Appunti di Misure Elettriche

Capitolo 4
Strumenti analogici passivi (parte I)

Introduzione agli strumenti analogici 1
Consumo 2
Cenni al funzionamento degli strumenti elettromeccanici 2
Principali cause di errore 3
Classi di precisione *4*
Principali caratteristiche costruttive 4
Compensazione degli effetti della temperatura *5*
Sistema di smorzamento *5*
Coppia di attrito *6*
Galvanometri 6
Risposta dinamica *7*
Resistenza critica *9*
Fattori di merito *10*
Amperometri 10
Uso di derivatori *11*
Esempio 14
Voltmetri 16
Ohmetri 17
Multimetri 20

INTRODUZIONE AGLI STRUMENTI ANALOGICI

Distinguiamo gli **strumenti analogici**, in cui il segnale è analizzato nel dominio tempo-continuo, e gli **strumenti digitali**, nei quali il segnale fisico è elaborato solo dopo che è stato convertito nel dominio tempo-discreto.

Gli strumenti analogici si dividono in due grosse categorie: si parla di **strumenti analogici passivi** quando essi impiegano solo componenti elettrici passivi (come induttori, resistori, condensatori, diodi) e si parla invece di **strumenti analogici attivi** quando ci sono elementi elettrici attivi (tipicamente amplificatori).

Gli strumenti analogici passivi sono di natura essenzialmente **elettromeccanica**, nel senso che sfruttano essenzialmente l'interazione fra grandezze elettriche e magnetiche che generano una forza o coppia meccanica. Sono però in netto declino, al contrario degli *strumenti analogici attivi*, tra cui spiccano gli oscilloscopi ed i registratori analogici. Sono infine ancora in fase di sviluppo strumenti *optoelettronici* e quelli *a microonde*.

Gli strumenti analogici passivi, di cui ci occupiamo in questo capitolo, si dividono in sei gruppi:

- **magnetoelettrici** (detti anche **PMMC**, che sta per *Permanent Magnet Moving Coil*): sono gli strumenti analogici passivi più diffusi, in quanto sono molto sensibili e possono operare in un vasto campo di frequenza. La loro principale applicazione è nei **multimetri analogici**, ossia strumenti in grado di misurare correnti, tensioni e resistenze.
- **elettrodinamici**: sono misuratori di precisione a bassa frequenza, impiegati soprattutto nei wattmetri, ma sul loro stesso principio di funzionamento si basano anche altri strumenti di misura, come amperometri e voltmetri;
- **a ferro mobile**: sono strumenti molto robusti e molto accurati, il che li rende ideali per l'ambito industriale;
- **termici**: sono strumenti di largo impiego per misure di precisione (in corrente alternata) in un ampio campo di frequenze;
- **elettrostatici**: sono usati prevalentemente nel campo delle alte tensioni con bassi valori di corrente;
- **a induzione**: la principale applicazione di questi strumenti è nei misuratori di energia elettrica; funzionano solo in corrente alternata.

Tutte queste tipologie di strumenti valgono sia in **corrente continua** sia in **corrente alternata**, ad eccezione di quelli *ad induzione*, che invece funzionano solo in regime alternato. Per quanto riguarda i PMMC, inoltre, bisogna sottolineare sin d'ora che sono utilizzabili in corrente alternata solo se dotati di *dispositivi raddrizzatori*.

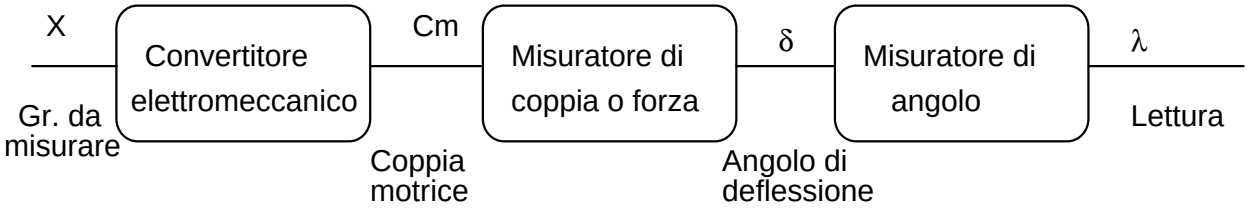
CONSUMO

Gli strumenti analogici passivi, quando misurano **grandezze fisiche attive** (che cioè sono in grado di trasferire al dispositivo l'energia necessaria al suo funzionamento), presentano un **consumo**, il quale dà origine ad un errore sistematico (che in precedenza abbiamo chiamato **effetto di carico**). Questo errore diventa invece trascurabile negli strumenti analogici attivi, i quali prelevano l'energia per il proprio funzionamento direttamente da una fonte autonoma di alimentazione.

CENNI AL FUNZIONAMENTO DEGLI STRUMENTI ELETTROMECCANICI

Come accennato prima, gli strumenti analogici passivi sono **dispositivi elettromeccanici**: ciò significa che è presente una **coppia motrice**, di natura elettromagnetica o elettrostatica, che è generata dalla grandezza da misurare e, a sua volta, determina la rotazione di un sistema mobile (inizialmente in posizione di riposo). A questa coppia si oppone una **coppia antagonista**, che generalmente è dovuta all'azione di una molla (per cui è una coppia di natura elastica). *Sotto l'azione combinata di queste coppie, lo strumento si porta in una posizione di equilibrio e consente perciò la misura della grandezza che ha determinato l'insorgere della coppia matrice.* La misura viene ricavata attraverso l'indicazione di un **indice mobile** su di una **scala graduata**.

In linea di massima, la possibile rappresentazione di uno strumento analogico elettromeccanico è la seguente:



STRUMENTI INDICATORI ELETTROMECCANICI

La grandezza meccanica in uscita dal **convertitore** è una coppia C_m (detta appunto **coppia motrice**) che agisce sull'equipaggio mobile dello strumento, determinandone una rotazione δ. Tale rotazione, proporzionale alla C_m che l'ha determinata, viene a sua volta misurata mediante un indice (*materiale o luminoso*) solidale con l'asse dell'equipaggio mobile, che si sposta su di una scala graduata.

In pratica, indicando con **h** la lunghezza dell'indice (ovviamente materiale) e con δ la deviazione angolare rispetto alla condizione di riposo (o semplicemente **angolo di deflessione**, espresso in radianti), il valore della grandezza misurata sarà l'arco di cerchio di lunghezza

$$\lambda = h \cdot \delta$$

In generale, a seconda della relazione che intercorre tra la grandezza X da misurare e la C_m, gli strumenti analogici elettromeccanici si suddividono nelle seguenti categorie:

- **strumenti assoluti**: in questo caso, la variazione che intercorre tra la grandezza X da misurare e la coppia motrice C_m è rigorosamente calcolabile in base alla conoscenza di certe grandezze (dimensioni geometriche, μ, ε, ...). Vengono normalmente impiegati in *laboratori di metrologia primaria* per la taratura dei campioni.
- **strumenti tarati**: in questo caso, la relazione tra X e C_m non è determinabile o lo è solo in maniera approssimata.

Gli strumenti analogici elettromeccanici possono essere classificati in base al principio su cui si basa il funzionamento del convertitore elettromeccanico.

PRINCIPALI CAUSE DI ERRORE

Il principio di funzionamento, descritto prima, degli strumenti analogici passivi è suscettibile di vari **errori di misura**, i quali impongono livelli di accuratezza che non possono superare il 99,9%. Generalmente, si hanno valori compresi tra il 97% ed il 99,9%.

