

# Appunti di Misure Elettriche

## **Richiami di Elettronica (parte III)**

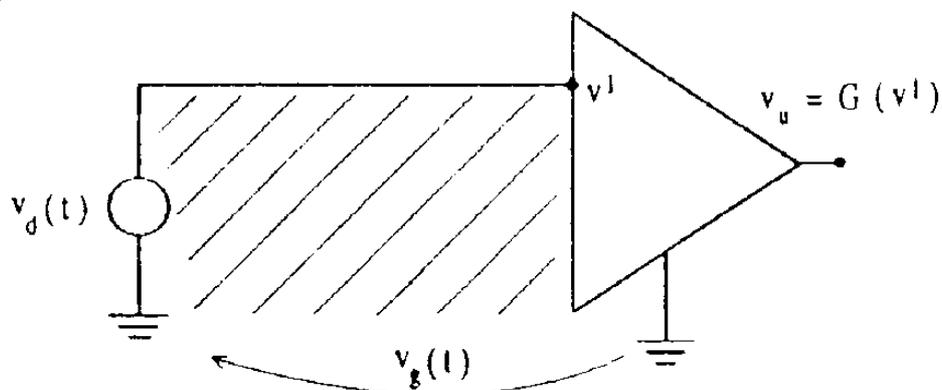
Amplificatore differenziale.....	1
<i>Descrizione quantitativa e qualitativa generale</i> .....	4
<i>Fattori di merito</i> .....	5
Amplificatori operazionali.....	6
<i>Configurazione invertente</i> .....	7
Applicazione della configurazione invertente: sommatore.....	8
<i>Configurazione non invertente</i> .....	9
<i>Amplificatore alle differenze</i> .....	10
Differenziale da strumentazione .....	13
<i>Integratore</i> .....	13
<i>Derivatore</i> .....	15
Comparatore.....	16

### **AMPLIFICATORE DIFFERENZIALE**

Nell'ambito dei dispositivi elettronici presenti nella strumentazione elettronica, uno dei più usati è senz'altro l'**amplificatore differenziale** (brevemente **AMDI**), del quale ricordiamo le principali caratteristiche.

Vediamo in primo luogo di introdurre concettualmente l'utilità di un amplificatore differenziale.

Spesso, *la misura di una grandezza elettrica e la sua amplificazione possono essere rese difficili dalla contemporanea presenza di disturbi che si sovrappongono al segnale utile*. Pensiamo, ad esempio, al segnale di tensione, di poche decime di  $\mu\text{V}$ , che si sviluppa ai capi di un **sensore di temperatura** (come una *termocoppia*) posto distante dall'elettronica di amplificazione: per amplificare questo segnale si potrebbe pensare di collegare un capo del sensore alla massa e l'altro conduttore all'amplificatore (il quale a sua volta presenta il secondo terminale posto a massa), come indicato nella figura seguente:



Purtroppo, questa semplice disposizione non permetterebbe una misura accurata del debole segnale della termocoppia: infatti, se i due collegamenti di massa sono fisicamente distanti, è molto probabile che non siano rigorosamente equipotenziali (a causa del fatto che il **piano di massa**

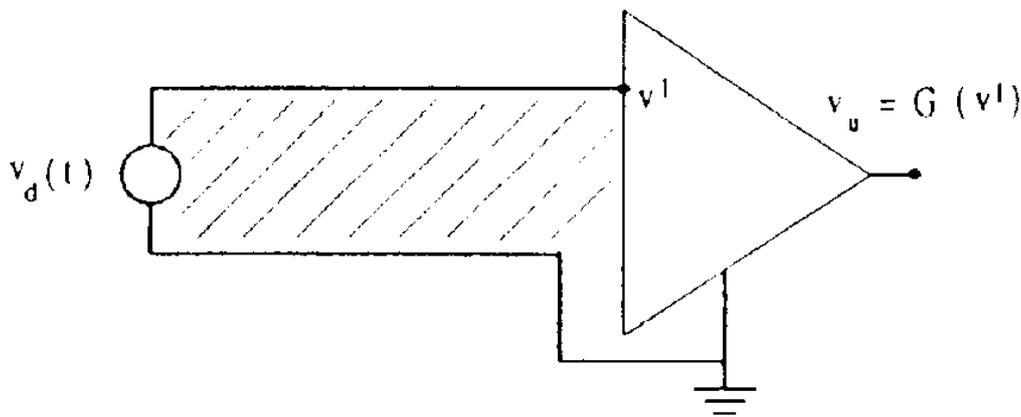
presenta una propria impedenza e questa, se attraversata dalle **correnti di dispersione**, genera ai propri capi una tensione): sussiste cioè una differenza di potenziale  $v_g(t)$  tra di essi, la quale va inevitabilmente a sommarsi al segnale del sensore:

$$v^l(t) = v_d(t) + v_g(t)$$

Un altro problema di quello schema è nell'eventuale presenza di **campi elettromagnetici variabili**, i quali inducono una **forza elettromotrice** in serie al segnale del sensore; questa forza elettromotrice è proporzionale alla superficie della spira (la cui area è quella tratteggiata nella figura) e quindi può rappresentare un ulteriore segnale di disturbo.

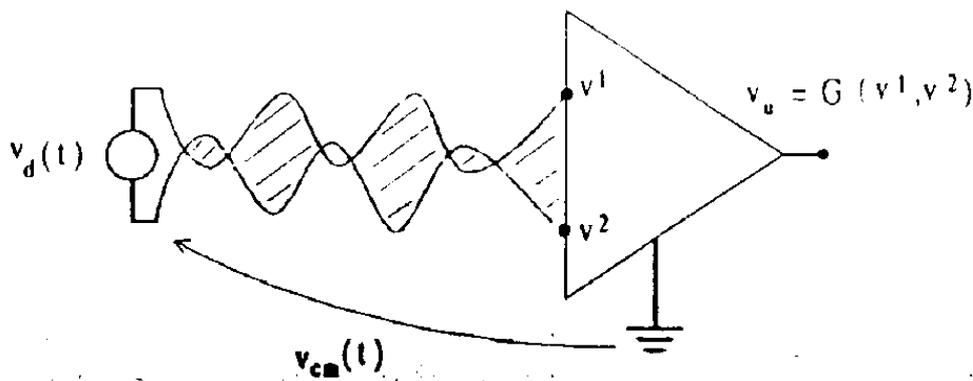
Questi segnali di disturbo ( $v_g(t)$  e la f.e.m. indotta) possono essere anche molto più intensi del segnale di interesse, il che rende spesso impossibile la misura.

Per garantire l'amplificazione del solo segnale utile, si può pensare di collegare entrambi i morsetti del sensore direttamente all'amplificatore, mediante una **coppia di fili appaiati**:



In questa nuova disposizione, la differenza di potenziale tra il morsetto dell'amplificatore e la sua massa, detta **segnale differenziale**, è pari alla somma del segnale utile  $v_d(t)$  e del solo **disturbo** introdotto nella *spira* individuata dai due conduttori in collegamento. Visto che questa spira è molto meno estesa della precedente, il disturbo elettromagnetico è proporzionalmente ridotto, mentre si è eliminato del tutto l'inconveniente determinato dalla non equipotenzialità delle masse.

