è unica ed è quella gassosa), si ottiene proprio ν=3 .

Per quanto riguarda la scelta degli altri due parametri di stato, solitamente vengono scelti tra quelli elencati qui di seguito:

- **entalpia specifica** (simbolo: **h**) e **volume specifico** (simbolo: **v**): è bene osservare che queste grandezze, pur essendo relative alla miscela complessiva di aria secca e vapore d'acqua, vengono in effetti riferite, per convenzione, alla sola aria secca[4] e questo perché nei processi termoigrometrici la quantità di aria secca rimane sempre invariata;

- **parametri igrometrici**: essi individuano le caratteristiche del vapore contenuto nella miscela; rientrano in questa classe i seguenti 3 parametri, tutti adimensionali:

  * **titolo dell'aria umida** (simbolo: **x**): corrisponde al peso (o alla massa) di vapore contenuto nell'unità di peso (o di massa) di aria secca:

$$x = \frac{m_{VAPORE}}{m_{ARIA\ SECCA}}$$

    Varia tra 0 (corrispondente a m_{VAPORE}=0, ossia alla sola aria secca) ed ∞ (corrispondente a solo vapore d'acqua);

  * **grado igrometrico** (simbolo: ϕ): rapporto tra la pressione parziale del vapore e quella del vapore, in condizioni di saturazione, alla stessa temperatura:

$$\phi = \frac{p_{VAPORE}}{p_{VAPORE\ SATURO}}$$

    Varia tra 0 ed 1 ed è generalmente espresso in percentuale;

[3] Ricordiamo quanto detto in precedenza a proposito delle *condizioni di saturazione*: più fasi diverse, in equilibrio tra di loro, vengono dette in **condizioni di saturazione** e ciascuna fase viene definita in tal caso **satura**

[4] nel senso che si considera l'entalpia totale H e/o il volume totale V rapportati non alla massa totale, ma alla massa dell'aria secca. Il concetto sarà approfondito più avanti

- **umidità relativa** (simbolo: **U.R.**): rapporto tra il peso specifico (o la densità) del vapore ed il peso specifico (o la densità) del vapore, in condizioni di saturazione, alla stessa temperatura; varia tra 0 ed 1 ed è generalmente espresso in percentuale.

- **parametri termometrici**: rientrano in queste classe i seguenti 3 parametri:

  - **temperatura di bulbo asciutto** (simbolo: **t**): temperatura effettiva dell'aria; detta così perché misurata da un termometro sul cui bulbo non vi sia acqua;
  - **temperatura di rugiada** (simbolo: $\mathbf{t_r}$): temperatura di incipiente condensazione del vapor d'acqua contenuto nell'aria umida, quando questa viene raffreddata a pressione costante senza variazione di titolo; si tratta della più bassa temperatura compatibile con un assegnato titolo x per una certa pressione;
  - **temperatura di saturazione adiabatica** (simbolo: $\mathbf{t_s}$): come vedremo nel dettaglio più avanti, si tratta della temperatura a cui si porta una corrente di aria umida all'uscita di un sistema adiabatico nel quale essa si saturi lambendo uno specchio di acqua liquida alla stessa temperatura t_s.

RELAZIONI PER IL CALCOLO DI ALCUNE PROPRIETÀ INTERNE

Negli usuali problemi di trattamento termoigrometrico dell'aria che si incontrano negli impianti di condizionamento, la pressione totale è prossima ad 1 atm, mentre la temperatura è certamente compresa nell'intervallo 0°C ÷ 100°C. Per questi valori di temperatura e pressione, è assolutamente lecito considerare l'aria secca come un *gas piucheperfetto*, ossia tale che i calori specifici c_P e c_V siano delle costanti[5].

Per quanto riguarda, invece, il vapor d'acqua, il comportamento non è proprio quello di un gas perfetto, ma si possono comunque senz'altro trascurare i discostamenti entalpici ed entropici, mentre il fattore di comprimibilità z assume valori compresi tra 0.984 e 0.998.

Di conseguenza, *con l'approssimazione generalmente utilizzata nei calcoli ingegneristici, le proprietà di stato dell'aria umida possono essere calcolate mediante l'impiego della legge di Dalton sulle miscele di gas perfetti e, per la sola aria secca, mediante le relazioni valide per gas piucheperfetti.*

Infine, ricordiamo che, nelle condizioni in cui il vapor d'acqua ha comportamento da gas perfetto, il grado igrometrico e l'umidità relativa hanno valori numericamente coincidenti: questo perché ..(?)...

Titolo

La **legge di Dalton** dice che la pressione totale della miscela considerata di gas perfetti è pari alla somma delle pressioni delle singole specie presenti: per la miscela binaria costituita dall'aria umida, possiamo dunque scrivere che

[5] Ricordiamo che, in generale, i calori specifici c_P e C_V dipendono dalla temperatura, dalla pressione e dal volume specifico. Nei gas a comportamento perfetto, essi dipendono solo dalla temperatura, mentre nei gas piucheperfetti essi sono indipendenti anche da T

$$\boxed{p = p_A + p_V = \frac{m_A R_A T}{V} + \frac{m_V R_V T}{V}}$$

dove il simbolo *m* indica il peso molecolare e dove le grandezze senza pedice (p, V e T) si riferiscono all'intero sistema, mentre quelle con i pedici *A* e *V* si riferiscono, rispettivamente, all'aria secca ed al vapore d'acqua.

Naturalmente, nel ricavare l'equazione precedente si è tenuto conto che, in base all'equazione dei gas perfetti, risulta $p_A V = m_A R_A T$ e $p_V V = m_V R_V T$: facendo il rapporto membro a membro tra queste due relazioni, otteniamo

$$\frac{p_A}{p_V} = \frac{m_A R_A}{m_V R_V}$$

D'altra parte, per definizione, il titolo della miscela considerata è $x = \frac{m_A}{m_V}$, per cui possiamo scrivere che $x = \frac{p_A}{p_V}\frac{R_V}{R_A}$. I valori delle due costanti sono $\boxed{R_A = 29.27(m/K)}$ e $\boxed{R_V = 47.05(m/K)}$, per cui, facendone il rapporto, possiamo scrivere che

$$x = 0.622 \cdot \frac{p_V}{p_A}$$

Inoltre, poiché $p_A = p - p_V$, quella diventa

$$x = 0.622 \cdot \frac{p_V}{p - p_V}$$

Infine, dalla definizione di grado igrometrico ϕ, indicata con p_{VS} la pressione del vapore saturo (alla temperatura cui si trova il sistema), risulta $\phi = p_V / p_{VS}$ e possiamo quindi concludere che il titolo della miscela considerata vale

$$\boxed{x = 0.622 \cdot \frac{\phi p_{VS}}{p - \phi p_{VS}}}$$

Esempio numerico

In un ambiente di 64.3 m^3 vi è dell'aria alla pressione di 780 mmHg, alla temperatura di 20°C e con un grado igrometrico di 0.64. Determinare il titolo dell'aria e la quantità di vapore d'acqua contenuta nell'ambiente.

Partiamo dal valore del grado igrometrico: il grado igrometrico dell'aria (umida) è pari, per definizione, al rapporto tra la pressione del vapore d'acqua e la pressione del vapore d'acqua, saturo, alla stessa temperatura: $\phi = p_V / p_{VS}$. Dato che conosciamo la temperatura, possiamo utilizzare la nota tabella delle proprietà del vapor d'acqua saturo per ricavare p_{VS}: in corrispondenza di t=20°C si legge il valore $p_{VS} = 0.0234(bar) = 2340(Pa)$. Da qui, moltiplicando per ϕ, otteniamo che la pressione del vapor d'acqua è $p_V = 1497.6(Pa)$.

Autore: Sandro Petrizzelli

Questo valore della pressione ci serve a calcolare la massa di vapor d'acqua: sappiamo infatti che, considerando il vapor d'acqua come un gas perfetto, vale la relazione $p_V V = m_V R_V T$. L'unica incognita, in questa equazione, è proprio la massa di vapore: risulta m_V=7 kg.

Adesso, con analogo procedimento possiamo ricavare la massa di aria secca: infatti, tenendo conto che la pressione totale (a noi nota) dell'aria umida è $p = p_A + p_V$, abbiamo che

$$p_A = p - p_V = 1.04 \cdot 10^5 (Pa) - 1497.6(Pa) = 1.025 \cdot 10^5 (Pa) \longrightarrow m_A = \frac{p_A V}{R_A T} = 768.3(kg)$$

Da qui possiamo concludere che il titolo dell'aria umida considerata è $x = \frac{m_A}{m_V} = 0.009$.

Facciamo osservare che il valore del titolo poteva anche essere calcolato più rapidamente mediante la relazione $x = 0.622 \cdot \frac{p_V}{p - p_V}$.

Entalpia

Anche per quanto riguarda l'entalpia, vale la proprietà additiva, in base alla quale l'entalpia di una miscela di gas perfetti è pari alla somma delle entalpie dei singoli componenti. Per l'aria umida, possiamo dunque scrivere che

$$\boxed{H = m_A h_A + m_V h_V}$$

Per quanto riguarda l'entalpia specifica, avendo detto che è conveniente far riferimento, anziché al peso (massa) totale, al peso (massa) della sola aria secca, risulterà

$$\boxed{h = \frac{H}{m_A} = h_A + \frac{m_V}{m_A} h_V = h_A + x \cdot h_V}$$

I termini h_A ed h_V che compaiono in questa equazione sono valutabili mediante le apposite tabelle di cui si è parlato nei capitoli sui gas e sui vapori. Tuttavia, nei problemi termoigrometrici ambientali, relativi generalmente a pressioni totali prossime a quella atmosferica ed a temperature comprese tra 0°C e 60°C, è adottabile, usando il Sistema Tecnico, la seguente relazione:

$$\boxed{h = 0.24 \cdot t + (595 + 0.46 \cdot t)x}$$

Questa relazione deriva semplicemente dalle seguenti considerazioni: intanto, si parte dalla relazione $h = h_A + x \cdot h_V$ trovata un attimo fa; l'entalpia dell'aria, considerando che il riferimento, nel Sistema Tecnico, è **h=0 alla temperatura di 0°C**, è pari a $h_A = c_{PA} t$, dove $c_{PA} = 0.24 (kcal/kg° C)$; in modo analogo, l'entalpia del vapor d'acqua, considerando che il calore latente di evaporazione, a 0°C, è pari a 595(kcal/kg), è pari a $h_V = 595 + c_{PV} t$, dove $c_{PV} = 0.46 (kcal/kg° C)$.