Tra i limiti maggiori (alcuni addebitabili allo strumento ed altri addebitabili all'operatore) citiamo i seguenti:

- la non perfetta suddivisione delle tacche sulla scala graduata;
- l'attrito sui perni che sostengono il sistema mobile;
- la dimensione finita e la non perfetta linearità dell'indice;
- le variazioni della temperatura ambiente;

Autore: Sandro Petrizzelli

- la limitata sensibilità dell'uomo e del suo occhio: in particolare, è difficile evitare, nella lettura, il cosiddetto *errore di parallasse* e le necessarie approssimazioni nell'interpolazione tra le tacche della scala.

Soffermiamoci sull'ultimo punto. L'**errore di parallasse** deriva dalla difficoltà di individuare con gli occhi la corretta posizione dell'indice sulla scala graduata, nel senso che la lettura sarà generalmente effettuata a destra o a sinistra dell'indicazione effettiva. Un modo per ridurre questo errore è quello di porre uno specchietto sul piano della scala graduata, al di sotto dell'indice mobile: in tal modo, chiudendo un occhio, la lettura corretta si otterrà solo quando l'indice e la sua immagine sullo specchio risulteranno coincidenti.

Classi di precisione

L'accuratezza di uno strumento viene spesso fornita dal costruttore mediante un indice di classe (simbolo: **C**) che prende il nome di **classe di precisione**: esso rappresenta l'errore massimo percentuale relativo all'indicazione di fondo scala. Nota la classe di precisione, è possibile risalire alla fascia di incertezza dello strumento. E' bene ricordare che l'ampiezza di tale fascia è determinata da vari errori, tra cui quelli di non linearità, di non ripetibilità, di isteresi, di deviazione dallo zero e di variazione di sensibilità.

L'**errore relativo (massimo) di indicazione**, espressione in funzione dell'indice di classe, assume la seguente espressione:

$$e = \frac{C}{100}\frac{\delta_{FS}}{\delta}$$

In questa espressione, δ è la generica indicazione letta sulla scala, mentre δ_{FS} è l'indicazione di fondo scala (entrambe sono espresse in *divisioni*, come noto).

Quella equazione mostra che l'errore di indicazione è tanto minore quanto maggiore è δ, ossia quanto più δ si avvicina al valore δ_{FS} di fondo scala. In altre parole, ***nel momento in cui effettuiamo la nostra misura, dovremo metterci nelle condizioni di utilizzare lo strumento quanto più possibile verso il fondo scala.***

PRINCIPALI CARATTERISTICHE COSTRUTTIVE

Abbiamo detto prima che gli strumenti elettromeccanici sono tali per cui la grandezza da misurare determina l'insorgere di una **coppia motrice** che determina la rotazione di un **sistema mobile** (o anche *equipaggio mobile*) Questo sistema mobile ha un indice solidale con esso, in grado di scorrere su una scala graduata fissa, in modo da fornire una indicazione della grandezza che ha dato luogo alla coppia motrice. La misura si ottiene nel momento in cui la coppia motrice risulta perfettamente equilibrata dalla **coppia antagonista**.

Esiste una **vite a Y** che consente il controllo della posizione di zero dell'indice sulla scala graduata.

La coppia antagonista (agente anch'essa sull'equipaggio mobile) è ottenuta tramite due **molle**, elettricamente conduttrici. Perché lo strumento sia stabile e quindi la sua accuratezza permanga nel tempo, si richiede soprattutto la conservazione nel tempo delle caratteristiche delle suddette molle, il cui spessore deve essere accuratamente controllato in fase di costruzione.

In aggiunta, l'intero equipaggio mobile è bilanciato staticamente, in tutte le posizioni di riposo, mediante tre pesi.

Le scale degli strumenti analogici possono essere sia lineari (come nella maggior parte dei casi) sia anche quadratiche o logaritmiche (specialmente in dB).

Compensazione degli effetti della temperatura

Gli strumenti analogici sono sensibili alla temperatura, per cui quelli di maggior precisione prevedono un meccanismo di **compensazione**, mediante l'uso di resistori (di rame e manganina) posti in serie e/o in parallelo alla bobina mobile.

Il meccanismo di compensazione è il seguente: come è noto, la resistenza di una bobina di materiale conduttore aumenta al crescere della temperatura; quindi, a parità di tensione elettrica applicata, l'aumento di temperatura provoca una riduzione della corrente e quindi anche dell'indicazione dello strumento; viceversa, lo stesso aumento di temperatura, agendo sulle molle, comporta un aumento dell'indicazione dello strumento. Si hanno perciò due meccanismi contrastanti, ossia appunto una compensazione.

Il problema è che tale compensazione non è mai perfetta: in generale, *ad un aumento di temperatura consegue una indicazione più bassa di quella attesa, approssimativamente dello 0.2% per ogni °C di aumento*.

Sistema di smorzamento

Gli strumenti analogici sono assimilabili a sistemi del secondo ordine, dei quali abbiamo parlato in precedenza; in particolare, per questi sistemi abbiamo visto che il **tempo di assestamento**, ossia il tempo necessario per raggiungere l'equilibrio, dipende dal *fattore di smorzamento* ed è minimo per sistemi con smorzamento critico oppure leggermente sottosmorzati. Di conseguenza, affinché gli strumenti analogici raggiungano il più rapidamente possibile la condizione di equilibrio, è necessario prevedere un **sistema di smorzamento**, il quale riesca ad assorbire l'energia dell'equipaggio mobile in rotazione.

In altre parole, in assenza di una **coppia smorzante C_S**, l'indicazione si arresterebbe solo dopo un certo numero di oscillazioni smorzate; in presenza della coppia smorzante, invece, è possibile una lettura più rapida e definita del valore del misurando

Questo smorzamento può essere di tre tipi:

- **smorzamento meccanico**, dovuto all'attrito dei perni sui cuscinetti ed alla flessione delle molle di sospensione;
- **smorzamento fluidodinamico**, dipendente dal moto dell'equipaggio mobile nell'aria che lo circonda;
- **smorzamento elettromagnetico**, presente specialmente negli strumenti magnetoelettrici (PMMC), nei quali la bobina mobile si muove all'interno di un campo magnetico permanente[1]: in questo caso, la corrente elettrica induce un campo magnetico e quindi una *coppia di smorzamento elettromagnetico*.

In altri tipi di strumenti, come ad esempio quelli *ad induzione*, la coppia di smorzamento è ottenuta ponendo, tra i poli di un piccolo magnete permanente, un disco di alluminio solidale con

[1] Dato che la coppia motrice dipende dal senso di percorrenza della corrente che interessa la bobina mobile, il normale impiego di questi strumenti è in corrente continua; tuttavia, come detto in precedenza, esso può essere esteso alla corrente alternata solo tramite un raddrizzamento del segnale cui la coppia C_m è proporzionale.

l’equipaggio mobile: quando il disco ruota perché soggetto al campo magnetico creato dalle espansioni polari, in esso circolano delle correnti parassite, le quali, interagendo con il campo magnetico stesso, danno luogo ad una coppia di smorzamento del moto del disco.

Coppia di attrito

E’ bene precisare che, oltre alle coppie finora descritte (motrice, antagonista, smorzante), è sempre presente anche una **coppia di attrito**, dovuta agli attriti del sistema di sospensione dell'equipaggio mobile (parti meccaniche in movimento), soprattutto nel caso dei perni. Questa coppia ha sempre segno tale da opporsi al moto. E’ necessario fare in modo che essa sia sempre trascurabile rispetto alle coppie motrice e antagonista.