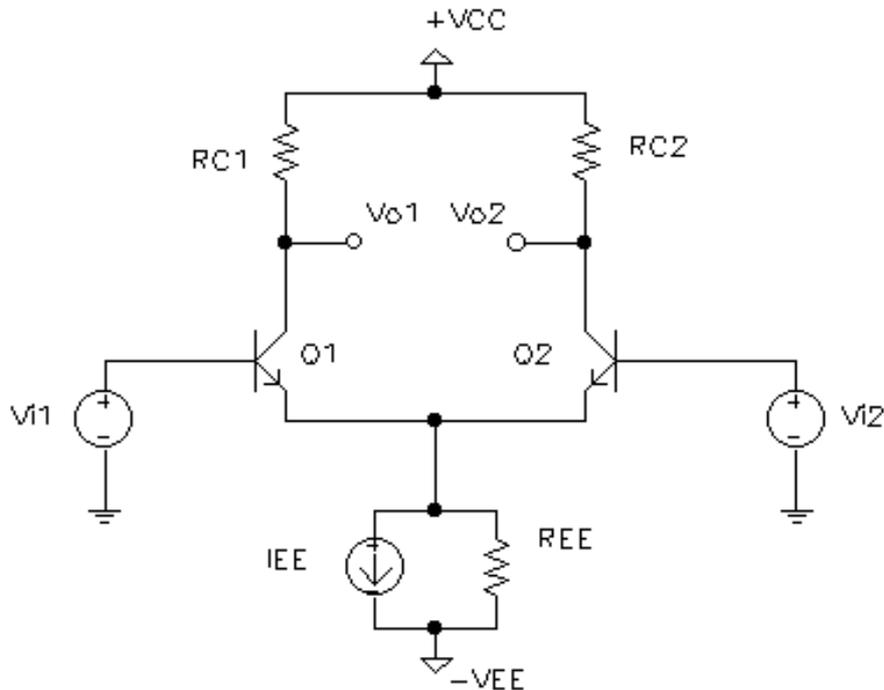
Tuttavia, può essere comodo, ed alcune volte indispensabile, che il sensore sia svincolato dalla massa. In questi casi, sarebbe necessario impiegare un amplificatore di tensione con due morsetti di ingresso e in grado di amplificare solo il segnale differenziale (ossia la differenza tra i segnali applicati a tali morsetti). Gli amplificatori specificamente progettati per queste applicazioni esistono e sono detti **amplificatori differenziali**:



Si noti che permane comunque una differenza di potenziale  $v_{cm}(t)$  tra il sensore e la massa dell'amplificatore: questo segnale è detto **segnale di modo comune** perché è pari al valor medio dei potenziali dei due fili di collegamento. *Se l'amplificatore differenziale fosse ideale, questo segnale non avrebbe alcun effetto sull'uscita: il segnale  $v_u(t)$  sarebbe semplicemente proporzionale al segnale differenziale.* In realtà, come vedremo, un amplificatore differenziale non potrà mai essere ideale, per cui l'uscita presenterà sempre un contributo dovuto al segnale di modo comune; l'importante è che questo contributo sia molto inferiore a quello dovuto al segnale di modo differenziale.

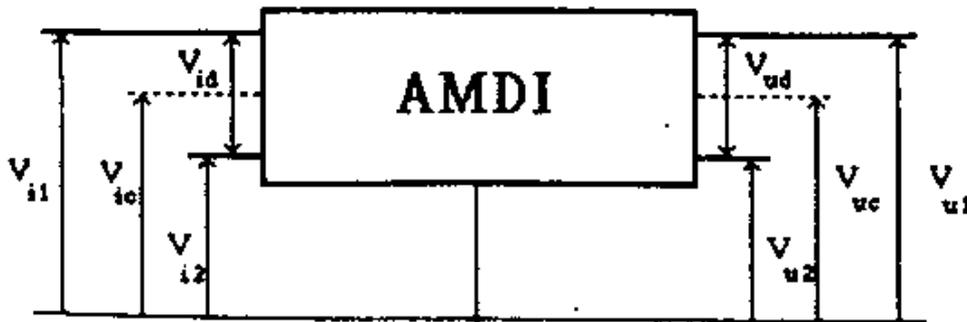
Un ulteriore miglioramento che consente di ridurre ulteriormente anche il piccolo disturbo differenziale ancora presente (dovuto alla spira tra i due fili) è ottenuto intrecciando i fili come indicato nell'ultima figura: in questo modo, su ciascun conduttore i versi delle forze elettromotrici indotte si alternano passando da un lobo al successivo, elidendosi.

Gli **stadi differenziali** costituiti da *coppie di transistori bipolari accoppiati di emettitore* o da *coppie di transistori ad effetto di campo accoppiati di source* sono forse i sottocircuiti a due transistori maggiormente usati nei circuiti analogici monolitici. Tanto per avere una idea di cosa stiamo parlando, la forma più semplice di coppia di transistori bipolari accoppiati di emettitore è mostrata nella figura seguente:



### Descrizione quantitativa e qualitativa generale

Riferiamoci comunque ad un **amplificatore differenziale** generico, che possiamo schematizzare come nella figura seguente:



Abbiamo dunque una *black box* con due porte e poi un piano di massa comune: alla porta di ingresso si distinguono un **ingresso di modo differenziale**  $V_{id}$  ed un **ingresso di modo comune**  $V_{ic}$ , dati per definizione da

$$V_{id} = V_{i1} - V_{i2}$$

$$V_{ic} = \frac{V_{i1} + V_{i2}}{2}$$

La situazione ideale sarebbe quella di segnale di modo comune assente ( $V_{ic}=0$ ) e di amplificatore perfettamente simmetrico: in questo caso, si avrebbe una uscita puramente differenziale (cioè  $V_{ud} \neq 0$  e  $V_{uc}=0$ ), frutto dell'amplificatore del segnale differenziale  $V_{id}$  in ingresso.

Al contrario, in presenza di un segnale di modo comune ( $V_{ic} \neq 0$ ) sovrapposto al segnale differenziale ( $V_{id} \neq 0$ ), tutto dipende dall'amplificatore: se esso fosse perfettamente simmetrico (**amplificatore differenziale ideale**), in uscita si avrebbe solo un segnale puramente differenziale ( $V_{ud} \neq 0$  e  $V_{uc}=0$ ), sempre frutto dell'amplificazione di  $V_{id}$ ; se invece l'amplificatore non fosse simmetrico, allora anche l'uscita conterrebbe un termine di modo comune.

L'altra situazione possibile è quella di un segnale in ingresso puramente differenziale ( $V_{ic}=0$ ) e di amplificatore non simmetrico: in questo caso, non è escluso che l'uscita contenga sia un termine differenziale sia un termine di modo comune, presente nonostante in ingresso fosse  $V_{ic}=0$ .