Facendo un confronto tra questa relazione e quella precedente, si osserva che $0.24 \cdot t$ rappresenta il termine h_A, mentre $(595 + 0.46 \cdot t)$, detto **binomio di Mollier**, rappresenta h_V.

Osserviamo inoltre che il binomio di Mollier fornisce l'entalpia del vapore in funzione della sola temperatura: questo perché, nel campo di valori di temperatura e pressione, abbiamo già detto che il vapore ha comportamento da gas perfetto e sappiamo che i gas perfetti godono della proprietà per cui h=h(T).

Esempio numerico

Determinare l'entalpia di 12.4 m^3 di aria alla pressione di 800 mmHg, alla temperatura di 15°C e con un grado igrometrico di 0.73.

In base a quanto visto poco fa, abbiamo due modi di procedere:

- il modo più rigoroso consiste nell'applicare la relazione

$$h = \frac{H}{m_A} = h_A + \frac{m_V}{m_A} h_V = h_A + x \cdot h_V$$

- il modo più rapido, invece, consiste nell'applicare la relazione

$$h = 0.24 \cdot t + (595 + 0.46 \cdot t)x$$

Seguendo quest'ultima strada, quello che ci serve è il titolo dell'aria umida considerata. Dobbiamo allora procedere in modo del tutto analogo all'esempio numerico svolto in precedenza.

Usando la definizione di grado igrometrico ($\phi = p_V / p_{VS}$), possiamo calcolare la pressione parziale del vapor d'acqua: infatti, utilizzando la tabella delle proprietà del vapor d'acqua saturo, leggiamo che, in corrispondenza di t=15°C si legge il valore $p_{VS} = 0.017051(bar) = 1705.1(Pa)$, da cui, moltiplicando per ϕ, otteniamo che la pressione del vapor d'acqua è $p_V = 1445(Pa)$.

Nota questa informazione, possiamo subito scrivere che il titolo vale

$$x = 0.622 \cdot \frac{p_V}{p - p_V} = 0.622 \cdot \frac{1445(Pa)}{105263(Pa) - 1445(Pa)} = 0.00866$$

Da qui deduciamo che l'entalpia specifica dell'aria umida considerata è

$$h = 0.24 \cdot t + (595 + 0.46 \cdot t)x = 8.81 \frac{kcal}{kg}$$

Dobbiamo adesso calcolare la massa dell'aria secca per ottenere l'entalpia totale, non più riferita all'unità di massa:

$$p_A = p - p_V = 105263(Pa) - 1445(Pa) = 103818(Pa) \longrightarrow m_A = \frac{p_A V}{R_A T} = 152.7(kg)$$

Concludiamo quindi che $H = h m_A = 1345.4(kcal)$

Volume specifico

Il volume specifico della miscela, riferito anch'esso ad 1 kp (Sistema Tecnico) di aria secca, coincide con il volume specifico della stessa aria secca, per cui è valutabile come

$$v = \frac{V}{m_A} = v_A = \frac{R_A T}{p - p_V}$$

Ovviamente, da qui scaturisce che il volume totale della miscela è $V = m_A v$.

Esempio numerico

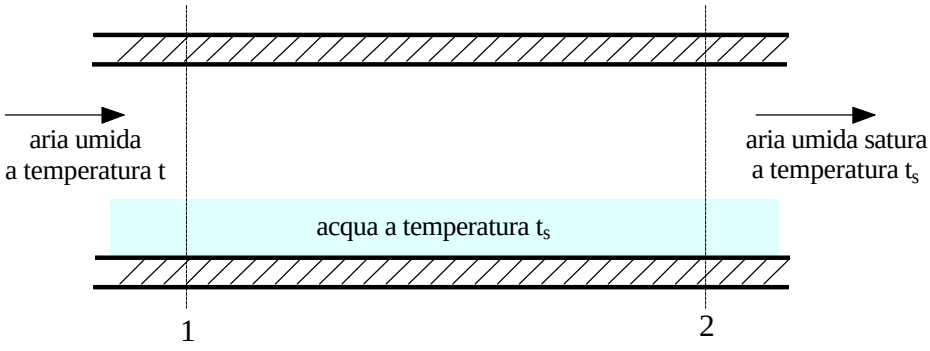
Determinare il volume specifico dell'aria umida alla temperatura di 30°C, alla pressione di 2atm e con un grado igrometrico di 0.75.

In base alla relazione $v = \frac{V}{m_A} = \frac{R_A T}{p - p_V}$, ci basta calcolare la pressione parziale del vapor d'acqua. Procediamo allora come negli esercizi precedenti: dato che $\phi = p_V / p_{VS}$ e leggendo che, in corrispondenza di 30°C, risulta p_{VS}=0.04246(bar)=4246(Pa), deduciamo che p_V=3184.5(Pa), da cui concludiamo che

$$v = \frac{R_A T}{p - p_V} = \frac{29.27\left(\frac{m}{K}\right)\cdot 303(K)}{2\cdot 1.013\cdot 10^5 (Pa) - 3184.5(Pa)} = 0.0445 \frac{m}{\frac{kg}{m\cdot s^2}} = 0.0445 \frac{m^2 s^2}{kg} = 0.0445 \frac{m^3}{kp}$$

Temperatura di saturazione adiabatica

Un **sistema di saturazione adiabatica dell'aria** può essere schematicamente rappresentato come nella figura seguente:



Si fanno una serie di ipotesi semplificative:

- la **camera di saturazione** è supposta di lunghezza infinita e perfettamente isolata;
- si suppone inoltre che la massa d'acqua presente sia molto grande rispetto a quella che evapora;

- ancora, si suppone che nella suddetta massa d'acqua non ci siano gradienti di temperatura;
- infine, si suppone che, al passare della corrente di aria umida sullo strato d'acqua, la temperatura di quest'ultima, una volta raggiunte le condizioni di regime permanente, sia uguale alla temperatura dell'aria umida satura che esce dalla camera.

Possiamo adesso applicare il bilancio di energia (cioè il primo principio della termodinamica), per sistemi aperti, al volume di controllo costituito dalla parte del sistema occupata da aeriforme. Nella sua espressione più generale, sappiamo che tale bilancio di energia è dato da

$$\left(h_1 + gz_1 + \frac{w_1^2}{2}\right)\dot{m}_1 + \dot{Q} = \left(h_2 + gz_2 + \frac{w_2^2}{2}\right)\dot{m}_2 + \dot{L} + \frac{dE_{V.C.}}{d\theta}$$

I termini cinetici e potenziali si possono sicuramente trascurare: infatti, la quota rimane sempre la stessa ed anche la velocità di scorrimento non subisce variazioni. Non sono nemmeno presenti termini di generazione di energia all'interno del volume di controllo né tanto meno viene compiuto del lavoro, per cui la relazione si semplifica:

$$\dot{m}_1 h_1 + \dot{Q} = \dot{m}_2 h_2$$

Adesso, in ingresso (sezione 1) abbiamo aria secca, con portata $\dot{m}_A$, e acqua, con portata $\dot{m}_{H_2O}$, per cui risulta $\dot{m}_1 h_1 = \dot{m}_A h_1 + \dot{m}_{H_2O} h_{VS}$. In uscita (sezione 2), invece, abbiamo aria umida satura, ancora con portata $\dot{m}_A$. Possiamo dunque scrivere che

$$\dot{m}_A h_1 + \dot{Q} + \dot{m}_{H_2O} h_{VS} = \dot{m}_A h_2$$

dove ovviamente $\dot{Q}$ la potenza termica scambiata tra l'aria e l'acqua (mentre non ci sono scambi con l'esterno in quanto le pareti del condotto si ritengono adiabatiche).

D'altra parte, $\dot{Q}$ è la potenza termica che determina l'evaporazione del liquido, il che significa che vale la relazione

$$\dot{Q} = -\dot{m}_{H_2O}\left(h_{VS} - h_\ell\right)$$

dove h_ℓ è l'entalpia dell'acqua liquida satura[6]. Sostituendo allora questa espressione nell'equazione di prima, otteniamo

$$\dot{m}_A h_1 + \dot{m}_{H_2O} h_\ell = \dot{m}_A h_2$$

Inoltre, se facciamo un bilancio di materia sull'acqua, risulta $\dot{m}_{H_2O} = \dot{m}_A\left(x_2 - x_1\right)$ e quindi l'equazione precedente diventa

$$\dot{m}_A h_1 + \dot{m}_A\left(x_2 - x_1\right)h_\ell = \dot{m}_A h_2 \xrightarrow{\text{eliminando } \dot{m}_A} h_1 + \left(x_2 - x_1\right)h_\ell = h_2$$

[6] Ricordiamo, infatti, quanto detto nel capitolo sui liquidi: le proprietà interne di un liquido dipendono soltanto dalla temperatura, per cui i loro valori possono essere calcolati facendo riferimento al liquido saturo alla stessa temperatura.

Infine, abbiamo richiesto, nelle ipotesi iniziali, che l'acqua liquida fosse alla stessa temperatura dell'aria all'uscita: possiamo allora scrivere che $h_\ell = h_{\ell 2}$, in modo da concludere che

$$\boxed{h_1 + (x_2 - x_1)h_{\ell 2} = h_2}$$

Questa relazione lega dunque il titolo della miscela, prima e dopo la saturazione, all'entalpia finale della miscela stessa e a quella dell'acqua liquida (satura).