Se indichiamo con δ_o la posizione di riposo ideale per la quale si ha l’uguaglianza tra coppia motrice e coppia antagonista, in presenza di attriti avremo che la deflessione effettiva sarà

$$\delta = \delta_o \pm \Delta\delta$$

dove $\Delta\delta$ rappresenta la variazione di posizione dell'indice per effetto della coppia di attrito ed il segno $\pm$ dipende dall'eventualità che l’equipaggio mobile si arresti prima o dopo la posizione di riposo ideale δ_o.

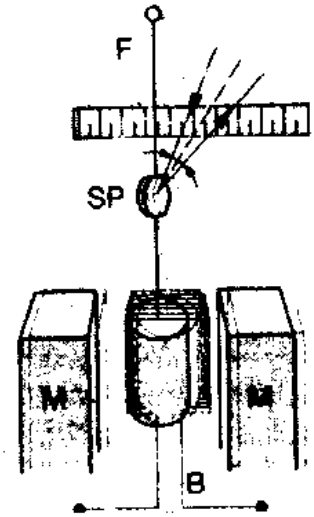
Per uno strumento di buona qualità, $\Delta\delta$ deve evidentemente risultare trascurabile rispetto alla minima deviazione apprezzabile; per tale motivo deve risultare molto grande il rapporto C_m/C_a tra coppia motrice e coppia di attrito.

Questa condizione viene raggiunta soddisfacentemente negli strumenti con sistema di sospensione a fili o nastri.

GALVANOMETRI

Cominciamo adesso l’analisi dei principali strumenti analogici passivi.

I **galvanometri** sono in grado di misurare correnti molto piccole (dell’ordine dei **μA**). Il tipo più comune sono i **galvanometri a sospensione a filo**, di cui la figura seguente propone una schematizzazione (si parla anche di *galvanometro a bobina mobile*):



Galvanometro a bobina mobile (di Deprez-D’Arsonval): B) bobina; F) filo di torsione; M) magneti permanenti; SP) specchio.

Tramite un **filo** di tungsteno o di lega di argento, una piccola **bobina mobile** di materiale conduttore è posta all'interno di un campo magnetico prodotto da un **magnete permanente**[2]; il filamento, oltre a mantenere la bobina, ha un duplice scopo: da un lato, condurre la corrente elettrica nella bobina stessa e, dall'altro, dar luogo ad una coppia, mediante la propria l'elasticità, in opposizione al moto della bobina. La bobina mobile si defletterà finché la coppia elettromagnetica bilancerà la coppia elastica antagonista. In tal modo, *la deflessione della bobina è una misura dell'ampiezza della corrente elettrica continua che attraversa la bobina.*

Per l'indicazione sulla **scala graduata**, è presente uno **specchietto**, solidale con la bobina, che deflette un fascio di luce, dando luogo ad una macchia luminosa che si muove su di una scala graduata, ad una certa distanza dallo strumento (generalmente 1 metro, il che rappresenta un evidente problema per le dimensioni dello strumento). L'effetto ottico è analogo a quello di un indice di grande lunghezza e di massa nulla (e quindi anche di inerzia nulla), che risulta molto sensibile e consente inoltre di tenere sospesa la bobina, in modo da eliminare i perni ed i conseguenti attriti.

I galvanometri sono tuttora usati quando è richiesta una elevata sensibilità in corrente e quando la coppia motrice è molto piccola, data la modesta entità della corrente. E' chiaro, in base a quanto detto poco fa, che essi possono essere usati solo in posizione verticale.

Un altro tipo di galvanometri sono quelli **a sospensione a nastro** (detti anche *a banda tesa*): in questo caso, la bobina mobile è sospesa mediante due **nastri di torsione**, soggetti ad una tensione meccanica (ottenuta mediante una molla) sufficiente ad eliminare qualsiasi afflosciamento. Rispetto ai galvanometri visti prima, questi possono essere usati anche in posizione orizzontale ed inoltre, usando un apposito sistema di specchietti, a parità di sensibilità consentono dimensioni più piccole. Sono inoltre più resistenti ai sovraccarichi elettrici, alle variazioni di temperatura ed agli urti.

E' importante proteggere questo tipo di strumenti da urti e movimenti bruschi e lo si fa ponendo in cortocircuito i terminali esterni collegati alla bobina mobile. Infatti, solo se la bobina è chiusa su un circuito esterno, un eventuale movimento della bobina stessa determinerà l'indursi di f.e.m. e la circolazione di correnti elettriche. La corrente elettrica, interagendo con il campo magnetico (generato dal magnete permanente) darà luogo ad una coppia di smorzamento che potrà evitare danni alla bobina ed all'equipaggio mobile.

Risposta dinamica

E' importante studiare la **risposta dinamica** di un galvanometro, ad esempio per valutare il tempo da esso impiegato per raggiungere la posizione di equilibrio durante una misurazione. Possiamo allora procedere nel modo seguente.

Il passaggio della corrente elettrica determina una **coppia motrice** C, la quale è compensata da tre diverse coppie:

- una **coppia di inerzia** dell'equipaggio mobile, valutabile come $J\frac{d^2\delta}{dt^2}$, dove J è il momento di inerzia dell'equipaggio mobile riferito al suo asse di rotazione e δ è la deflessione angolare dopo t secondi;

[2] Questo campo magnetico prodotto da un magnete permanente è la caratteristica fondamentale degli strumenti magnetoelettrici.

- la **coppia di smorzamento**, pari a $N\frac{d\delta}{dt}$, dove N è il coefficiente di smorzamento; generalmente, nei galvanometri lo smorzamento è di tipo sia elettromagnetico (proporzionale alla velocità) sia viscoso (dovuto all'aria in cui si muove la bobina e anch'esso approssimativamente proporzionale alla velocità);
- la **coppia di richiamo**, sviluppata dalla sospensione della bobina, valutabile come $M\delta$, dove M è la costante elastica della sospensione.

Imponendo allora l'equilibrio di queste coppie, otteniamo l'equazione del moto:

$$J\frac{d^2\delta}{dt^2} + N\frac{d\delta}{dt} + M\delta = C$$

In condizioni di riposo, l'equipaggio mobile avrà compiuto una rotazione δ_M, per cui $C=M\delta_M$ e possiamo perciò scrivere l'equazione come

$$J\frac{d^2\delta}{dt^2} + N\frac{d\delta}{dt} + M\delta = M\delta_M$$

Calcolando la trasformata di Laplace di questa equazione, otteniamo

$$Js^2\delta + Ns\delta + M\delta = M\delta_M$$

da cui possiamo quindi ottenere la funzione di trasferimento normalizzata del galvanometro:

$$G(s) = \frac{\delta}{\delta_M} = \frac{M}{Js^2 + Ns + M}$$

Abbiamo dunque trovato che il galvanometro è uno strumento modellabile come un **sistema del secondo ordine**. Per ricondurci allora alla classica espressione della funzione di trasferimento di un sistema del secondo ordine, facciamo le seguenti posizioni:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{M}{J}}$$
$$\xi = \frac{N}{2\sqrt{M \cdot J}}$$

Con queste posizioni (ricordiamo che ω_n è la **pulsazione naturale** del sistema, mentre ξ è il **fattore di smorzamento**), scriviamo che

$$\boxed{G(s) = \frac{\delta}{\delta_M} = \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_n^2} + 2\xi\frac{s}{\omega_n} + 1}}$$

Autore: Sandro Petrizzelli

Avendo detto che $\xi = \frac{N}{2\sqrt{M \cdot J}}$, deduciamo che i valori di M,N e J influenzano lo smorzamento del sistema. Se impieghiamo lo strumento in un sistema di registrazione, per cui abbiamo bisogno di una risposta in frequenza piatta in un ampio campo di frequenze, dobbiamo ridurre sia l'inerzia sia lo smorzamento dovuto agli attriti. Nei galvanometri a bassa frequenza ed elevata sensibilità, è invece sufficiente il solo smorzamento elettromagnetico per ottenere i desiderati valori di ξ. Al contrario, questo smorzamento elettromagnetico non è sufficiente (e va perciò affiancato da quello viscoso) nei galvanometri ad alta frequenza e bassa sensibilità.