Per quantificare questi concetti, si definiscono 4 distinti **guadagni**, in modo da porre scrivere le seguenti relazioni:

$$\begin{cases} V_{ud} = A_{dd} V_{id} + A_{cd} V_{ic} \\ V_{uc} = A_{dc} V_{id} + A_{cc} V_{ic} \end{cases}$$

dove si è ovviamente posto

$$V_{ud} = V_{u1} - V_{u2}$$

$$V_{uc} = \frac{V_{u1} + V_{u2}}{2}$$

I 4 guadagni hanno evidentemente i seguenti significati:

$$\begin{array}{l} \text{segnale} \\ \text{differenziale} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} A_{dd} = \left. \frac{V_{ud}}{V_{id}} \right|_{V_{ic}=0} \\ A_{dc} = \left. \frac{V_{uc}}{V_{id}} \right|_{V_{ic}=0} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{segnale} \\ \text{comune} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} A_{cd} = \left. \frac{V_{ud}}{V_{ic}} \right|_{V_{id}=0} \\ A_{cc} = \left. \frac{V_{uc}}{V_{ic}} \right|_{V_{id}=0} \end{array} \right.$$

Un amplificatore differenziale ideale dovrebbe sicuramente avere  $A_{cd} = A_{dc} = A_{cc} = 0$ , in modo che, in presenza di un ingresso puramente differenziale, anche l'uscita sia puramente differenziale. In effetti, nella pratica, è fondamentale avere  $A_{cd} = 0$  e ridurre al minimo gli altri due guadagni. Allo stesso tempo, è importante avere un valore elevato di  $A_{dd}$ , in modo che l'amplificatore riesca ad amplificare bene segnali differenziali in ingresso anche di non forte entità.

Quindi, in generale, diciamo che il pregio maggiore di un amplificatore differenziale è quello di riuscire a rilevare la presenza di anche piccole differenze tra i due segnali  $V_{i1}$  e  $V_{i2}$  applicati in ingresso; questa differenza può essere molto piccola, mentre i segnali confrontati potrebbero risultare anche elevati: ad esempio, se consideriamo due tensioni  $V_{i1} = 68.543\text{V}$  e  $V_{i2} = 68.548\text{V}$ , la loro differenza è  $V_{id} = 5\text{mV}$  su una tensione di modo comune di  $V_{ic} = 68.545\text{V}$ . Lo scopo dell'amplificatore differenziale è quello di amplificare questi 5mV, in modo da renderli misurabili, senza alterare le due tensioni in ingresso.

### Fattori di merito

Per quantificare ulteriormente la bontà di un amplificatore differenziale, si usano due *fattori di merito*:

- si definisce **fattore di discriminazione** (simbolo **F**) il rapporto  $F = \frac{A_{dd}}{A_{cc}}$  tra i guadagni  $A_{dd}$  e  $A_{cc}$ ; idealmente, F dovrebbe essere infinito (dato che idealmente  $A_{cc} = 0$ ), mentre, nella pratica, è opportuno avere F molto grande;
- analogamente, si definisce **fattore di reiezione di modo comune** (simbolo **H**) il rapporto  $H = \frac{A_{dd}}{A_{cd}}$  tra i guadagni  $A_{dd}$  e  $A_{cd}$ ; idealmente, anche H dovrebbe essere infinito (dato che idealmente  $A_{cd} = 0$ ), mentre, nella pratica, è opportuno avere H molto grande.

Il valore di H espresso in decibel è noto come **rapporto di reiezione di modo comune** (simbolo **CMRR**):

$$\text{CMRR} = 20 \log_{10} \frac{A_{dd}}{A_{cd}}$$

Il CMRR è il parametro caratteristico più noto e più importante per un amplificatore differenziale, in quanto indica proprio la capacità dell'amplificatore di eliminare l'eventuale segnale di modo comune applicato in ingresso, amplificando solo il segnale differenziale. La sua entità dipende molto dalla simmetria dell'amplificatore: un buon valore è 120dB, mentre un cattivo valore è 80dB.

In generale, il CMRR può subire variazioni sia con il carico sia con la frequenza.

E' interessante notare, in base alle equazioni riportate prima, che la tensione differenziale di uscita si può scrivere come

$$V_{ud} = A_{dd} V_{id} + A_{cd} V_{ic} = A_{dd} V_{id} \left( 1 + \frac{A_{cd} V_{ic}}{A_{dd} V_{id}} \right) = A_{dd} V_{id} \left( 1 + \frac{1}{H} \frac{V_{ic}}{V_{id}} \right)$$

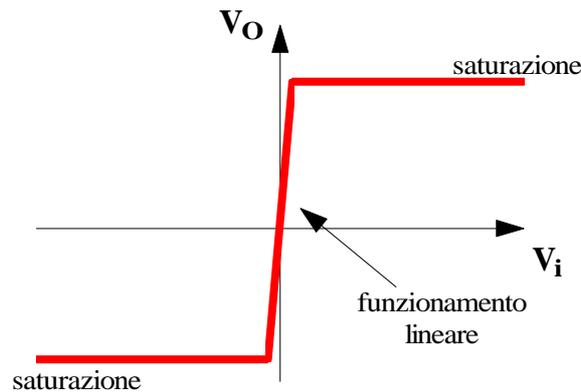
Questa espressione mostra una volta di più che, per H molto grande, la tensione differenziale di uscita tende a coincidere con  $A_{dd} V_{id}$ , ossia tende a dipendere solo dalla tensione differenziale in ingresso.

Gli amplificatori differenziali sono molto usati negli strumenti di misura e in particolare come stadio di ingresso, in base alle considerazioni fatte prima.

## AMPLIFICATORI OPERAZIONALI

Gli **amplificatori operazionali** (brevemente **OP-AMP**) sono dispositivi ad elevato guadagno e consentono un enorme numero di applicazioni negli strumenti di misura. Essi contengono al loro interno un elevato numero di transistor (circa 20 per quelli commercialmente più diffusi). Il loro elevato guadagno (compreso generalmente tra  $10^5$  e  $10^9$ ) richiede una retroazione esterna per evitare problemi di instabilità. Il limite principale degli OP-AMP è nel comportamento in alta frequenza, che è di gran lunga peggiore rispetto al comportamento in bassa frequenza.

Parlare di elevato guadagno significa parlare di una caratteristica statica ingresso-uscita in tensione quasi verticale:



(nella figura è riportata una caratteristica non invertente, ma, come vedremo, si possono anche avere configurazioni invertenti).

Gli amplificatori operazionali sono normalmente utilizzati nel campo delle frequenze audio (cioè da pochi Hz fino a qualche decina di kHz), ma sono oggi in commercio dispositivi ad alta frequenza, in grado di coprire anche la banda video (fino a 100 MHz).

Un **amplificatore operazionale ideale** ha le seguenti caratteristiche:

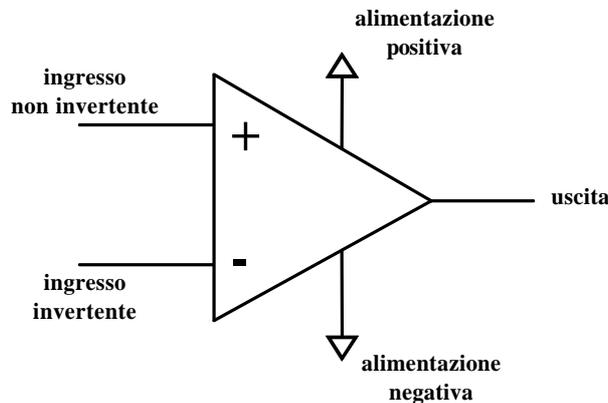
- ingresso differenziale<sup>1</sup> e uscita singola ("single ended");
- guadagno infinito;
- resistenza di ingresso infinita;
- resistenza di uscita nulla.