Dato che l'aria umida in uscita è satura e dato che il processo ha luogo alla pressione costante p, sia x_2 sia h_2 e $h_{\ell 2}$ risultano funzioni della sola temperatura t_2; ma la relazione appena ricavata dice che tali parametri sono funzioni di h_1 ed x_1, dal che deduciamo che t_2 è funzione di h_1 ed x_1. Allora, h_1, x_1, p sono i tre parametri che individuano uno stato dell'aria umida.

Inoltre, *la temperatura t_2, che per il tipo di processo seguito è, per definizione, proprio la temperatura di saturazione adiabatica, è una proprietà termodinamica dello stato 1.*

Temperatura di rugiada

Nelle condizioni di **incipiente condensazione** (cioè quando prende il via il passaggio aeriforme → liquido), nelle quali la temperatura è proprio, per definizione, quella di rugiada $\mathbf{t_r}$, il titolo, come si è detto, è quello dello stato termodinamico di partenza. Allora, avendo in precedenza trovato che il titolo è esprimibile come

$$x = 0.622 \cdot \frac{\phi p_{VS}}{p - \phi p_{VS}}$$

possiamo uguagliare il titolo iniziale e quello finale, in modo da ottenere

$$0.622 \cdot \frac{\phi p_{VS}(t)}{p - \phi p_{VS}(t)} = 0.622 \cdot \frac{\phi p_{VS}(t_r)}{p - p_{VS}(t_r)}$$

da cui si ricava evidentemente che $\boxed{p_{VS}(t_r) = \phi p_{VS}(t)}$.

Dato che ϕ, per definizione, è il rapporto tra la pressione parziale del vapore nell'aria e $p_{VS}(t)$, deduciamo che il termine $\phi p_{VS}(t)$ rappresenta la pressione parziale del vapore nell'aria:

$$p_{VS}(t_r) = p_V(t)$$

Quella relazione dice allora che *la temperatura di rugiada è la temperatura alla quale il vapore d'acqua presente nell'aria diventa saturo.*

Autore: Sandro Petrizzelli

TEMPERATURA DI BULBO UMIDO

Nel paragrafo precedente abbiamo esaminato solo proprietà interne dell'aria umida. Vogliamo adesso introdurre una grandezza che, pur non essendo una proprietà di stato, è frequentemente usato nella pratica: questa grandezza è la cosiddetta **temperatura di bulbo umido** (simbolo: $\mathbf{t_{bu}}$) ed il suo valore è direttamente fornito da uno strumento di impiego corrente nelle misure igrometriche, cioè lo **psicrometro**.

C'è una *differenza fondamentale, di tipo concettuale, tra la temperatura di bulbo umido e quella di saturazione adiabatica* precedentemente introdotta: mentre t_s è una proprietà di stato, difficilmente misurabile salvo in casi limite come quello della camera di saturazione, la temperatura di bulbo umido non è una grandezza di stato ed ha un valore, come detto, facilmente misurabile per via sperimentale.

Ad ogni modo, dato che la misura di t_{bu} è influenzata dalle modalità di scambio termico e massico tra il bulbo del termometro e l'aria ambiente, esistono comunque delle correlazioni tra t_{bu} e t_s, per cui è possibile valutare t_s avendo misurato t_{bu}. Anzi, la costruzione degli psicrometri viene effettuata in modo tale che, a meno di differenze generalmente trascurabili, le due temperature risultino uguali.

Richiami di Chimica sulla temperatura di bulbo umido

Quando il vapore di una sostanza si mescola con un *gas incoercibile*[7], il gas stesso si dice **umido**. Come esempio di gas umido si può considerare la miscela di aria e vapor d'acqua alla pressione totale di circa 1 atm, assumendo quindi che la miscela segua la legge di stato del gas ideale.

L'umidità della aria si può misurare sperimentalmente in vari modi. Tra questi, citiamo quello della misurazione del **punto di rugiada**, ossia della temperatura alla quale iniziale la condensazione del vapore in liquido. Dal diagramma di stato dell'acqua, si vede che il vapore inizia a condensare quando la sua pressione parziale è identica alla tensione di vapore dell'acqua. La determinazione sperimentale del punto di rugiada consente di conoscere la pressione parziale del vapore presente nell'aria e quindi, attraverso opportune formule, di calcolare l'umidità dell'aria.

Esiste anche un altro, più rapido e conveniente, per misurare l'umidità dell'aria. Esso si basa sul principio che l'acqua si raffredda quando evapora in condizioni adiabatiche: in questo caso, infatti, l'entalpia di evaporazione è positiva. Allora, se si avvolge il bulbo di un termometro con una garza bagnata e si investe il bulbo con una corrente d'aria ambiente, se l'aria non è satura di vapore causerà l'evaporazione di una parte dell'acqua che inibisce la pezza, causando una diminuzione della sua temperatura. Si arriva così rapidamente a raggiungere una temperatura di equilibrio, detta **temperatura di bulbo umido**, che rimane costante fin quando la pezza è umida, in quanto il calore necessario per far evaporare l'acqua alla temperatura di bulbo umido è esattamente uguale a quello ceduto dall'aria che invece la pezza alla temperatura T. Facendo dei semplici passaggi matematici che quantificano questi discorsi, si riesce a calcolare l'umidità dell'aria.

[7] I cosiddetti **gas incoercibili** sono caratterizzati da temperature critiche molto basse, per cui non si possono condensare per compressione usando i normali metodi di raffreddamento. Esempi sono l'elio, l'idrogeno, l'azoto e lo stesso ossigeno. Per poter liquefare questi gas si deve ricorrere a metodi particolari: si procede infatti al raffreddamento di tali gas facendoli espandere adiabaticamente ad una temperatura al di sotto della **temperatura di inversione** (che ricordiamo essere quella temperatura alla quale il **coefficiente di Joule-Thomson** è nullo), tale cioè che l'espansione sia appunto accompagnata da raffreddamento.

DIAGRAMMI PSICROMETRICI

Abbiamo detto all'inizio del capitolo che, per individuare lo stato termodinamico dell'aria umida, serve conoscere la pressione totale (cioè la somma della pressione parziale dell'aria secca e della pressione parziale del vapor d'acqua) ed altri due parametri di stato intensivi indipendenti. Allora, i cosiddetti **diagrammi psicrometrici** sono diagrammi tracciati mediante due assi coordinati in cui sono riportati i valori di una delle coppie di grandezze di stato che, insieme alla pressione della miscela, assegnata e costante, individuano lo stato dell'aria umida. Una volta scelti gli assi coordinati, il generico diagramma psicrometrico si costruisce utilizzando le relazioni e le definizioni già fornite.

I diagrammi psicrometrici maggiormente utilizzati sono quelli che utilizzano come coordinate l'entalpia ed il titolo: ne esistono fondamentalmente di due tipi:

- **diagramma di Mollier**: si tratta del diagramma avente in ordinate l'entalpia specifica e in ascisse il titolo dell'aria umida;
- **diagramma ASHRAE-AICARR**: si tratta del diagramma avente in ordinate il titolo dell'aria umida ed in ascisse l'entalpia specifica; il nome deriva dal fatto che tale diagramma fu elaborato dall' ASHRAE e poi fu convertito in unità metriche dal gruppo italiano *AICARR* (*Associazione Italiana Condizionamento dell'Aria, Riscaldamento, Refrigerazione*).

Come vedremo tra poco, entrambi i diagrammi adottano coordinate oblique che permettono una rappresentazione grafica più chiara. In essi, la zona al di là della curva di saturazione è la zona delle cosiddette **nebbie**, che rappresentano condizioni di sospensione di particelle liquide nell'aria.

> La **nebbia** rappresenta una condizione altamente instabile, nella quale l'umidità relativa è maggiore del 100%. Si tratta di una condizione instabile in quanto bastano un po' di vento oppure l'innalzamento della temperatura perché l'umidità relativa diminuisca.

Altre due osservazioni importanti sono le seguenti:

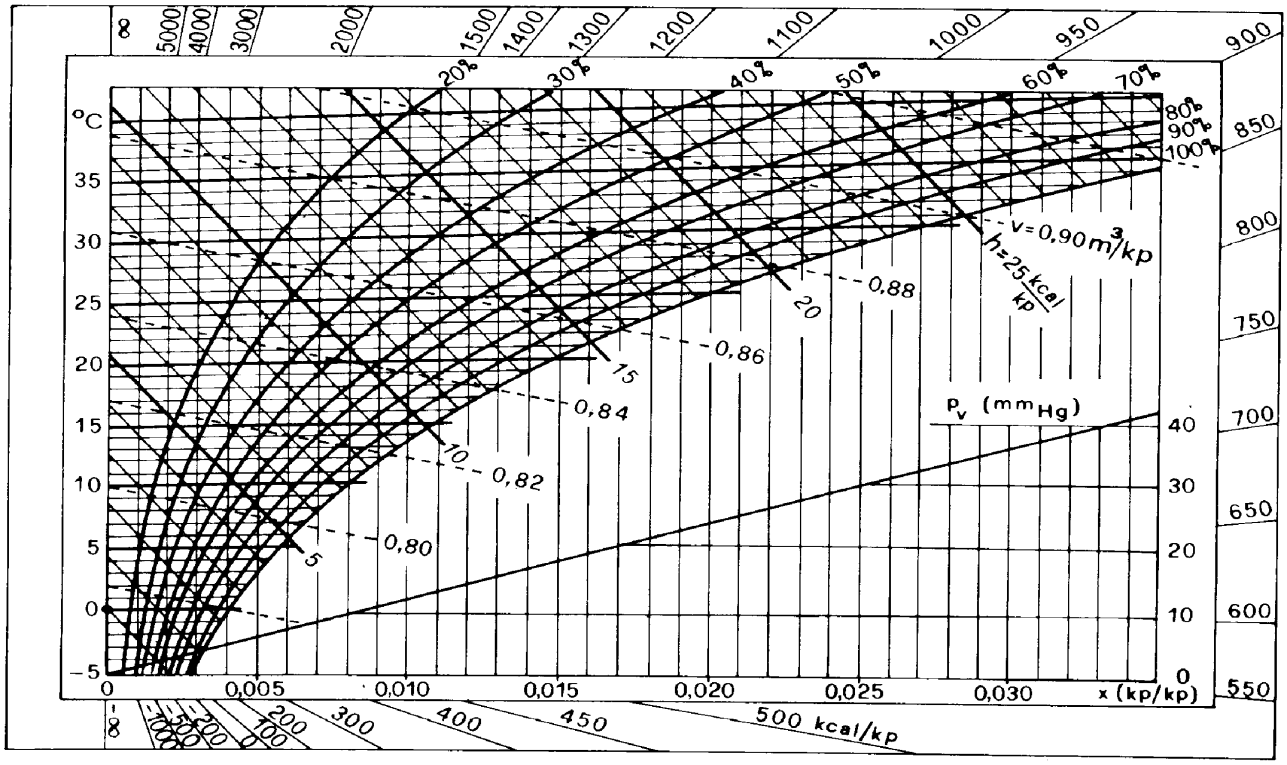
- *l'entalpia è sempre assunta pari a 0 per aria secca alla pressione atmosferica ed alla temperatura di 0°C;*
- *entrambi i diagrammi si riferiscono ad una pressione totale di 1 atm e sono pertanto applicabili solo a tale valore di pressione.*