Ricordiamo che un sistema del secondo ordine ha una risposta in frequenza che risulta particolarmente selettiva (centrata su $\omega=\omega_n$) quando il coefficiente di smorzamento ξ è piccolo (ad esempio ξ=0.1). Questa caratteristica è generalmente sfruttata per realizzare **rivelatori di zero** in un campo di frequenze molto stretto, dell'ordine di un centinaio di Hz. Il dimensionamento di ω_n si ottiene tipicamente agendo sul valore della costante di richiamo M.

Nei galvanometri usati per misurare piccole correnti continue, sarebbe necessario che l'indice sulla scala graduata raggiunga la propria posizione di equilibrio nel più breve tempo possibile, il che significherebbe richiedere un moto criticamente smorzato. Al contrario, *nella pratica si preferisce scegliere un valore di x tale da ottenere un leggero sottosmorzamento, in modo che l'indice oscilli leggermente prima di arrestarsi nella posizione di equilibrio.* Questo è un modo molto semplice di controllare che l'equipaggio mobile sia libero nel proprio movimento e quindi non abbia subito danni in seguito ad urti o bruschi spostamenti. Tra l'altro, si ottiene anche il vantaggio per cui la coppia di attrito influenza poco il moto quando esso rende a compensarsi durante le oscillazioni.

Resistenza critica

Abbiamo detto, tramite l'espressione $\xi = \frac{N}{2\sqrt{M \cdot J}}$, che il fattore di smorzamento dipende dal coefficiente di smorzamento N; quest'ultimo varia in base all'entità della corrente che circola nella bobina e quindi in base alla resistenza elettrica esterna R su cui la bobina stessa è chiusa. Esiste allora un particolare valore di R, detto **critico**, in corrispondenza del quale il fattore ξ determina uno smorzamento critico. Ogni galvanometro presenta una resistenza critica $\mathbf{R_C}$; per misurarla, bisogna procedere nel modo seguente:

- in primo luogo, bisogna inserire un reostato variabile in parallelo alla bobina del galvanometro;
- in secondo luogo, bisogna aprire e chiudere un circuito che consenta la circolazione o l'estinzione di una corrente continua nella bobina mobile;
- ogni volta che si chiude l'interruttore, si prova a regolare la resistenza del reostato fin quando terminano le oscillazioni dell'indice attorno alla posizione di equilibrio.

In effetti, non si tratta di una misura molto precisa, ma è sicuramente utile nella pratica.

Fattori di merito

Esistono due parametri utili a caratterizzare la bontà di un galvanometro. Quello dal significato più intuitivo è la **sensibilità in corrente** (simbolo: $\mathbf{S_I}$), definito come rapporto tra la deflessione angolare δ e la corrente I che l'ha prodotta:

$$S_I = \frac{\delta}{I} \quad \left[\frac{\text{deviazioni}}{\mu A}\right]$$

In pratica, la sensibilità quantifica il valore minimo apprezzabile di corrente. Ad esempio, se risulta $S_I=1(dev/\mu A)$, significa che non noteremo alcuna deviazione dell'indice per correnti di intensità inferiore ad 1μA, ossia che il galvanometro non misura correnti inferiori ad 1μA.

Si definisce inoltre una **sensibilità in tensione** (simbolo: $\mathbf{S_V}$), come rapporto tra la deflessione angolare δ e la tensione applicata V che l'ha prodotta:

$$S_V = \frac{\delta}{V} \quad \left[\frac{\text{deviazioni}}{mV}\right]$$

Da notare che la sensibilità in tensione viene ottenuta quando il galvanometro è chiuso sulla sua resistenza critica, per cui, generalmente, l'indicazione di S_V è sempre accompagnata dall'indicazione di R_C.

Osserviamo inoltre che la deflessione angolare δ si può misurare sia in deviazioni sia semplicemente in millimetri.

AMPEROMETRI

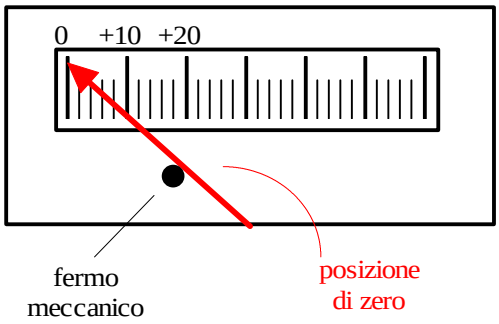
L'**amperometro** è, in generale, lo strumento atto a misurare una corrente elettrica. Parliamo invece di *galvanometro* quando tale corrente è di intensità particolarmente bassa (dell'ordine dei μA e anche meno).

Il principio di funzionamento è grossomodo lo stesso di quello visto per il galvanometro: per misurare una corrente elettrica, è evidentemente necessario collegare lo strumento di misura in serie al carico elettrico in cui circola la corrente stessa; tale corrente dà luogo ad una coppia motrice che fa ruotare l'equipaggio mobile dello strumento e quindi l'indice sulla scala graduata. Ad ogni valore di corrente (ovviamente compreso nella **portata** dello strumento) corrisponde una posizione di equilibrio dell'equipaggio mobile e quindi una corrispondente posizione dell'indice sulla scala graduata.

Dato che un qualsiasi strumento di misura non dovrebbe alterare in alcun modo le condizioni del circuito in cui viene inserito, ***la resistenza interna dell'amperometro dovrebbe essere molto più piccola di quella del carico.*** D'altra parte, non potendo essere nulla tale resistenza, avremo sempre una corrente nel carico più piccola di quella che sarebbe circolata in assenza dell'amperometro. Questo è il cosiddetto **effetto di carico** dell'amperometro, di cui abbiamo ampiamente parlato in precedenza.

Proprio per il fatto di possedere una bassissima resistenza interna, un amperometro non va mai connesso in parallelo ad una forza elettromotrice o comunque ad un carico in tensione: infatti, questo potrebbe determinare una corrente interna allo strumento di intensità tale da danneggiare l'equipaggio mobile. Ovviamente, per analoghi motivi, lo strumento va connesso in serie a carichi che assorbano correnti comunque inferiori alla portata massima dello strumento stesso.

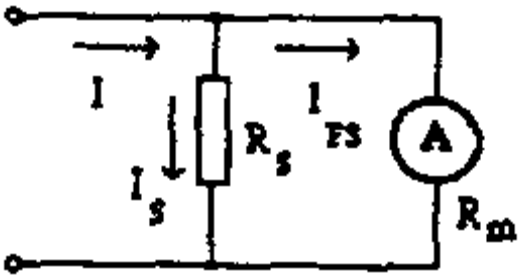
Ci sono ulteriori accorgimenti da prendere a seconda del tipo di scala graduata che viene usata. Consideriamo ad esempio una **scala a zero laterale**:



In questo caso, bisogna porre attenzione al corretto collegamento delle polarità dello strumento, per evitare che la coppia motrice tenda a far premere l'indice contro il fermo meccanico, causando danneggiamenti. Per questo motivo, i morsetti esterni dell'amperometro in corrente continua sono generalmente contrassegnati da un **+** e da un **-**.