<sup>1</sup> Parlare di ingresso differenziale significa parlare di due morsetti di ingresso, di cui uno è invertente (contrassegnato dal segno meno) e l'altro è non invertente (contrassegnato perciò dal segno +).

Il fatto che sia infinita la resistenza di ingresso implica che l'amplificatore non assorba corrente da nessuno dei due terminali di ingresso. Inoltre, il fatto che  $R_{IN}=\infty$  e  $R_{OUT}=0$  fa sì, evidentemente, che un amplificatore operazionale ideale sia un perfetto amplificatore di tensione.

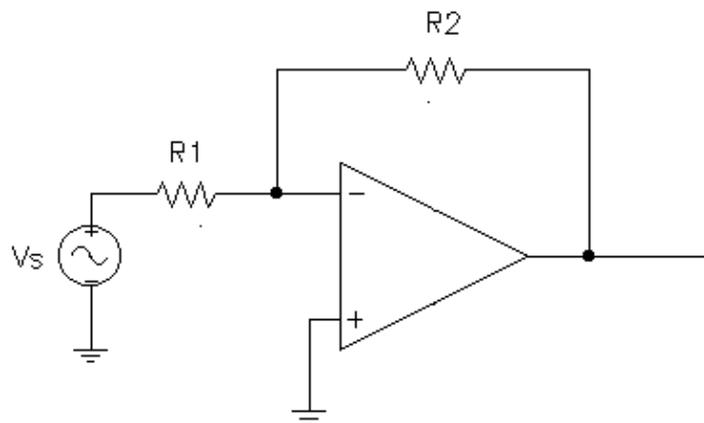
E' ovvio che gli amplificatori operazionali reali non possiedono queste caratteristiche ideali<sup>2</sup>; tuttavia, le loro prestazioni sono generalmente tali che, nella maggior parte delle applicazioni, il comportamento del circuito risulti molto vicino a quello di un amplificatore operazionale ideale.

Il simbolo circuitale che rappresenta un amplificatore operazionale è il seguente:



### Configurazione invertente

Una prima applicazione lineare dell'amplificatore operazionale è nel cosiddetto **amplificatore invertente**, la cui configurazione è mostrata nella figura seguente:



Questa applicazione dell'amplificatore operazionale, come del resto la maggior parte delle altre applicazioni lineari, si basa sul concetto di reazione (negativa). Tuttavia, proprio sfruttando i metodi propri di analisi degli amplificatori reazionati si trova che, in realtà, è molto più comoda l'applicazione delle leggi di Kirchoff. Infatti, si può dimostrare che un amplificatore operazionale, in condizioni di funzionamento ideale, presenta un cortocircuito virtuale tra i terminali di ingresso. In altre parole, si può ritenere che la differenza di

<sup>2</sup> Un primo importante motivo di non-idealità di un amplificatore operazionale reale è nel fatto che esistono, staticamente, delle correnti di ingresso diverse da zero; sperimentando in laboratorio, ci si può accorgere di questo passivando il generatore forzante, portando i due terminali di ingresso a massa e misurando le correnti su di essi: si rilevano delle correnti statiche molto piccole, ma comunque non nulle.

potenziale tra il morsetto invertente e quello non invertente sia nulla, ossia che i due morsetti siano alla stessa tensione.

Si intuisce subito come questo fatto semplifichi notevolmente l'analisi di un circuito impiegante un amplificatore operazionale. Consideriamo, ad esempio, l'amplificatore invertente dell'ultima figura; assumendo il cortocircuito virtuale tra i terminali di ingresso dell'operazionale (ossia assumendo che l'operazionale si comporti in modo ideale), il calcolo del guadagno di tensione è immediato: infatti, dato che il morsetto invertente è forzato al potenziale di terra, il resistore  $R_1$  ha semplicemente la funzione di convertire la tensione  $v_s$  in una corrente di ingresso pari a  $i_s = \frac{v_s}{R_1}$ ; questa corrente non può però entrare nell'operazionale (in quanto la resistenza di ingresso  $R_i$  tende ad essere infinita), per cui passa attraverso  $R_2$ , generando ai suoi capi una tensione  $v_{R_2} = R_2 \frac{v_s}{R_1}$  che coincide con la tensione di uscita cambiata di segno, da cui è immediato dedurre che

$$A_v = \frac{v_o}{v_s} = -\frac{v_{R_2}}{v_s} = -\frac{R_2}{R_1}$$

Questa espressione mostra che *il guadagno di un amplificatore operazionale retroazionato è indipendente da quello interno ad anello aperto, mentre è funzione solo di un rapporto di resistenze.*

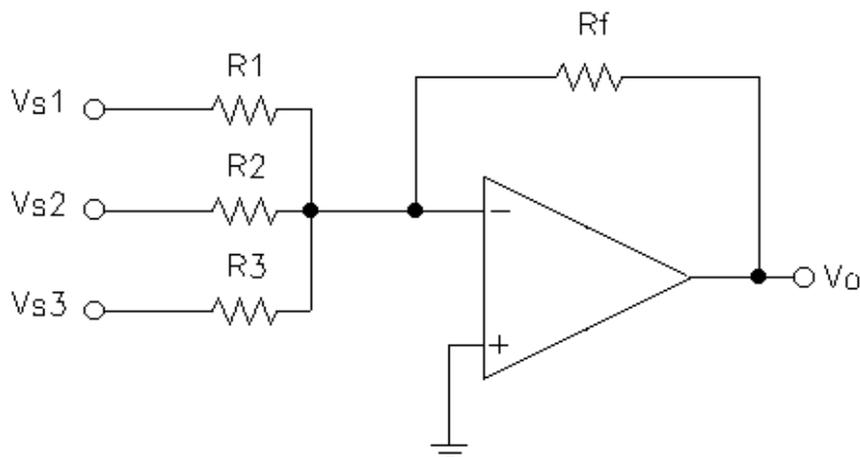
Facciamo osservare che l'analisi del circuito non si complica eccessivamente in presenza di una tensione differenziale non nulla tra i morsetti di ingresso dell'op-amp. Infatti, se indichiamo tale tensione con  $v_d$  ed applichiamo banalmente la LKT, otteniamo che

$$\frac{v_s - v_d}{R_1} + \frac{v_o - v_d}{R_2} = 0 \longrightarrow v_o = \frac{R_1 + R_2}{R_1} v_d - \frac{R_2}{R_1} v_s$$

Se fosse  $v_d=0$ , torneremmo all'espressione di  $A_v$  di prima.