Diagramma di Mollier

La costruzione del diagramma di Mollier avviene tramite la seguente relazione funzionale tra entalpia specifica e titolo dell'aria umida:

$$h = 0.24 \cdot t + (595 + 0.46 \cdot t)x$$

La figura seguente mostra il diagramma che si ottiene da questa relazione:



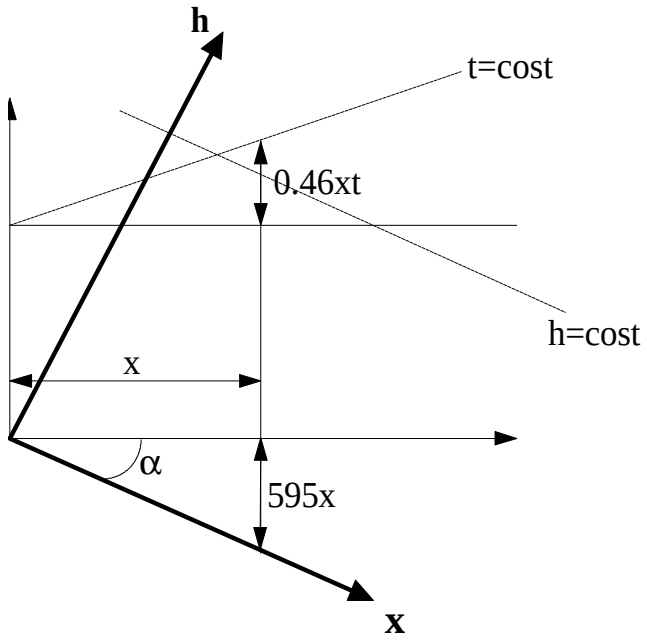
In questo diagramma, le linee isoterme sono rappresentate da rette di coefficiente angolare $\left(\frac{\Delta h}{\Delta x}\right)_{t=cost}$, coefficiente che, in base alla relazione $h = 0.24 \cdot t + (595 + 0.46 \cdot t)x$, risulta essere evidentemente

$$\left(\frac{\Delta h}{\Delta x}\right)_{t=cost} = 595 + 0.46 \cdot t$$

Si tratta dunque di rette ad inclinazione variabile a seconda del valore della temperatura. L'unica isoterma orizzontale è quella per t=0°C, mentre le altre sono tutte inclinate.

Il punto in cui queste isoterme incontrano l'asse delle ordinate (cioè x=0) è dato, sempre dalla relazione funzionale tra h ed x, da h=0.24t: tale punto varia, quindi, al variare della temperatura.

Come si è già detto, ***per comodità di lettura si preferisce rappresentare il diagramma h,x in coordinate oblique,*** portando l'asse delle ascisse al di sotto dell'asse orizzontale di un angolo α tale che $tg\alpha = \frac{\Delta h}{\Delta x} = 595 kcal/kp$. Lo schema seguito è illustrato nella figura seguente:



Il valore geometrico dell'angolo α dipende dalle scale assunte per l'entalpia ed il titolo: per esempio, nel diagramma riportato prima esso risulta di circa 50°C.

Con questa scelta di assi, l'isoterma a 0°C viene ad essere orizzontale, le isoterme con t>0°C sono inclinate verso l'alto con una pendenza 0.46t, mentre quelle con t<0°C hanno una analoga pendenza ma verso il basso.

Per comodità di rappresentazione, nel diagramma sono stati riportati i valori delle entalpie direttamente in corrispondenza delle singole linee isoentalpiche e i valori delle temperature sull'asse delle ordinate (in corrispondenza delle intersezioni di tale asse con le varie isoterme).

Sono anche rappresentate nel diagramma le curve a grado igrometrico costante, ottenute mediante la relazione

$$x = 0.622 \cdot \frac{\phi p_{vs}}{p - \phi p_{vs}}$$

Tali curve si infittiscono per basse temperature, mentre si diradano per alte temperature.

Ancora, sono riportate, tratteggiate, linee a volume specifico costante.

Nella parte bassa del diagramma è riportata poi una linea, quasi retta per bassi valori del titolo, che esprime il valore della pressione parziale di vapore in funzione del titolo stesso: tale pressione è espressa in mm di Hg, ossia in atm.

Infine, sui bordi del diagramma sono riportati dei segmenti che, congiunti con l'origine, consentono di tracciare trasformazioni di pendenza Δh/Δx nota.

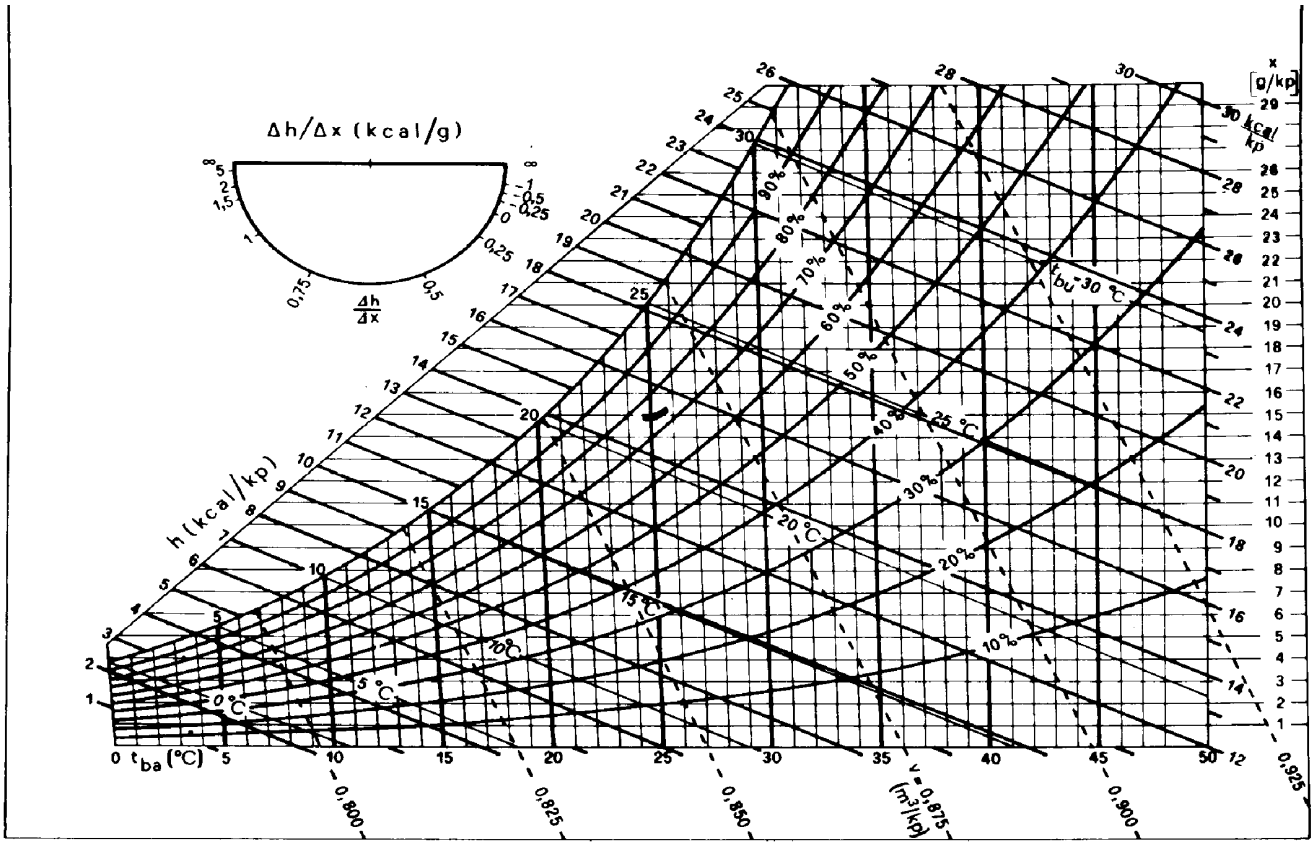
Diagramma ASHRAE-AICARR

In quest'altro diagramma, le linee a titolo costante sono orizzontali, mentre quelle ad entalpia costante sono oblique e parallele tra loro.

La scala delle entalpie è riportata, per comodità, intorno al diagramma.

Le linee a temperatura di bulbo asciutto costante sono rettilinee, quasi verticali e non proprio parallele tra di loro, mentre le linee a temperatura di bulbo umido costante sono oblique, rettilinee e discostano leggermente dalle isoentalpiche.

Sono inoltre rappresentate curve a grado igrometrico costante.