Uso di derivatori

Talvolta capita di dover misurare correnti elettriche di intensità superiore a quella sopportabile dalla bobina interna. In questi casi, è necessario ricorrere a resistori posti in parallelo alla bobina stessa, chiamati **derivatori** (o **shunt**). Lo schema da usare è cioè il seguente:



Abbiamo indicato con I la corrente da misurare e con I_S e I_{FS} le sue ripartizioni, rispettivamente, nella resistenza R_S e nell'amperometro (con resistenza interna R_m). In particolare, si suppone che nell'amperometro scorra la massima corrente possibile, per cui $\mathbf{I_{FS}}$ è la **corrente di fondo scala** (o *portata*) dello strumento.

Applicando la semplice LKT, ricaviamo che

$$R_m I_{FS} = R_S (I - I_{FS})$$

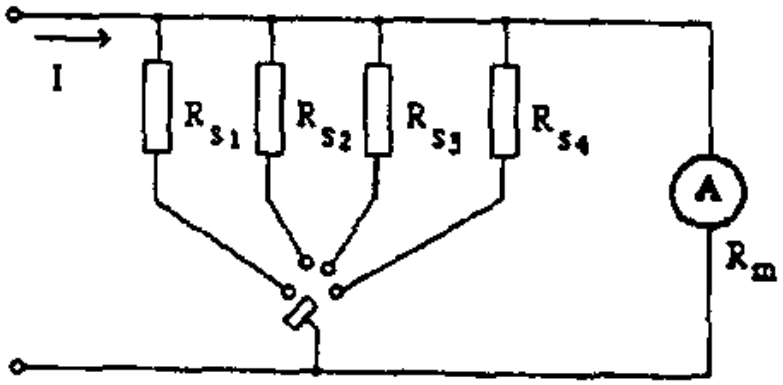
da cui risulta che

$$\boxed{I = \frac{R_m}{R_S} I_{FS} + I_{FS}}$$

In base a questa espressione, noti i parametri I_{FS} e R_m dell'amperometro, conosceremo il valore di I a partire dal valore di R_S.

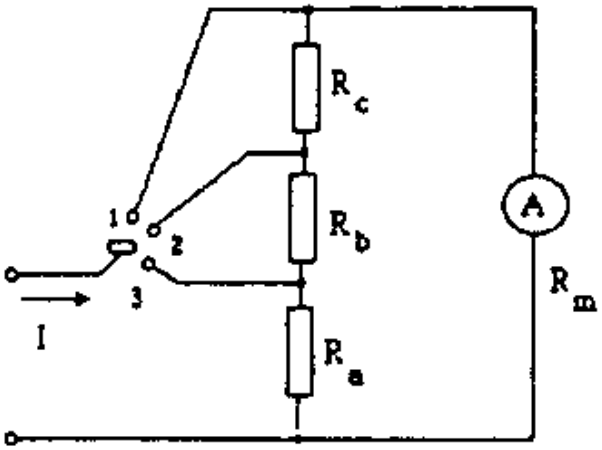
La resistenza R_S, costituita da un resistore poco influenzabile dalle variazioni termiche, può essere sia già predisposta all'interno dello strumento sia posta all'esterno di esso ove necessario.

Se si vuole perfezionare lo strumento, consentendo **portate multiple**, allora si possono usare più shunt esterni, secondo una configurazione del tipo seguente:



La posizione del **commutatore** determina quale shunt inserire e il passaggio da una portata all’altra avviene senza che ci sia interruzione del circuito elettrico, in modo da evirare danneggiamenti all’equipaggio mobile.

Un ulteriore possibilità, per realizzare un amperometro a portate multiple, è quello di usare il **derivatore universale** (detto anche *derivatore di Ayrton*), fatto nel modo seguente (nel caso semplice di 3 sole portate):



Sia I_{FS} la portata dell’amperometro senza resistenze in parallelo. Il nostro scopo è aumentare la portata dello strumento, aggiungendo appunto le resistenze in parallelo.

Supponiamo allora che la corrente da misurare, indicata in figura con I, sia la nuova portata che vogliamo ottenere. Supponiamo che il commutatore sia in posizione 1, per cui tutte e tre le resistenze sono coinvolte dal passaggio di corrente; applicando la LKT, si ha (analogamente a prima) che

$$R_m I_{FS} = (R_A + R_B + R_C)(I - I_{FS})$$

Da qui possiamo solo ricavare che

$$R_{S,1} = R_A + R_B + R_C = R_m \frac{I_{FS}}{I - I_{FS}} = R_m \frac{1}{\frac{I}{I_{FS}} - 1}$$

Il termine I/I_{FS} si indica generalmente con **m**, per cui scriviamo

$$R_{S,1} = R_m \frac{1}{m-1}$$

Quindi, in base a questa relazione, sappiamo quanto deve valere $R_{S,1}$ per ottenere il desiderato valore di m, ossia sostanzialmente la portata desiderata (in particolare, avendo incluso tutte e tre le resistenze, abbiamo la portata minima). Il problema è che $R_{S,1}$ è somma di 3 resistenze, per cui abbiamo ancora 2 gradi di libertà.

Allora, supponiamo di portare il commutatore in posizione 2 (per cui la resistenza R_C va a porsi in serie all'amperometro); supponendo che la corrente in ingresso (cioè la nuova portata sia I_1), scriviamo che

$$(R_m + R_C) I_{FS} = (R_A + R_B)(I_1 - I_{FS})$$

da cui

$$R_{S,2} = R_A + R_B = (R_m + R_C)\frac{I_{FS}}{I_1 - I_{FS}} = (R_m + R_C)\frac{1}{m_1 - 1}$$

Quest'ultima relazione consente di calcolare il valore di R_C necessario ad avere il rapporto m_1 desiderato:

$$R_C = R_{S,2}\left(\frac{I_1}{I_{FS}} - 1\right) - R_m = R_{S,2}(m_1 - 1) - R_m = \ldots = R_{S,1}\left(1 - \frac{m}{m_1}\right)$$

Resta ancora 1 grado di libertà. Allora, ponendo il commutatore in posizione 3, si ha che

$$(R_m + R_C + R_B) I_{FS} = R_A (I_2 - I_{FS})$$

da cui

$$R_{S,3} = R_A = (R_m + R_C + R_B)\frac{I_{FS}}{I_2 - I_{FS}} = (R_m + R_C + R_B)\frac{1}{m_2 - 1}$$

dove I_2 è la nuova portata dello strumento.

Abbiamo dunque ricavato il valore da dare ad R_A per ottenere una data portata con il commutatore in posizione 2. Possiamo ora procedere a ritroso. Combinando infatti l'ultima equazione con $R_C = R_{S,1}\left(1 - \frac{m}{m_1}\right)$ e tenendo conto che $R_A = R_{S1} - R_B - R_C$, si ottiene

$$R_B = R_{S,1}\left(\frac{m}{m_1} - \frac{m}{m_2}\right)$$

Questa equazione consente dunque di calcolare il valore di R_B per avere le portate richieste. Resta da calcolare il valore di R_A, ottenibile banalmente imponendo la condizione $R_A = R_{S1} - R_B - R_C$: si ricava

$$R_A = R_{S,1}\frac{m}{m_2}$$

Autore: Sandro Petrizzelli

Quindi, le relazioni da applicare per il dimensionamento del derivatore universale sono le seguenti:

$$R_{S,1} = R_m \frac{1}{m-1}$$

$$R_A = R_{S,1} \frac{m}{m_2}$$

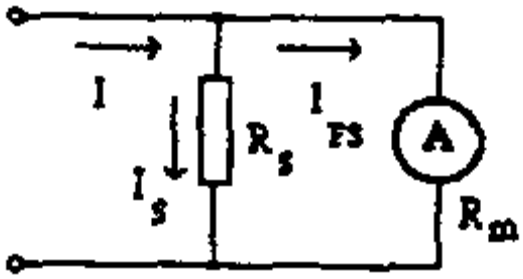
$$R_B = R_{S,1}\left(\frac{m}{m_1} - \frac{m}{m_2}\right)$$

$$R_C = R_{S,1}\left(1 - \frac{m}{m_1}\right)$$

Il derivatore universale ha il vantaggio di consentire una protezione dell’amperometro, data la presenza costante di una resistenza ad esso in parallelo; lo svantaggio è ovviamente che questa resistenza limita la sensibilità dello strumento.