### Applicazione della configurazione invertente: sommatore

Una tipica applicazione dell'amplificatore invertente esaminato nel paragrafo precedente è quella di realizzare la somma di segnali di tensione distinti. Il circuito impiegato a tal fine è del tipo seguente:



Dato che il morsetto invertente dell'amplificatore operazionale è forzato al potenziale di terra, i resistori  $R_1$ ,  $R_2$  ed  $R_3$  (possono essere, ovviamente, in numero qualsiasi, ma, per comodità, ne abbiamo considerati solo 3) hanno la funzione di convertire le rispettive tensioni  $v_{S1}$ ,  $v_{S2}$  e  $v_{S3}$  in correnti  $\frac{v_{S1}}{R_1}$ ,  $\frac{v_{S2}}{R_2}$ ,  $\frac{v_{S3}}{R_3}$  ad esse proporzionali; queste correnti si sommano e danno origine alla corrente

$$i_f = \frac{v_{S1}}{R_1} + \frac{v_{S2}}{R_2} + \frac{v_{S3}}{R_3}$$

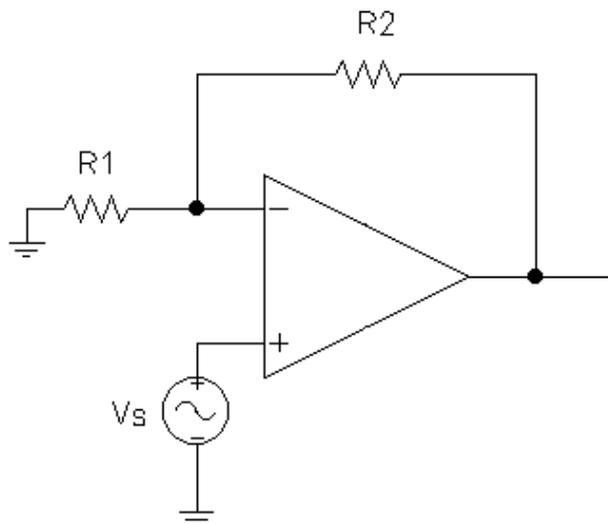
Questa corrente non può entrare nell'operazionale, perciò passa attraverso la resistenza di reazione  $R_f$ , generando ai suoi capi una tensione  $v_{Rf} = R_f i_f = R_f \left( \frac{v_{S1}}{R_1} + \frac{v_{S2}}{R_2} + \frac{v_{S3}}{R_3} \right)$ ; dato che  $v_O = -v_{Rf}$ , concludiamo che la tensione di uscita vale

$$v_O = -R_f \left( \frac{v_{S1}}{R_1} + \frac{v_{S2}}{R_2} + \frac{v_{S3}}{R_3} \right)$$

Nel caso in cui le resistenze  $R_1$ ,  $R_2$  ed  $R_3$  sono uguali tra di loro, la tensione di uscita risulta essere dunque proporzionale alla somma delle tensioni  $v_{S1}$ ,  $v_{S2}$  e  $v_{S3}$ . E' possibile, invece, agire sui valori delle resistenze  $R_1$ ,  $R_2$  ed  $R_3$  al fine di ottenere una tensione di uscita proporzionale ad una specifica combinazione lineare delle tensioni  $v_{S1}$ ,  $v_{S2}$  e  $v_{S3}$ : questo è quello che si fa, ad esempio, nei **mixer audio**.

### Configurazione non invertente

Un'altra applicazione lineare dell'amplificatore operazionale è quella dell'**amplificatore non invertente**, la cui configurazione è mostrata nella figura seguente:



Anche in questo caso, l'amplificatore operazionale è impiegato in un circuito reazionato.

Sfruttando sempre il concetto del cortocircuito virtuale tra i morsetti di ingresso, abbiamo che

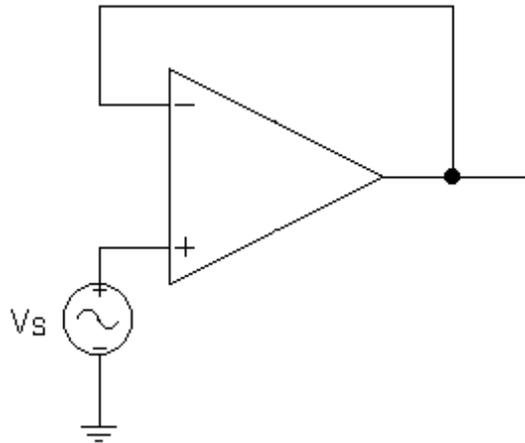
$$-\frac{v_s}{R_1} + \frac{v_o - v_s}{R_2} = 0 \longrightarrow v_o = \frac{R_1 + R_2}{R_1} v_s = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_s$$

da cui si deduce che il guadagno di tensione è

$$A_{vf} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

In base a questa espressione, lo stadio si comporta tanto meglio da **inseguitore perfetto** (cioè con guadagno unitario) quanto minore è  $R_2$  e quanto maggiore è  $R_1$ .

Nel caso limite in cui  $R_2=0$  ed  $R_1=\infty$ , il circuito prende il nome di **buffer**:



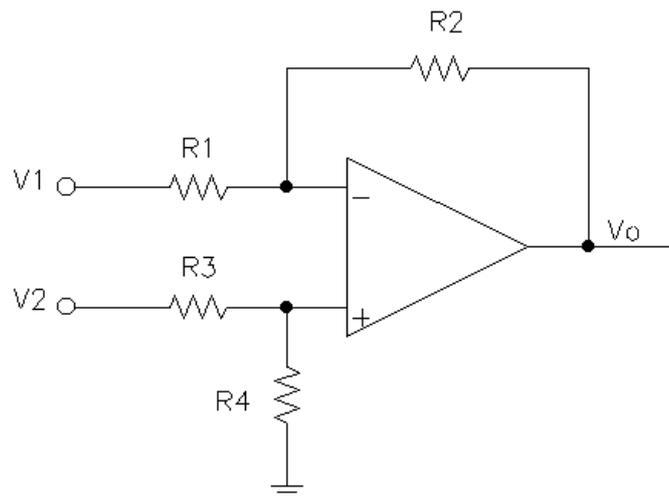
Dato il cortocircuito virtuale in ingresso, l'uscita coincide con l'ingresso.

Una configurazione di questo tipo è molto utile, in quanto si tratta di un circuito ad alta impedenza di ingresso e bassissima impedenza di uscita: esso, quindi, non carica assolutamente la sorgente da cui è eccitato. Con un circuito di questo tipo, ad esempio, si può prelevare un segnale da un punto qualsiasi di un altro circuito, per misurarlo, senza turbare in alcun modo il regime elettrico. La stessa operazione si potrebbe in effetti compiere con uno stadio inseguitore di tensione a BJT (emettitore comune), ma in quel caso sarebbe inevitabile l'assorbimento di una corrente (sia pure piccola) e quindi la perturbazione del regime elettrico. Si potrebbe pensare di usare un inseguitore a FET, il quale non assorbe notoriamente corrente apprezzabile in ingresso; tuttavia, in questo caso il problema sarebbe nella non perfetta uguaglianza  $v_o=v_s$ , in quanto dobbiamo ricordarci che, per un inseguitore di tensione a JFET, il rapporto tra tensione di uscita e tensione di ingresso risulta essere

$$\frac{v_o}{v_s} = \frac{g_m R}{1 + g_m R} < 1.$$

### ***Amplificatore alle differenze***

E' possibile impiegare un amplificatore operazionale in un circuito che effettua la differenza tra due tensioni. Il circuito prende il nome di **amplificatore alle differenze** (impropriamente detto anche *amplificatore differenziale*) ed è fatto nel modo seguente:



Per ricavare l'espressione della tensione di uscita in funzione delle due tensioni di ingresso  $v_1$  e  $v_2$ , possiamo applicare il **principio di sovrapposizione degli effetti** (con riferimento, ovviamente, al circuito incrementale, che è il solo ad essere lineare), in modo da ottenere il contributo all'uscita dovuto ai singoli ingressi.