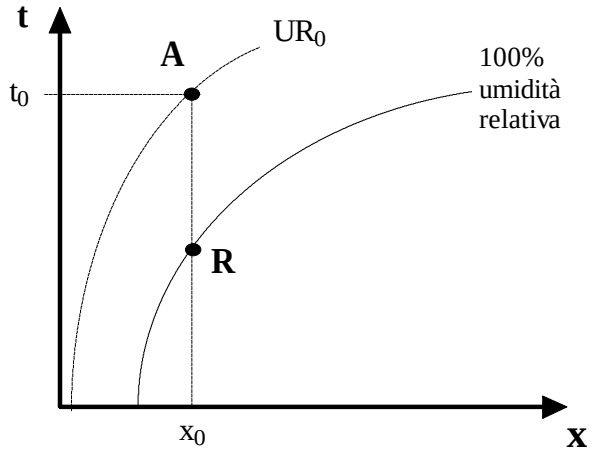
Sulla parte sinistra del diagramma è riportato un settore circolare che consente di tracciare trasformazioni di pendenza $\Delta h/\Delta x$ nota.

Si osservi inoltre che, a differenza di quanto avviene nel diagramma di Mollier, i valori del titolo sono espressioni in g/kp e, di conseguenza, i valor di $\Delta h/\Delta x$ sono espressi in kcal/g.

TEMPERATURA DI RUGIADA

In questo paragrafo vogliamo cercare di comprendere meglio cosa sia la **temperatura di rugiada** precedentemente definita.

Con riferimento alla figura seguente, supponiamo che sia il $A(x_0,t_0,UR_0)$ il punto che rappresenta la nostra massa di aria umida:



Operiamo per prima cosa un raffreddamento a titolo costante, in modo da portare l'umidità relativa al valore del 100% (punto R): nel punto R comincia dunque la condensazione (se raffreddassimo ancora, non saremmo più né a titolo costante né ad umidità relativa costante). La temperatura del punto R è la temperatura di rugiada.

TRASFORMAZIONI ELEMENTARI DELL'ARIA UMIDA

Vogliamo adesso esaminare le principali trasformazioni dell'aria umida con riferimento a quelle che si verificano negli impianti di condizionamento dell'aria.

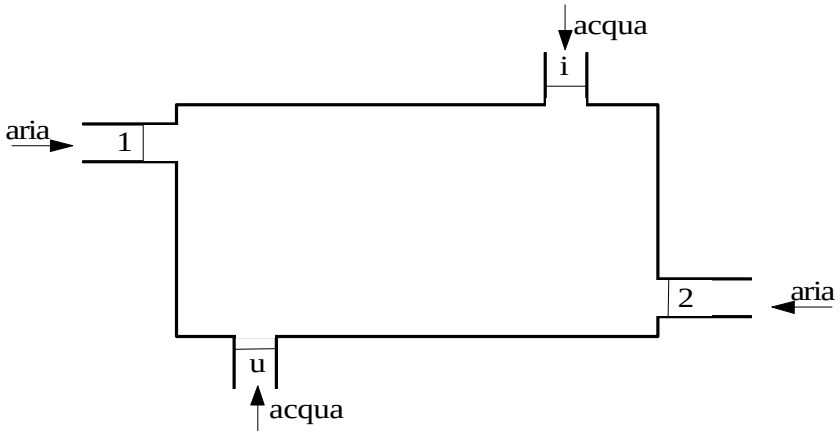
Le trasformazioni saranno esaminate sulla base delle seguenti ipotesi:

- sistema aperto;
- regime permanente;
- trascurabilità degli effetti cinetici e potenziale;
- assenza di lavoro;
- pressione totale sempre costante.

In generale, per l'analisi delle varie trasformazioni, è necessario effettuare 3 diversi bilanci:

- **bilancio dell'energia** (primo principio della termodinamica);
- **bilancio di massa relativo all'aria secca**;
- **bilancio di massa relativo all'acqua**.

Consideriamo allora un sistema avente un'unica sezione di ingresso (1) ed un'unica sezione di uscita (2) per l'aria umida, nonché un'unica sezione di ingresso (i) ed un'unica sezione di uscita (u) per l'acqua:



Sotto questa ulteriore ipotesi, i bilanci prima citati sono rappresentati dalle seguenti equazioni:

bilancio dell'energia → $\dot{m}_{A1} h_1 + \dot{m}_{H_2O,i} h_{H_2O,i} + \dot{Q} = \dot{m}_{A2} h_2 + \dot{m}_{H_2O,u} h_{H_2O,u}$

bilancio di massa per l'aria secca → $\dot{m}_{A1} = \dot{m}_{A2}$

bilancio di massa per l'acqua → $\dot{m}_{A1} x_1 + \dot{m}_{H_2O,i} = \dot{m}_{A2} x_2 + \dot{m}_{H_2O,u}$

Si nota che la seconda equazione consente semplicemente di semplificare le altre due, per cui possiamo concludere che le equazioni cui fare riferimento, ponendo $\dot{m}_{A1} = \dot{m}_{A2} = \dot{m}_A$, sono le seguenti:

$$\dot{m}_A h_1 + \dot{m}_{H_2O,i} h_{H_2O,i} + \dot{Q} = \dot{m}_A h_2 + \dot{m}_{H_2O,u} h_{H_2O,u}$$
$$\dot{m}_A x_1 + \dot{m}_{H_2O,i} = \dot{m}_A x_2 + \dot{m}_{H_2O,u}$$

In particolare, possiamo facilmente ottenere le espressioni di Δh e Δx:

- dalla prima equazione si ottiene infatti che

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \frac{\dot{m}_{H_2O,i} h_{H_2O,i} - \dot{m}_{H_2O,u} h_{H_2O,u}}{\dot{m}_A} + \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_A}$$

- dalla seconda si ottiene poi che

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \frac{\dot{m}_{H_2O,i} - \dot{m}_{H_2O,u}}{\dot{m}_A}$$

Si tratta ora di particolareggiare queste relazioni nei vari casi. Per esempio, molto spesso, nelle applicazioni impiantistiche, non c’è acqua liquida in uscita dall’impianto, per cui si può porre $\dot{m}_{H_2O,u} = 0$: le relazioni precedenti diventano allora

$$\dot{m}_A h_1 + \dot{m}_{H_2O,i} h_{H_2O,i} + \dot{Q} = \dot{m}_A h_2 \longrightarrow \Delta h = \frac{\dot{m}_{H_2O,i} h_{H_2O,i}}{\dot{m}_a} + \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_a}$$

$$\dot{m}_A x_1 + \dot{m}_{H_2O,i} = \dot{m}_A x_2 \longrightarrow \Delta x = \frac{\dot{m}_{H_2O,i}}{\dot{m}_A}$$

Dal rapporto tra le ultime due relazioni, si ottiene facilmente la pendenza $\Delta h/\Delta x$ della trasformazione considerata sul diagramma *h,x*: risulta evidentemente

$$\frac{\Delta h}{\Delta x} = h_{H_2O,i} + \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_{H_2O,i}}$$

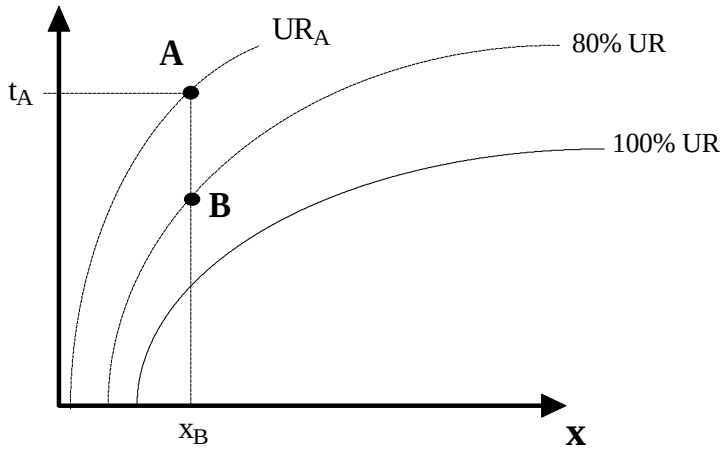
Nel seguito verranno esaminate alcune trasformazioni, di particolare interesse nelle applicazioni, che consistono in definitiva in semplificazioni di quanto appena esposto.

Riscaldamento o raffreddamento a titolo costante

Per ottenere un riscaldamento o un raffreddamento, a titolo costante, dell'aria umida, basta farla passare attraverso una **batteria di scambio termico**, costituita da tubi alettati percorsi da fluido caldo (vapor d'acqua, acqua calda, oli caldi) oppure freddo (acqua refrigerata, freon).

Nel caso del raffreddamento, se si vuole evitare la *deumidificazione* (cioè la diminuzione di vapor d'acqua) e quindi la variazione di titolo, è necessario che la temperatura superficiale della batteria non scenda al di sotto della temperatura di rugiada dell'aria (ossia della temperatura alla quale comincia la condensazione, cioè il passaggio da vapore a liquido).

Cerchiamo di capire, mediante il diagramma di Mollier, di che si tratta:



Supponiamo che le condizioni iniziali della nostra miscela siano quelle rappresentate dal punto $B(x_B,t_B)$. Riscaldiamo, in ambiente sigillato e senza fornitura di vapore, fino al punto $A(x_B,t_A)$, avente lo stesso titolo di B (questa ipotesi di titolo costante durante il riscaldamento è senz'altro realistica per i normali ambienti civili) e una minore umidità relativa. Il raffreddamento è, ovviamente, il processo inverso A→B: al diminuire della temperatura, aumenta l'umidità relativa.

> Non è necessario specificare che il riscaldamento sia a titolo costante: infatti, riscaldando, l'umidità relativa diminuisce e l'aria diventa più secca nonostante non ci sia stata alcuna sottrazione di acqua. Questo è dovuto alla capacità dell'aria di assumere altro vapore d'acqua. Questa capacità è nulla in condizioni di saturazione, ma aumenta innalzando la temperatura (e quindi anche la pressione di saturazione).
>
> Per il raffreddamento, invece, bisogna specificare che il titolo deve essere costante, in quanto la situazione diventa particolare sulla curva di saturazione: in questo caso, infatti, l'aria non riesce più a trattenere l'acqua e c'è la formazione di goccioline.