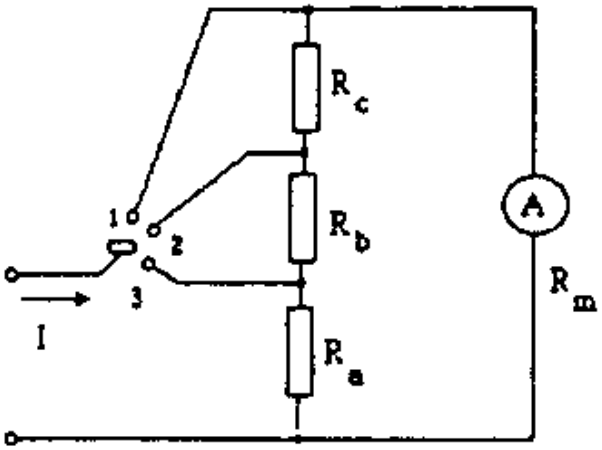
Esempio

Vediamo un esempio di applicazione dei concetti appena visti. Supponiamo di avere a disposizione un amperometro con corrente di fondo scala I_{FS}=1A e resistenza interna R_m=50Ω. Supponiamo di voler aumentare la portata dello strumento, passando a 2A. Dobbiamo necessariamente disporre una resistenza R_S in parallelo:



Sappiamo che la relazione tra le correnti è $R_m I_A = R_S (I - I_A)$: imponendo che l’amperometro sia attraversato dalla massima corrente tollerabile (I_A=I_{FS}) e che anche la corrente in ingresso sia massima (I=2A), si trova evidentemente che deve essere R_S=R_m.

Supponiamo adesso invece che, dopo aver fatto questo dimensionamento, la corrente in ingresso risulti essere di 3A, cioè superiore alla portata massima da noi prevista: in base all’equazione $R_m I_A = R_S (I - I_A)$, in cui R_S=R_m, si ottiene che la corrente nell’amperometro è $I_A = \frac{I}{2} = 1.5A$, cioè superiore alla portata dello strumento. Per evitare questo problema, dobbiamo utilizzare ulteriori shunt al fine di aumentare la portata. Usiamo allora il derivatore universale:



Il primo passo è quello di dimensionare la portata minima (quindi con il commutatore in posizione 1) al valore 2A. Abbiamo visto che, a tal fine, la relazione da applicare è

$$R_S = R_A + R_B + R_C = R_m \frac{1}{\frac{I}{I_{FS}} - 1}$$

Sostituendo I=2A (da cui m=2), I_{FS}=1A e R_m=50Ω, si ottiene ovviamente R_S=R_m=50Ω.

Adesso supponiamo di voler aumentare la portata a 3A, portando il commutatore in posizione 2 (e cioè escludendo la resistenza R_C). La relazione da applicare è

$$R_A + R_B = (R_m + R_C)\frac{I_{FS}}{I_1 - I_{FS}}$$

da cui scaturisce che $R_C = R_S\left(1 - \frac{m}{m_1}\right)$. Sostituendo I_1=3A (da cui consegue che m_1=3), I_{FS}=1A e R_S=50Ω, si ottiene $R_C = \frac{50}{3}\Omega$.

Se vogliamo ulteriormente innalzare la portata, ad esempio al valore I_2=6A, dobbiamo escludere anche la resistenza R_B, cioè portare il commutatore in posizione 3. Le relazioni da usare sono allora le seguenti:

$$R_A = R_S \frac{m}{m_2}$$

$$R_B = R_S\left(\frac{m}{m_1} - \frac{m}{m_2}\right)$$

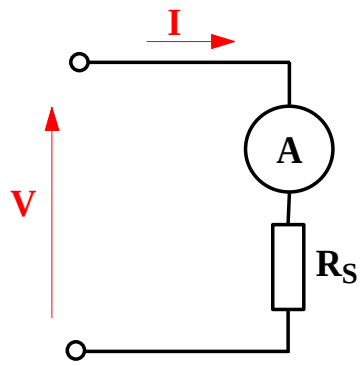
Sostituendo i valori numerici (in particolare I_2=6A, da cui m_2=6), si trova $R_A = R_B = R_C = \frac{50}{3}\Omega$.

Quindi, usando 3 resistenze uguali a 50/3 Ω, otteniamo uno strumento con portate 2A, 3A e 6A.

VOLTMETRI

Un **voltmetro** misura la differenza di potenziale tra due punti e quindi va collegato in parallelo alla sorgente da misurare. Nel caso di **voltmetri in corrente continua**, è generalmente necessario rispettare le polarità della sorgente, per cui i terminali dello strumento sono contrassegnati con il **+** ed il **-**.

Un amperometro può essere convertito in un voltmetro semplicemente collegandolo in serie ad un resistore addizionale R_S, di valore sufficientemente alto affinché la corrente circolante nell'amperometro non superi quella di fondo scala:



Il valore da dare ad R_S si ricava facilmente a partire dalla **tensione di fondo scala V_{FS}** da dare al voltmetro ed al valore I_{FS} di corrente di fondo scala dell'amperometro: infatti, supponendo che la corrente I sia la massima possibile (cioè $I=I_{FS}$) e che anche la tensione V sia la massima possibile (cioè $V=V_{FS}$), si ricava, dalla LKT, che

$$V_{FS} = I_{FS}(R_S + R_m) \longrightarrow R_S = \frac{V_{FS}}{I_{FS}} - R_m$$

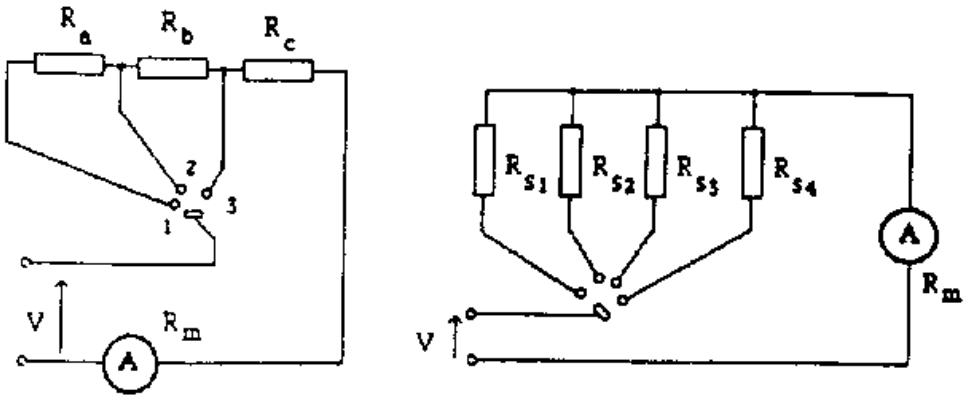
La quantità $\frac{1}{I_{FS}}$ prende il nome di **sensibilità amperometrica** del voltmetro e si indica con **S_{AV}**. Scriviamo quindi che

$$\boxed{R_S = S_{AV} V_{FS} - R_m}$$

Al contrario di quanto visto nel precedente paragrafo, il resistore o i resistori addizionali sono montati direttamente all'interno dello strumento e consentono evidentemente di ottenere **portate multiple**, in genere fino ai **500V**. Se bisogna misurare tensioni più elevate, allora è necessario disporre esternamente ulteriori resistori in serie.