Cominciamo dal caso in cui  $v_2=0$ : in questa situazione, abbiamo la classica configurazione invertente con una resistenza  $R=R_3/R_4$  in serie al terminale non invertente; nell'ipotesi che questa resistenza  $R$  sia sufficientemente più piccola della resistenza di ingresso dell'operazionale, si può verificare come essa non influisca sul comportamento su segnale, per cui il guadagno di tensione

vale con buona approssimazione  $A'_{vf} = A'_{\infty} = -\frac{R_2}{R_1}$  e quindi l'uscita vale

$$v'_o = -\frac{R_2}{R_1} v_1$$

Passiamo al caso in cui  $v_1=0$ : dato che l'operazionale non assorbe corrente di ingresso, le resistenze  $R_3$  ed  $R_4$  sono in serie, per cui la tensione sul morsetto non invertente è la partizione di  $v_2$  su  $R_4$ , ossia vale  $v^+ = \frac{R_4}{R_4 + R_3} v_2$ ; la situazione è dunque quella di una configurazione non

invertente con ingresso  $v^+$ , per cui il guadagno di tensione vale  $A''_{vf} = A''_{\infty} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$  e quindi

l'uscita vale

$$v''_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v^+ = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R_4}{R_4 + R_3} v_2$$

Sommando dunque i due contributi, troviamo la tensione di uscita complessiva:

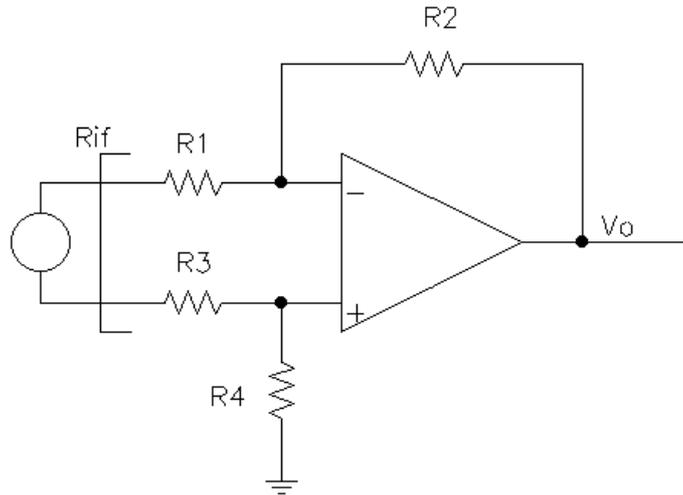
$$v_o = v'_o + v''_o = -\frac{R_2}{R_1} v_1 + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R_4}{R_4 + R_3} v_2$$

Facendo qualche semplice manipolazione algebrica, nell'ipotesi che risulti  $\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3}$ , si trova il seguente risultato finale:

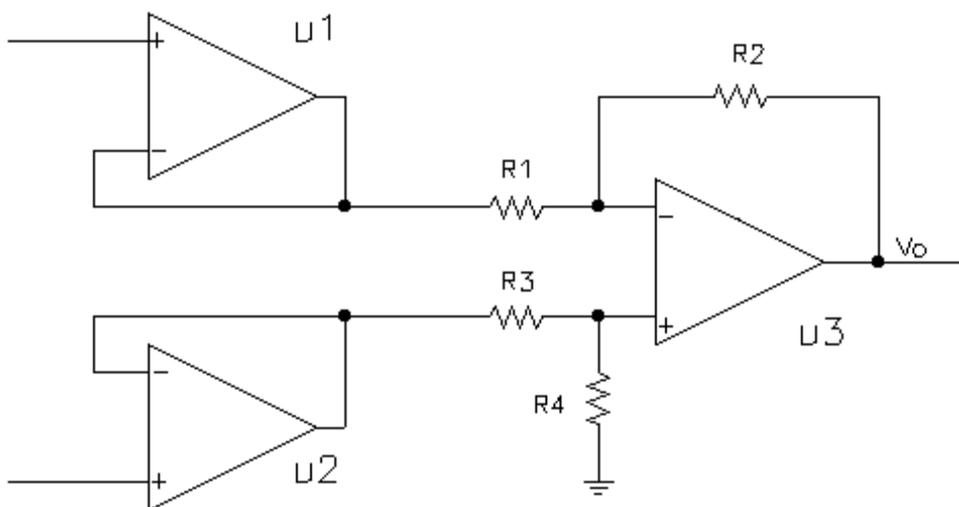
$$v_o = -\frac{R_2}{R_1}(v_1 - v_2)$$

La tensione di uscita è dunque proporzionale alla differenza  $v_1 - v_2$  secondo il guadagno della configurazione invertente.

Una osservazione interessante riguarda la resistenza di ingresso  $R_{if}$  vista tra i due terminali di ingresso dell'amplificatore:



E' evidente che, dato il cortocircuito virtuale tra i terminali di ingresso dell'amplificatore operazionale, tale resistenza vale  $R_{if} = R_1 + R_3$ . Questo valore di resistenza di ingresso potrebbe non essere sufficiente per l'applicazione che si intende fare del circuito: per esempio, se si volesse prelevare un segnale in un punto di un altro circuito, questo valore di resistenza di ingresso non sarebbe sufficiente per lasciare inalterato il regime elettrico. Bisogna dunque trovare il modo di aumentare la resistenza di ingresso senza però pregiudicare il comportamento del circuito sotto segnale, ossia il comportamento da amplificatore della differenza  $v_2 - v_1$ . Per ottenere questo risultato, basta disaccoppiare l'ingresso, usando ad esempio due **buffer**, ossia due inseguitori di tensione con resistenza di reazione nulla:

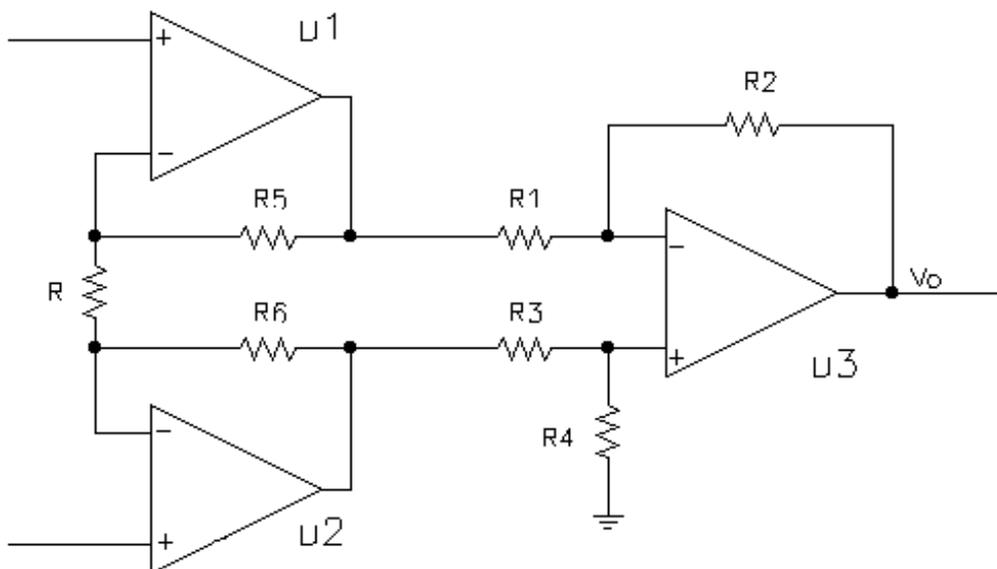


Il buffer realizzato con l'operazionale u1 si comporta da inseguitore teoricamente perfetto della tensione  $v_1$ , riportandola a monte di  $R_1$  così come nel circuito precedente; analogamente, il buffer

realizzato con l'operazionale  $u_2$  si comporta da inseguitore teoricamente perfetto della tensione  $v_2$ , riportandola a monte di  $R_3$ . Tuttavia, rispetto al circuito precedente, la resistenza vista tra i due terminali di ingresso dello stadio è adesso praticamente infinita.