Da un punto di vista analitico, dato che le portate di acqua sono nulle per ipotesi (quindi $\dot{m}_{H_2O,i} = 0 = \dot{m}_{H_2O,u}$) e dato che il titolo è costante (quindi $x_1=x_2$), le equazioni sono

$$\dot{m}_A h_1 + \dot{Q} = \dot{m}_A h_2$$
$$\dot{m}_A x_1 = \dot{m}_A x_2$$

da cui si ricava quindi che

$$\begin{cases} \Delta h = \dfrac{\dot{Q}}{\dot{m}_A} \longrightarrow \dfrac{\Delta h}{\Delta x} = \pm\infty \\ \Delta x = 0 \end{cases}$$

Il fatto che risulti $\boxed{\frac{\Delta h}{\Delta x} = \pm\infty}$ significa che, nei diagrammi psicrometrici (come per esempio quello di Mollier), la trasformazione sarà rappresentata da un segmento di pendenza infinita con $\Delta h>0$ se si tratta di riscaldamento (in quanto c'è energia termica somministrata al fluido e quindi $\dot{Q} > 0$) oppure con $\Delta h<0$ se si tratta di raffreddamento (in quanto $\dot{Q} < 0$).

Ricordando inoltre la relazione funzionale $h = 0.24 \cdot t + (595 + 0.46 \cdot t)x$ che consente di tracciare i diagrammi psicrometrici, possiamo scrivere che

$$\frac{\dot{Q}}{\dot{m}_A} = \Delta h = h_2 - h_1 = \left(0.24 \cdot t_2 + (595 + 0.46 \cdot t_2)x_2\right) - \left(0.24 \cdot t_1 + (595 + 0.46 \cdot t_1)x_1\right)$$

da cui si ricava quindi, essendo $x_1=x_2=x$, che

$$\frac{\dot{Q}}{\dot{m}_A} = (0.24 + 0.46x)(t_2 - t_1)$$

In base a questa relazione, deduciamo che ***per trasformazioni a titolo costante (cioè nei processi in cui non si ha né somministrazione né sottrazione di vapor d'acqua), l'aria umida ha calore specifico*** $\boxed{c_p = 0.24 + 0.46x}$ ***dipendente dal titolo.***

Sostituendo inoltre i valori usuali del titolo x, risulta $0.46x << 0.24$, il che significa che, <u>per trasformazioni a titolo costante, è possibile trascurare la presenza di vapore nell'aria</u>.

Si ricordi infine che, in una trasformazione a pressione totale costante (ipotesi di partenza) ed a titolo costante, anche la pressione parziale del vapore rimane costante: abbiamo infatti trovato in precedenza la relazione

$$x = 0.622 \cdot \frac{p_V}{p - p_V}$$

Esempio numerico

400 m^3 di aria umida nelle seguenti condizioni : p=1 atm, t=10°C e f=0.9, vengono riscaldati a titolo costante ed a pressione costante fino alla temperatura di 40°C. Calcolare la quantità di calore somministrata.

Possiamo applicare la relazione

$$\frac{\dot{Q}}{\dot{m}_A} = (0.24 + 0.46x)(t_2 - t_1)$$

dove ricordiamo che $\dot{Q}$ è la potenza termica scambiata, mentre $\dot{m}_A$ è la portata di aria secca. Il rapporto $\dot{Q}/\dot{m}_A$, se eliminiamo la variabile tempo comune al numeratore ed al denominatore, è anche pari al calore scambiato per unità di massa di aria secca:

$$\frac{Q}{m_A} = (0.24 + 0.46x)(t_2 - t_1)$$

A noi però interessa calcolare solo Q.

Dato che conosciamo la variazione di temperatura, ci serve solo calcolare il titolo e la massa della miscela. Ci basta procedere rapidamente secondo quanto già fatto negli esercizi precedenti:

- in primo luogo, applicando la definizione di grado igrometrico, abbiamo che

$$x = 0.622 \cdot \frac{p_V}{p - p_V} = 0.622 \cdot \frac{\phi p_{VS}}{p - \phi p_{VS}}$$

  dove p_{VS} è la pressione del vapore d'acqua saturo alla stessa temperatura della miscela considerata: dato che t=10°C, l'apposita tabella fornisce il valore $p_{VS} = 0.012276(\text{bar}) = 1227.6(\text{Pa})$, da cui si ricava che il titolo è x=0.007;

- in secondo luogo, per quanto riguarda il calcolo della massa di aria secca, possiamo calcolarla a partire dalla massa di vapore: abbiamo infatti che

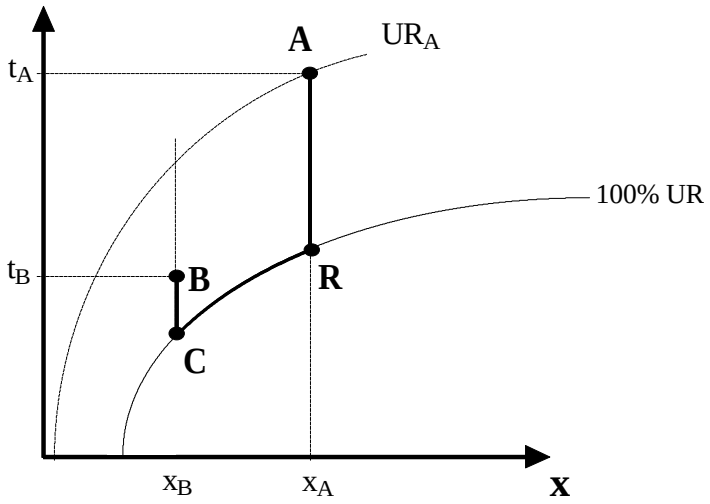
$$m_V = \frac{p_V V}{R_V T} = 32(\text{kp}) \longrightarrow m_A = \frac{m_V}{x} = 4580(\text{kp})$$

Con questi dati, possiamo dunque applicare la relazione $Q = m_A(0.24 + 0.46x)(t_2 - t_1)$, dalla quale si ottiene che Q= 33418 (kcal).

Deumidificazione per raffreddamento

Consideriamo adesso una trasformazione in cui si voglia ottenere una deumidificazione (cioè una riduzione di titolo) dell'aria umida tramite raffreddamento. Un simile processo viene realizzato con lo stesso impianto cui si è accennato nel paragrafo precedente, ma facendo in modo che la temperatura superficiale della **batteria di refrigerazione** sia inferiore alla temperatura di rugiada (t_r) dell'aria, in modo che si possa innescare il processo di condensazione.

La trasformazione procede inizialmente a titolo costante fino alla intersezione con la curva di saturazione (trasformazione A→R) e poi continua lungo di essa fino alla temperatura finale t_C (trasformazione R→C), il cui valore dipende dall'entità della deumidificazione che si vuole ottenere.



L'andamento della trasformazione appena descritta è comunque del tutto teorico, visto che lo si avrebbe solo per un uniforme e totale contatto dell'aria con la superficie di scambio termico. In realtà, dato che non tutta l'aria risente dell'azione della batteria, la trasformazione segue approssimativamente la curva di saturazione e, in uscita, l'aria umida non è mai perfettamente satura, in quanto raggiunge al massimo valori di grado igrometrico non superiore a 0.95. Ecco perché il punto finale della trasformazione non è proprio C (che è solo ideale), bensì B, come indicato nell'ultima figura.

Analiticamente, considerando che non c'è acqua in ingresso ($\dot{m}_{H_2O,i} = 0$), ma c'è acqua in uscita, i bilanci di energia e di massa dicono che

$$\dot{m}_A h_1 + \dot{Q} = \dot{m}_A h_2 + \dot{m}_{H_2O,u} h_{H_2O,u}$$
$$\dot{m}_A x_1 = \dot{m}_A x_2 + \dot{m}_{H_2O,u}$$

Ricavando la portata d'acqua in uscita dalla seconda equazione e sostituendo nella prima, si ottiene

$$\dot{m}_{H_2O,u} = \dot{m}_A (x_1 - x_2) = -\dot{m}_A \Delta x \longrightarrow \boxed{\Delta h = \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_A} + h_{H_2O,u} \Delta x}$$

In questa formula, il termine generalmente incognito è l'entalpia $h_{H_2O,u}$ dell'acqua liquida in uscita: essa si valuta generalmente alla temperatura t_2 di uscita dell'aria: questo equivale a supporre che il condensatore non si separi dall'aria prima di aver raggiunto la temperatura t_2.

Esempio numerico

200 kp/h di aria, avente un grado igrometrico di 0.7, sono portati dalla temperatura di 30°C alla temperatura di 5°C. Durante la trasformazione, la pressione è costante e pari a 1 atm. Determinare la potenza termica sottratta.

La relazione da applicare è la seguente:

$$\Delta h = \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_A} + h_{H_2O,u} \Delta x$$

In questa relazione, l'unica informazione a noi nota è la portata di aria secca $\dot{m}_A$. Possiamo però facilmente calcolare il titolo iniziale: alla temperatura di 30°C, la pressione del vapor d'acqua saturo è $p_{VS,1}$=4246(Pa), da cui ricaviamo quindi che il titolo iniziale è

$$x_1 = 0.622 \cdot \frac{p_{V,1}}{p_1 - p_{V,1}} = 0.622 \cdot \frac{\phi_1 p_{VS,1}}{p - \phi_1 p_{VS,1}} = 0.019$$

Noto il titolo iniziale, possiamo anche calcolare l'entalpia specifica iniziale:

$$h_1 = 0.24 \cdot t_1 + (595 + 0.46 \cdot t_1) x_1 = 18.77(\text{kcal}/\text{kp})$$

Passando adesso allo stato finale, conosciamo solo la temperatura, che è di 5°C. Sappiamo che, a seguito del raffreddamento, a pressione totale costante, il titolo diminuisce ulteriormente.