Una volta individuato l'amperometro da usare, la sensibilità amperometrica S_{AV} e la resistenza R_m sono fissate, per cui, in base alla relazione $R_S = S_{AV} V_{FS} - R_m$, si può calcolare quanto deve valere R_S per ottenere la portata desiderata.

I voltmetri a portate multiple possono avere diverse configurazioni dei resistori addizionali. Due esempi sono rappresentati nella figura seguente:



Il dimensionamento si conduce con gli stessi criteri visti nel paragrafo precedente, basandosi ovviamente sulla relazione $R_S = S_{AV} V_{FS} - R_m$.

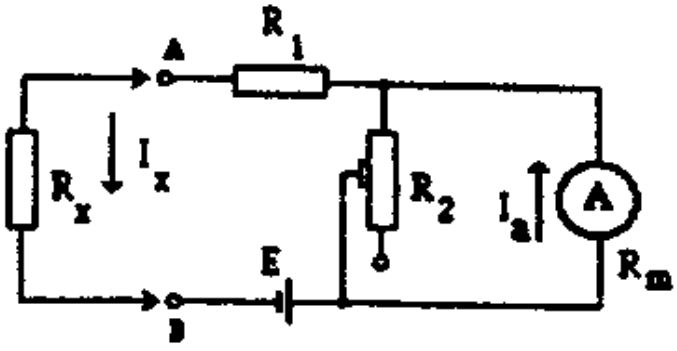
La configurazione più usata è quella a sinistra, in quanto consente un più facile proporzionamento dei resistori, ottenuti con più facilità a parità di accuratezza richiesta.

Anche i voltmetri esercitano evidentemente un **effetto di carico** sul circuito sotto misura, in quanto derivano da esso una certa quantità di corrente a causa del collegamento in parallelo. Per questo motivo, *si fa in modo che la resistenza interna del dispositivo sia quanto maggiore possibile rispetto a quella di ingresso del circuito sotto misura, in modo da ridurre la corrente assorbita e quindi l'errore (sistematico) che da essa deriva.* Tuttavia, affinché il voltmetro possa fornire misure attendibili pur assorbendo una bassa corrente, deve risultare chiaramente elevato il parametro S_{AV}, ossia deve essere bassa la portata dell'amperometro.

Quindi, *per misure su circuiti ad elevata resistenza, è necessario usare voltmetri con elevata sensibilità amperometrica.*

OHMETRI

L' **ohmetro** è un dispositivo per la misura diretta di resistenze elettriche. Esso può essere realizzato, mediante soluzioni circuitali diverse, usando ancora una volta un amperometro. Una possibile configurazione circuitale è riportata nella figura seguente:



La resistenza incognita R_X viene collegata ai morsetti A e B dello strumento; quest'ultimo è costituito da un amperometro (la cui scala è graduata direttamente in valori di resistenza per i motivi che vedremo tra un attimo), chiuso in parallelo su un potenziometro R_S, da una resistenza R_1 e da una batteria E.

Possiamo subito esprimere la corrente nell’amperometro in funzione della resistenza incognita: applicando infatti la LKT, abbiamo che

$$(R_X + R_1)I_X + R_m I_a = E \longrightarrow I_a = \frac{E}{R_m} - \frac{R_X + R_1}{R_m} I_X$$

D’altra parte, la LKC ci dice che $I_{R2}=I_X-I_a$ ed inoltre è evidente che $I_{R2} = \frac{V_{R2}}{R_2} = \frac{R_m I_a}{R_2}$, per cui scriviamo che

$$I_X - I_a = \frac{R_m I_a}{R_2} \longrightarrow \left(1 + \frac{R_m}{R_2}\right) I_a = I_X$$

per cui, tornando nell’espressione di I_a, concludiamo che

$$I_a = \frac{E}{R_m} - \frac{R_X + R_1}{R_m}\left(1 + \frac{R_m}{R_2}\right) I_a$$

Questa relazione lega dunque la lettura dell’amperometro al valore della resistenza incognita. Esplicitando proprio quest’ultima, abbiamo che

$$R_X = \frac{E}{I_a}\frac{R_2}{R_2 + R_m} - \left(\frac{R_2 R_m}{R_2 + R_m} + R_1\right)$$

In questa espressione, il primo termine a secondo membro dipende dalla corrente I_a che attraversa l’amperometro, mentre il secondo termine dipende solo dai valori dei resistori inseriti nello strumento. E’ possibile allora trovare una relazione più comoda. In primo luogo, si fa in modo che l’indice dell’amperometro vada a fondo scala (per cui è attraversato dalla massima corrente I_{FS}); in questa condizione, si pongono in corto i morsetti A e B dello strumento, in modo che la misura sia $R_X=0$; allora, in base all’equazione appena ricavata, si ottiene

$$R_X = 0 = \frac{E}{I_{FS}}\frac{R_2}{R_2 + R_m} - \left(\frac{R_2 R_m}{R_2 + R_m} + R_1\right) \longrightarrow \frac{E}{I_{FS}}\frac{R_2}{R_2 + R_m} = \frac{R_2 R_m}{R_2 + R_m} + R_1$$

da cui quindi consegue che

$$\boxed{R_X = E\left(\frac{1}{I_a} - \frac{1}{I_{FS}}\right)\frac{R_2}{R_2 + R_m}}$$

In questo modo, abbiamo vincolato la misura di R_X alla lettura di I_a ed alla conoscenza solo dei parametri dell’amperometro (I_{FS} e R_m) e del valore di R_2.

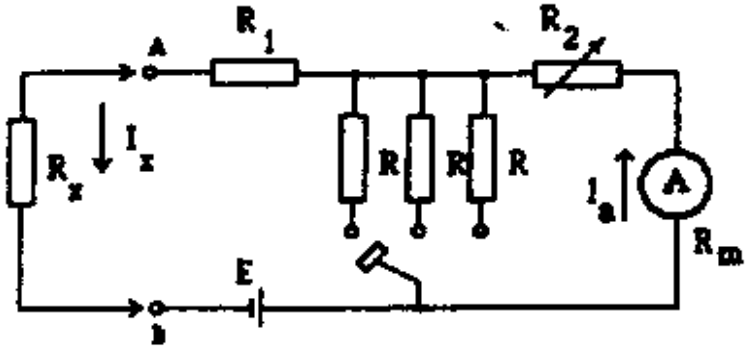
Possiamo anche fare qualcosa in più. Infatti, supponiamo di metterci nella condizione per cui l’amperometro fornisce una lettura a metà scala (cioè $I_a=I_{FS}/2$). Sostituendo nell’espressione di R_X, troviamo che essa eguaglia la resistenza interna dell’ohmetro, ossia la resistenza vista dalla porta AB:

$$I_a = \frac{I_{FS}}{2} \longrightarrow R_X = R_{ohm} = R_1 + (R_2 // R_m)$$

In tal modo, fissata la scala delle resistenze, possiamo ricavare i valori di R_1 ed R_2.

Come risulta evidente dall'espressione di R_X, la taratura dell'ohmetro dipende dal valore di E. Il problema è che, trattandosi di una **batteria**, la tensione da essa fornita non è costante nel tempo, ma decresce al passare del tempo. Allora, per poter ritarare periodicamente lo strumento, si fa in modo che R_2 sia variabile: dato che anche R_2 interviene nella costante strumentale dello strumento, ogni ritaratura passerà per una nuova regolazione di R_2. Si procedere nel modo seguente: prima di eseguire la misura vera e propria, chiudiamo in corto i morsetti A e B e verifichiamo se l'indice si porta nella posizione di zero; in caso affermativo, procediamo con la misura; in caso negativo, mantenendo sempre A e B in corto, regoliamo R_2 fin quando l'indice non si porta sullo zero. Ovviamente, è possibile che questa condizione non venga mai raggiunta, nel qual caso è necessario sostituire la batteria.