## Differenziale da strumentazione

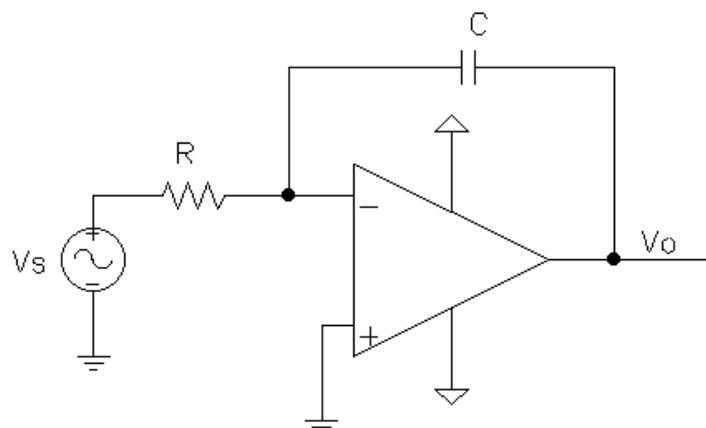
In molti strumenti elettronici, viene utilizzata una configurazione circuitale molto simile a quella appena descritta:



Questo circuito prende il nome di **differenziale da strumentazione**: esso serve sempre ad amplificare la differenza  $v_2 - v_1$ , ma, tramite le resistenze  $R_5$ ,  $R_6$  ed  $R$  (quest'ultima variabile), consente anche di variare il guadagno complessivo di tensione.

## Integratore

Il cosiddetto **circuito integratore** è un primo esempio di impiego degli amplificatori operazionali in circuiti con elementi reattivi nella rete di reazione, usati al fine di ottenere una assegnata risposta nel dominio del tempo o in quello della frequenza. Il circuito è fatto nel modo seguente:



Dato sempre il cortocircuito virtuale tra i terminali di ingresso dell'operazionale, il resistore R serve a convertire l'ingresso in tensione  $v_s$  in una corrente  $i_s = \frac{v_s}{R}$  che, non potendo fluire nell'operazionale stesso, fluisce attraverso la capacità C: la tensione ai capi di questa capacità, coincidente con la tensione di uscita (cambiata di segno) dato che il morsetto invertente dell'operazionale è forzato al potenziale di terra, è proporzionale all'integrale nel tempo della corrente  $i_s$ , così che la tensione di uscita risulta essere

$$v_o(t) = -\frac{1}{C} \int_0^t i_s(t) dt = -\frac{1}{RC} \int_0^t v_s(t) dt$$

(dove abbiamo per semplicità supposto che la tensione iniziale su C fosse nulla).

Ovviamente, questa relazione è valida solo finché la tensione di uscita rientra nella dinamica di uscita dell'operazionale.

Se trasformiamo secondo Laplace l'ultima relazione ricavata, otteniamo

$$V_o(s) = -\frac{1}{RCs} V_s(s)$$

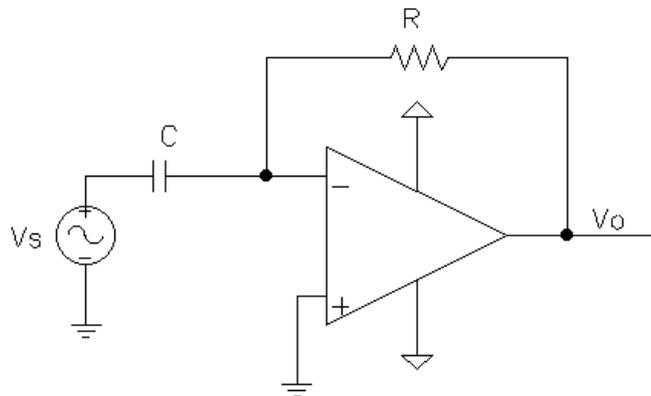
ossia un sistema con funzione di trasferimento  $G(s) = \frac{V_o(s)}{V_s(s)} = -\frac{1}{RCs}$ . Questa funzione presenta un polo nell'origine ed quindi indica un **integratore ideale**.

Nella realtà non si potrà mai avere un polo nell'origine, in quanto significherebbe una resistenza infinita ai capi del condensatore, il che non è realizzabile nella pratica, date le inevitabili resistenze parassite. Supponiamo, comunque, di riuscire a realizzare un condensatore privo di effetti resistivi: è evidente che la corrente di polarizzazione di ingresso dell' op-amp (che abbiamo detto essere piccola ma comunque non nulla) andrebbe a caricare il condensatore; una volta terminata la carica, la tensione sul condensatore rimarrebbe fissa e quindi l'uscita saturerebbe. Questo è un effetto ovviamente indesiderato, che va eliminato predisponendo un percorso di scarica per il condensatore: dobbiamo dunque porre una resistenza in parallelo al condensatore, in modo che possa consentirne la scarica. Si pone, allora, il problema del dimensionamento di questa resistenza: bisogna infatti fare in modo che il tempo di scarica così creato sia sufficientemente più lento del segnale da processare, in modo da non influenzare il comportamento dinamico del circuito.

In presenza di una resistenza per la scarica del condensatore, è ovvio che il polo della funzione di trasferimento non è più nell'origine, per cui l'integratore non è più ideale.

## Derivatore

In modo duale rispetto al circuito integratore funziona il cosiddetto **circuito derivatore**, che si ottiene dal precedente semplicemente scambiando il condensatore ed il resistore:



La corrente attraverso il condensatore è proporzionale alla derivata nel tempo della tensione ai suoi capi, ossia la tensione  $v_s$ : questa corrente vale dunque  $i_c(t) = C \frac{dv_s(t)}{dt}$  e fluisce tutta nel resistore, dando origine ad una tensione ai suoi capi, pari alla tensione di uscita dello stadio cambiata di segno, data da

$$v_o(t) = -RC \frac{dv_s(t)}{dt}$$

Passando al dominio di Laplace, questa relazione diventa

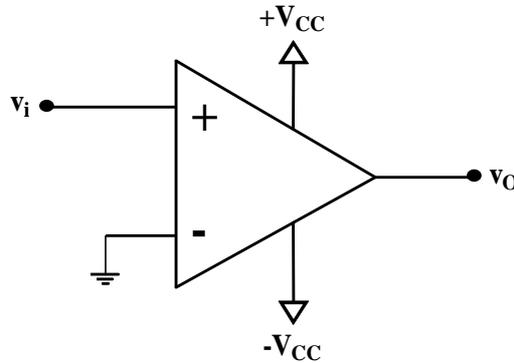
$$V_o(s) = -RCsV_s(s)$$

cui corrisponde quindi un sistema con funzione di trasferimento  $G(s) = \frac{V_o(s)}{V_s(s)} = -RCs$ . Questa funzione presenta solo uno zero nell'origine, per cui si tratta di un derivatore ideale. *Il problema, in questo caso, è quello per cui il segnale in uscita dallo stadio ha una ampiezza tanto maggiore quanto maggiore è la frequenza del segnale in ingresso.* Questo è rischioso ai fini della stabilità, in quanto anche il semplice rumore può portare lo stadio in saturazione. Per questo motivo, non è sempre opportuno usare il derivatore o comunque è consigliabile farlo ponendo in cascata un filtro passa-basso. Tale filtro può essere proprio un integratore come quello esaminato nel paragrafo precedente, visto che, dalla frequenza del polo in poi, l'ingresso viene comunque attenuato.