Possiamo allora usare il diagramma di Mollier *t,x* per calcolare il valore finale del titolo: per prima cosa, fissiamo, nel diagramma, il punto corrispondente allo stato iniziale, individuato dalle coordinate x_1=0.019 (ascisse) e t_1=30°C (ordinate). Si trova un punto corrispondente ad una umidità relativa di circa il 75%. Adesso cominciamo a diminuire la temperatura: per quanto detto poco fa, nella parte teorica, il raffreddamento avviene inizialmente a titolo costante (quindi secondo un segmento verticale) finché non si incontra la curva corrispondente ad umidità relativa del 100%. A questo punto, che si ottiene ad una temperatura di circa 25°C, l'ulteriore diminuzione della temperatura avviene lungo la curva ad U.R.=100%, comportando così una riduzione di titolo: in corrispondenza della temperatura finale (t_2=5°C), il titolo risulta essere circa 0.006. In pratica, abbiamo quasi ottenuto la completa deumidificazione della miscela di partenza.

Noto il titolo finale, possiamo calcolare l'entalpia specifica finale:

$$x_2 = 0.006 \longrightarrow h_2 = 0.24 \cdot t_2 + (595 + 0.46 \cdot t_2) x_2 = 4.784(\text{kcal}/\text{kp})$$

Possiamo allora scrivere che

$$\Delta h = \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_A} + h_{H_2O,u} \Delta x \longrightarrow \dot{Q} = \dot{m}_A \left(\Delta h - h_{H_2O,u} \Delta x \right) = 200 \cdot \left(-14 - h_{H_2O,u} \cdot 0.013 \right)$$

Come ultima incognita, per calcolare $\dot{Q}$, ci rimane dunque l'entalpia $h_{H_2O,u}$ dell'acqua liquida in uscita. Sappiamo allora che una proprietà interna di un liquido, ad una data temperatura, può essere calcolata come proprietà del corrispondente liquido saturo alla stessa temperatura (in questo caso, come temperatura possiamo assumere t_2=5°C). D'altra parte, il termine $h_{H_2O,u}$ è moltiplicato per Δx, che ha un valore molto piccolo (=0.013). Possiamo allora trascurare questo prodotto e scrivere direttamente che

$$\dot{Q} \cong \dot{m}_A \Delta h = -2800 \frac{\text{kcal}}{\text{h}}$$

Riscaldamento ed umidificazione

Si tratta del processo inverso al precedente, per cui l'incremento di entalpia e di titolo saranno dati semplicemente dalle formule generali

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \frac{\dot{m}_{H_2O,i} h_{H_2O,i} - \dot{m}_{H_2O,u} h_{H_2O,u}}{\dot{m}_A} + \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_A}$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \frac{\dot{m}_{H_2O,i} - \dot{m}_{H_2O,u}}{\dot{m}_A}$$

Se, invece, non c'è acqua liquida in uscita, queste si semplificano nel modo seguente:

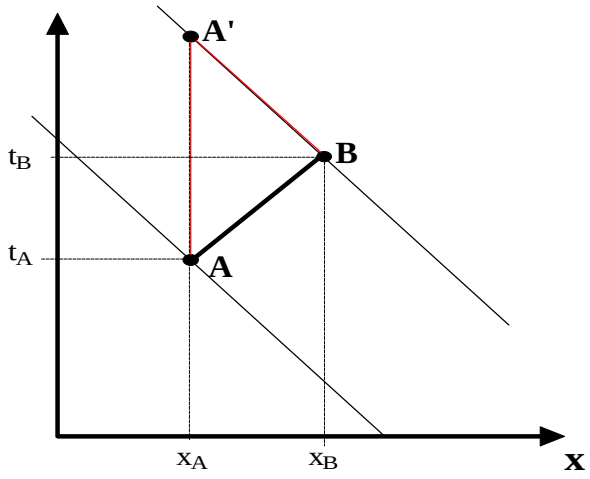
$$\Delta h = \frac{\dot{m}_{H_2O,i} h_{H_2O,i}}{\dot{m}_A} + \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_A}$$

$$\Delta x = \frac{\dot{m}_{H_2O,i}}{\dot{m}_A}$$

e da qui si ricava immediatamente che la pendenza della trasformazione è $\frac{\Delta h}{\Delta x} = h_{H_2O,i} + \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_{H_2O,i}}$ (si noti che $\Delta h/\Delta x$ sarà senz'altro positiva in quanto risulta $\Delta h>0$ e $\Delta x>0$).

La cosa interessante da ricordare è che $h_{H_2O,i}$ rappresenta l'entalpia del liquido o del vapore nelle condizioni di temperatura e di pressione in cui viene somministrata l'acqua.

La trasformazione di riscaldamento con umidificazione comporta dunque sia una variazione di temperatura sia, ovviamente, una variazione di titolo, entrambe positive. Possiamo allora pensare la trasformazione A→B come costituita da due successive trasformazioni: prima un normale riscaldamento a titolo costante (A→A'); poi una umidificazione (A'→B), ottenuta tramite fornitura di acqua all'aria, che nel frattempo si è seccata:



In questo processo di umidificazione A'→B, l'acqua passa dalla fase liquida a quella di vapore a spese del calore fornito dall'aria, che quindi si raffredda in modo sensibile. Il tutto però con

aumento del calore latente. Se il calore latente aumenta e quello sensibile diminuisce, deduciamo che il processo di umidificazione avviene ad entalpia costante.

Umidificazione

La semplice **umidificazione dell'aria** non è altro che un caso particolare della trasformazione precedente: l'acqua può essere aggiunta all'aria sotto forma di liquido o di vapore.

La caratteristica dell'umidificazione è che $\dot{Q} = 0$: supponendo allora che non ci sia acqua liquida in uscita, i bilanci di energia e di massa dicono che

$$\Delta h = \frac{\dot{m}_{H_2O,i} h_{H_2O,i}}{\dot{m}_A}$$

$$\Delta x = \frac{\dot{m}_{H_2O,i}}{\dot{m}_A}$$

e da qui si ottiene ancora una volta la pendenza $\Delta h/\Delta x$ della trasformazione sul diagramma *h,x*:

$$\boxed{\frac{\Delta h}{\Delta x} = h_{H_2O,i}}$$

In base a questa relazione, deduciamo che, *nel caso di umidificazione con acqua liquida (ossia per* $h_{H_2O,i} = 0 \div 100$ kcal/kp*), la trasformazione è quasi isoentalpica (visto che risulta* $\frac{\Delta h}{\Delta x}$ *molto piccolo); se, invece, l'umidificazione avviene con vapore saturo secco o leggermente surriscaldato (ossia per* $h_{H_2O,i} = 640 \div 700$ kcal/kp*), la trasformazione è quasi isoterma.*

L' **umidificazione**, insieme alla **deumidificazione**, è una operazione impiegata sia per variare il contenuto di umidità dell'aria (per esempio negli impianti di condizionamento) sia per raffreddare aria (o più spesso acqua) sfruttando gli effetti termici connessi all'evaporazione di acqua in aria non satura. In quest'ultimo tipo di applicazione, una piccola parte dell'acqua (3%) evapora, aumentando l'umidità dell'aria e, contemporaneamente, raffreddandosi per effetto della sottrazione di calore dovuta all'evaporazione. Per effetto dell'umidificazione, l'acqua può raffreddarsi anche al di sotto della temperatura dell'aria entrante, pur rimanendo al di sopra della temperatura di saturazione adiabatica dell'aria stessa.

Esempio numerico

500 m^3/h di aria (nelle condizioni p=1atm, t_1=30°C, f=40%) entrano in un umidificatore, ove vengono nebulizzati 8 kg/h di H_2O (t=20°C, p=1atm). Immaginando il sistema adiabatico e la pressione uniforme, determinare le condizioni all'uscita (temperatura e grado igrometrico).

A priori, non possiamo sapere se c'è acqua liquida anche in uscita oppure no, per cui dobbiamo considerare questa eventualità; ciò significa che le relazioni da applicare sono le seguenti:

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \frac{\dot{m}_{H_2O,i} h_{H_2O,i} - \dot{m}_{H_2O,u} h_{H_2O,u}}{\dot{m}_A}$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \frac{\dot{m}_{H_2O,i} - \dot{m}_{H_2O,u}}{\dot{m}_A}$$

L'unica informazione a noi nota, in queste relazioni, è che $\dot{m}_{H_2O,i} = 8(kg/h)$

Possiamo subito calcolare il titolo iniziale dell'aria umida: alla temperatura di 30°C, la pressione del vapor d'acqua saturo è $p_{VS,1}$=4246(Pa), da cui ricaviamo quindi che il titolo iniziale è

$$x_1 = 0.622 \cdot \frac{p_{V,1}}{p - p_{V,1}} = 0.622 \cdot \frac{\phi_1 p_{VS,1}}{p - \phi_1 p_{VS,1}} = 0.027$$

Noto il titolo iniziale, calcoliamo l'entalpia iniziale:

$$h_1 = 0.24 \cdot t_1 + (595 + 0.46 \cdot t_1) x_1 = 23.64(kcal/kp)$$

Possiamo inoltre ricavare la portata di aria secca: infatti, abbiamo che

$$m_A = \frac{p_A V}{R_A T} \longrightarrow \dot{m}_A = \frac{p_A \dot{V}}{R_A T} = \frac{(p - p_V)\dot{V}}{R_A T} = 5615 \frac{kp}{h} = \frac{5615}{9.807} \frac{kg}{h} = 572.6 \frac{kg}{h}$$

A questo punto, ci accorgiamo di una cosa: se non ci fosse acqua liquida in uscita, la variazione di titolo sarebbe $\Delta x = x_2 - x_1 = \frac{\dot{m}_{H_2O,i}}{\dot{m}_A}$: ma il rapporto $\frac{\dot{m}_{H_2O,i}}{\dot{m}_A}$, con i valori trovati, risulta maggiore di 1, il che non è possibile, in quanto, se così fosse, avremmo un titolo finale a sua volta maggiore di 1. Deduciamo che parte dell'acqua liquida in ingresso rimane in uscita e quindi che, in uscita, l'aria umida è satura. Questo significa che il grado igrometrico in uscita è pari al 100%.