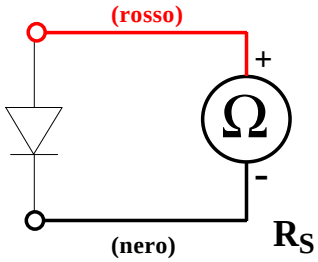
Se si vuole realizzare un **ohmetro a portate multiple**, lo schema di principio è il seguente:



E' importante osservare che l'ohmetro, quando viene collegato ai due punti tra cui si vuol misurare R_X, determina la circolazione di corrente nel dispositivo in prova; questo deve quindi essere in grado di non subire danneggiamenti per la corrente di circolazione, anche se molto piccola. Per fare un esempio, è sicuramente da escludere l'uso di un ohmetro per la misura della resistenza interna di un galvanometro, la cui portata è molto piccola.

Le applicazioni degli ohmetri possono essere diverse. Ad esempio, si può fare una **verifica di continuità elettrica** tra due punti: se, una volta collegati i puntali dello strumenti a tali due punti, l'indice dello strumento si approssima a zero, è verificato il persistere della continuità elettrica.

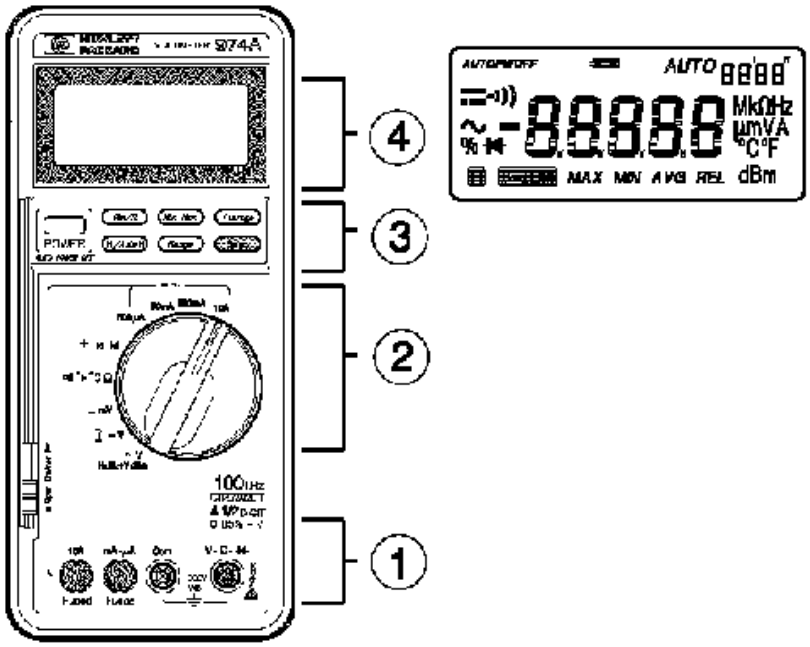
Un'altra applicazione è quella per la verifica di quale sia l'anodo e quale il catodo di un diodo. Infatti, immaginiamo di collegare il morsetto **POSITIVO** dell'ohmetro (in genere di colore **ROSSO**) a quello che presumiamo sia l'anodo del diodo ed il morsetto **NEGATIVO** dell'ohmetro (in genere di colore **NERO**) al presunto catodo:



Se la nostra ipotesi è corretta, l'indicazione dello strumento dovrebbe essere quella di una piccola resistenza; se invece registriamo una elevata resistenza, allora abbiamo invertito la posizione del catodo e dell'anodo. Tra l'altro, i valori delle misure della resistenza diretta e della resistenza inversa del diodo aiutano a quantificare la bontà del diodo: il rapporto R_{dir}/R_{inv} deve essere il più basso possibile.

MULTIMETRI

Nei paragrafi precedenti abbiamo fatto vedere che un amperometro, inserito in opportune configurazioni circuitali, consente di misurare, oltre le correnti, anche tensioni e resistenze. Si è deciso allora di combinare tali diversi circuiti in un unico strumento, detto **multimetro** (o anche **VOM**, ossia misuratore di volt, ohm e milliampere). Nella figura seguente è riportata una schematizzazione del pannello frontale di un **multimetro digitale**[3]:



Nel pannello si distinguono le quattro sezioni (display, tasti funzione, selettore di misura, boccole di adduzione del segnale). La sezione dei tasti funzione (3) comprende il tasto di accensione grigio (POWER), nonché sei tasti che (in particolare Select), insieme al selettore centrale (2), servono a scegliere il tipo di misura (tensione cc o ca, corrente cc o ca, resistenza, ecc.). In basso (1) sono presenti quattro boccole per gli spinotti a banana dei puntali: la terza da sinistra è il "comune" (a cui corrisponde il segno "meno" di tensioni e correnti continue e a cui quindi si collega il puntale nero), mentre le restanti tre servono rispettivamente per le misure di corrente con fondo scala 10 A, per le misure di corrente con fondo scala da 500 mA in giù, e per le misure di tensione e resistenza.

Come strumento di misura propriamente detto (cioè sostanzialmente con amperometro), si usa generalmente uno *strumento magnetoelettrico* (PMMC), dotato di opportuni sistemi di raddrizzamento, i quali consentono, come vedremo in seguito, misure sia in corrente continua sia in corrente alternata.

Molto spesso, l'amperometro impiegato ha una portata $\mathbf{I_{FS}=50\mu A}$, cui corrisponde quindi una sensibilità amperometrica $S_{AV}=1/I_{FS}=20k\Omega/V$. Si tratta di un valore molto elevato, che consente l'uso dello strumento in un vasto campo di misura, data la possibilità di misurare correnti anche molto piccole (cioè tipicamente quelle presenti nelle applicazioni elettroniche).

Attualmente, i VOM stanno rapidamente cedendo il passo ai **multimetri digitali**, di cui la figura precedente presentava la tipica sezione frontale.

[3] Sottolineiamo che un multimetro digitale non fa assolutamente parte degli strumenti analogici passivi. Tuttavia, si è riportata la figura solo per dare una idea di come possa essere fatto uno strumento di questo tipo.

Molti multimetri per misure in corrente alternata sono dotati di una **scala in decibel**; a tal proposito, è opportuno ricordare che il **dB** rappresenta il rapporto tra potenze in scala logaritmica, ossia sostanzialmente il rapporto tra la potenza P_X di interesse e una potenza P_{rif} di riferimento:

$$P_X[\text{dB}] = 10\log 10\frac{P_X}{P_{rif}}$$

Le quantità P_X e P_{rif} possono essere espresse in Watt o in multipli del Watt. In particolare, quando P_{rif}=1mW, si scrive che

$$P_X[\text{dBm}] = 10\log 10\frac{P_X}{1(\text{mW})}$$

Al posto delle potenze, si possono usare anche le tensioni o le correnti, ricordando che la potenza è proporzionale al quadrato della tensione o della corrente:

$$V_X[\text{dB}] = 20\log 10\frac{V_X}{V_{rif}} \qquad\qquad I_X[\text{dB}] = 10\log 10\frac{I_X}{I_{rif}}$$

Autore: **SANDRO PETRIZZELLI**
e-mail: sandry@iol.it
sito personale: http://users.iol.it/sandry
succursale: http://digilander.iol.it/sandry1