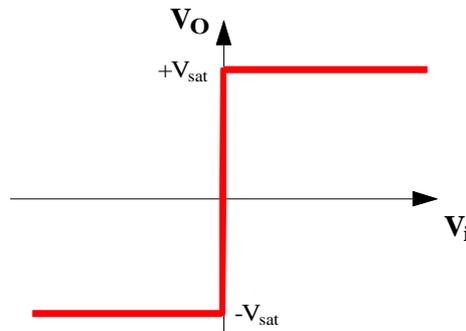
## COMPARATORE

I precedenti circuiti sono relativi ad applicazioni lineari degli amplificatori operazionali. Il *comparatore* è invece una classica **applicazione non lineare**.

Consideriamo un amplificatore operazionale come quello indicato nella figura seguente:



Se riteniamo tale amplificatore ideale, sappiamo che la sua caratteristica statica ingresso-uscita in tensione è fatta nel modo seguente:

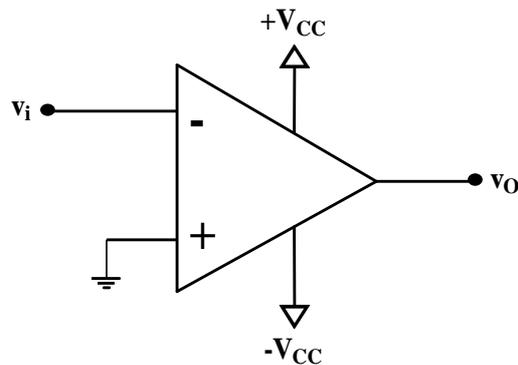


Sulla base di questa caratteristica, è ovvio che l'applicazione più semplice che si può fare di questo dispositivo è come **comparatore** :

- quando la tensione di ingresso  $V_i$  è positiva, la tensione di uscita scatta al valore  $V_{sat}$  di saturazione positiva;
- quando la tensione di ingresso  $V_i$  è negativa, la tensione di uscita scatta al valore  $-V_{sat}$  di saturazione negativa.

L'uscita dello stadio è dunque un segnale avente due soli livelli  $+V_{sat}$  e  $-V_{sat}$ . Per un amplificatore operazionale ideale, tali due livelli coincidono, rispettivamente, con l'alimentazione positiva e con quella negativa.

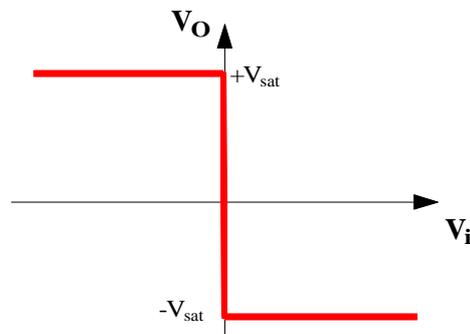
E' possibile realizzare un comparatore anche usando un amplificatore operazionale in configurazione invertente:



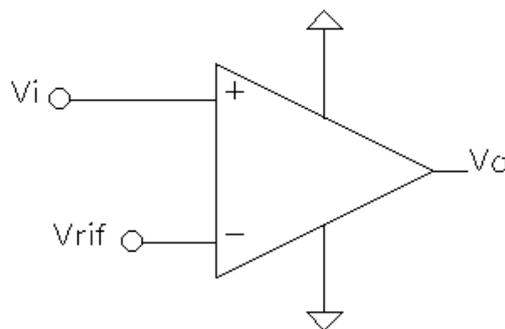
Il funzionamento è ovviamente opposto rispetto al circuito precedente:

- se  $V_i > 0$ , la tensione di uscita scatta al valore  $-V_{sat}$  di saturazione negativa;
- se  $V_i < 0$ , la tensione di uscita scatta al valore  $+V_{sat}$  di saturazione positiva.

La caratteristica statica ingresso-uscita in tensione è dunque fatta nel modo seguente:



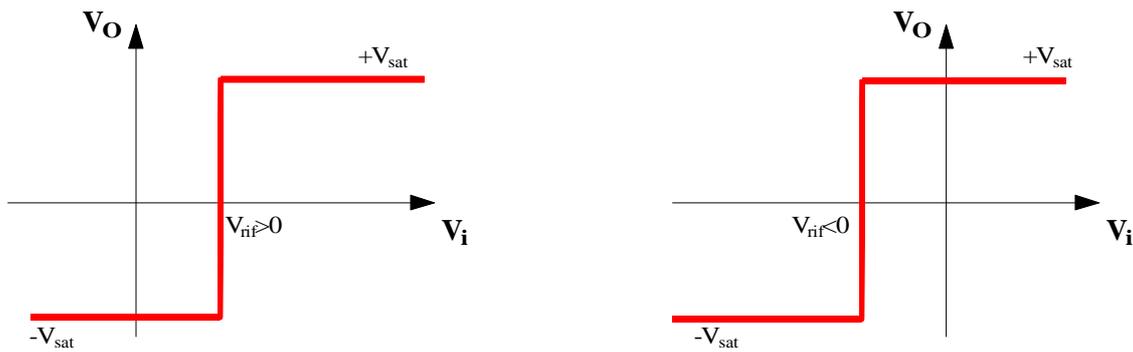
Tornando adesso alla configurazione non invertente (senza anello di reazione), è possibile riferire il comparatore non più a massa, ma ad una tensione di riferimento  $V_{rif}$  qualsiasi:



Il funzionamento di questo circuito è il seguente:

- se  $V_i > V_{rif}$ , la tensione di uscita scatta al valore  $V_{sat}$  di saturazione positiva;
- se  $V_i < V_{rif}$ , la tensione di uscita scatta al valore  $-V_{sat}$  di saturazione negativa.

In termini di caratteristica statica ingresso-uscita in tensione, abbiamo dunque quanto segue:



E' evidentemente possibile pensare ad ulteriori configurazioni circuitali, come ad esempio quelle dei **trigger di Schmitt**, in cui lo scatto dell'operazionale avviene solo se l'ingresso supera una determinata soglia. Non ci interessano però in questa sede questo tipo di applicazioni.

Autore: **SANDRO PETRIZZELLI**  
e-mail: [sandry@iol.it](mailto:sandry@iol.it)  
sito personale: <http://users.iol.it/sandry>  
succursale: <http://digilander.iol.it/sandry1>