Resta dal calcolare la temperatura in uscita. In realtà, non c'è da fare nessun calcolo, in quanto si tratta della temperatura dell'acqua liquida in ingresso, ossia t=20°C.

Esempio numerico

Una portata di 10^4 kp/h di aria (nelle condizioni p=1 atm, t_1=16°C, f=75%) si miscela a 50 kp/h di acqua alla temperatura di 135°C ed alla pressione atmosferica. Contemporaneamente, si ha una somministrazione di $5*10^4$ kcal/h. Determinare la temperatura ed il grado igrometrico finali nell'ipotesi che la pressione sia ancora quella atmosferica.

Per risolvere questo esercizio, possiamo servirci ancora una volta del diagramma di Mollier.

In primo luogo, dobbiamo individuare sul diagramma il punto corrispondente allo stato iniziale dell'aria umida. Per fare questo, abbiamo bisogno di due coordinate relative a tale punto: una è sicuramente la temperatura, che è riportata sulle ordinate del diagramma, e l'altra potrebbe essere il titolo. Il titolo si calcola mediante l'ormai nota formula

$$x_1 = 0.622 \cdot \frac{p_{V,1}}{p - p_{V,1}} = 0.622 \cdot \frac{\phi_1 p_{VS,1}}{p - \phi_1 p_{VS,1}} = 0.0084$$

Autore: Sandro Petrizzelli

dove si è considerato il valore $p_{VS,1} = 1350(Pa)$ per la pressione del vapor d'acqua saturo alla temperatura di 16°C.

Noti il titolo iniziale e la temperatura iniziale, possiamo dunque individuare lo stato iniziale sul diagramma: si trova un punto cui corrisponde una umidità relativa di circa il 74% ed una entalpia specifica di circa 9 kcal/kp. A proposito di quest'ultimo valore, facciamo osservare che il valore esatto, calcolato mediante la stessa relazione usata per la costruzione del diagramma di Mollier, è

$$h_1 = 0.24 \cdot t_1 + (595 + 0.46 \cdot t_1)x_1 = 8.9(kcal/kp)$$

A questo punto, dobbiamo individuare il punto corrispondente allo stato finale della miscela. A tale scopo, possiamo servirci delle relazioni mostrate nei precedenti paragrafi: dato che, a priori, non possiamo sapere se c'è acqua liquida in uscita oppure no, dobbiamo considerare questa eventualità, ossia usare la relazioni generali

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \frac{\dot{m}_{H_2O,i} h_{H_2O,i} - \dot{m}_{H_2O,u} h_{H_2O,u}}{\dot{m}_A} + \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_A}$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \frac{\dot{m}_{H_2O,i} - \dot{m}_{H_2O,u}}{\dot{m}_A}$$

D'altra parte, possiamo fare una ipotesi iniziale, da verificare dopo: possiamo supporre che non ci sia acqua liquida in uscita ($\dot{m}_{H_2O,u} = 0$), trovare i risultati che derivano da questa ipotesi e verificare se essi sono realistici; in caso affermativo, l'ipotesi di partenza è corretta, mentre, in caso negativo, non lo è.

Se $\dot{m}_{H_2O,u} = 0$, risulta

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \frac{\dot{m}_{H_2O,i} h_{H_2O,i}}{\dot{m}_A} + \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_A} = \frac{\dot{m}_{H_2O,i} h_{H_2O,i}}{\dot{m}_A} + 5\left(\frac{kcal}{kp}\right)$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \frac{\dot{m}_{H_2O,i}}{\dot{m}_A} = 0.005 \longrightarrow x_2 = 0.0134$$

Il valore ottenuto per il titolo è inferiore ad 1, il che ci dice subito che l'ipotesi di partenza ($\dot{m}_{H_2O,u} = 0$) è corretta.

A questo punto, per calcolare l'entalpia specifica finale della miscela, l'unica incognita è l'entalpia specifica $h_{H_2O,i}$ dell'acqua in ingresso. I dati a disposizione sono la temperatura (135°C) e la pressione dell'acqua (1 atm). Possiamo andare allora nella tabella in cui sono riportati i valori dell'entalpia specifica dell'acqua, in fase liquida ed aeriforme, in funzione proprio di temperatura e pressione: in corrispondenza di 135°C e 1 atm, si nota che l'acqua è allo stato aeriforme (quindi si tratta di vapore surriscaldato) ed ha una entalpia specifica di circa 2755 kJ/kg, che equivalgono a 658 kcal/kp.

Sulla base di questo valore, abbiamo che

$$h_2 = \frac{\dot{m}_{H_2O,i} h_{H_2O,i}}{\dot{m}_A} + 5\left(\frac{kcal}{kp}\right) + h_1 = 17.19\left(\frac{kcal}{kp}\right)$$

Conosciamo dunque il titolo e l'entalpia specifica finale, per cui possiamo individuare lo stato finale sul diagramma di Mollier: otteniamo un punto cui corrisponde una temperatura di circa 38.5°C ed una umidità relativa di circa il 32%. Ricordando che, se il vapor d'acqua è ritenuto un gas perfetto,

l'umidità relativa corrisponde numericamente al grado igrometrico, deduciamo che quest'ultimo è circa 0.32.

Esempio numerico

Una corrente di aria, caratterizzata da una temperatura di 10°C, da un grado igrometrico di 0.65 e da una portata di aria secca di 3500 kp/h, entra in un condizionatore, dove viene umidificata e riscaldata: in essa vengono spruzzati 22 kp/h di acqua a 12°C che evaporano completamente. Delle batterie di riscaldamento forniscono inoltre 34000 kcal/h. In tutto il sistema la pressione è uniforme e pari a 1 atm. Determinare le caratteristiche dell'aria in uscita dal condizionatore.

Il problema è assolutamente analogo al precedente.

Per prima cosa, individuiamo sul diagramma di Mollier il punto corrispondente allo stato iniziale dell'aria umida: oltre alla temperatura iniziale (10°C), abbiamo che il titolo iniziale dell'aria umida è

$$x_1 = 0.622 \cdot \frac{p_{V,1}}{p - p_{V,1}} = 0.622 \cdot \frac{\phi_1 p_{VS,1}}{p - \phi_1 p_{VS,1}} = 0.005$$

dove si è considerato il valore $p_{VS,1} = 1227.6(\text{Pa})$ per la pressione del vapor d'acqua saturo alla temperatura di 16°C.

Con queste informazioni, si trova un punto sul diagramma cui corrisponde una umidità relativa di circa il 65% ed una entalpia specifica di circa 5.5 kcal/kp. Il valore esatto di entalpia specifica è

$$h_1 = 0.24 \cdot t_1 + (595 + 0.46 \cdot t_1) x_1 = 5.398(\text{kcal}/\text{kp})$$

Passiamo ora a individuare il punto corrispondente allo stato finale della miscela. Sapendo già che non c'è acqua liquida in uscita, possiamo scrivere che

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \frac{\dot{m}_{H_2O,i}}{\dot{m}_A} = 0.0063 \longrightarrow x_2 = 0.0113$$

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \frac{\dot{m}_{H_2O,i} h_{H_2O,i}}{\dot{m}_A} + \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_A} = 0.0063 \cdot h_{H_2O,i} + 9.7\left(\frac{\text{kcal}}{\text{kp}}\right)$$

Resta adesso da determinare l'entalpia specifica $h_{H_2O,i}$ dell'acqua in ingresso. D'altra parte, ad una temperatura così bassa, anche l'entalpia specifica dell'acqua liquida è molto bassa e viene tra l'altro moltiplicata per un coefficiente(0.0063) molto piccolo. Trascurando allora questo prodotto rispetto al termine dovuto alla somministrazione di calore, possiamo assumere che Δh=9.7(kcal/kp) e quindi anche che h_2=15.1(kcal/kp).

Siamo così in grado di individuare lo stato finale sul diagramma di Mollier: otteniamo un punto cui corrisponde una temperatura di circa 31°C ed una umidità relativa di circa il 47% (per cui il grado igrometrico è pari circa a 0.47).

Mescolamento adiabatico

Consideriamo due correnti di aria umida (indicate rispettivamente con 1 e 2) che si mescolano. In questo caso, le equazioni considerate finora non valgono più, per il semplice fatto che ci sono due diverse sezioni di ingresso per l'aria e non più una sola.

Allora, se indichiamo con 3 la sezione (unica) di uscita dell'aria, considerando che non ci sono scambi di calore ($\dot{Q} = 0$) e non ci sono flussi di acqua ($\dot{m}_{H_2O,i} = 0 = \dot{m}_{H_2O,u}$), i bilanci di energia e di massa assumono la forma seguente:

$$\dot{m}_{a1} h_1 + \dot{m}_{a2} h_2 = \dot{m}_{a1} h_3 + \dot{m}_{a2} h_3$$
$$\dot{m}_{a1} x_1 + \dot{m}_{a2} x_2 = \dot{m}_{a1} x_3 + \dot{m}_{a2} x_3$$

da cui si ricava facilmente che, all'uscita, risulta

$$h_3 = \frac{\dot{m}_{a1} h_1 + \dot{m}_{a2} h_2}{\dot{m}_{a1} + \dot{m}_{a2}}$$
$$x_3 = \frac{\dot{m}_{a1} x_1 + \dot{m}_{a2} x_2}{\dot{m}_{a1} + \dot{m}_{a2}}$$

Sul diagramma *h,x* dell'aria umida, il punto che rappresenta le condizioni della miscela risultante divide il segmento della trasformazione (avente per estremi i punti rappresentativi delle condizioni 1 e 2) in parti inversamente proporzionali alle portate.

Autore: **SANDRO PETRIZZELLI**
e-mail: sandry@iol.it
sito personale: http://users.iol.it/sandry
succursale: http://digilander.iol.it/sandry1