

# Appunti di Misure Elettriche

## Capitolo 5

### Strumenti analogici attivi (parte II)

Generalità sui voltmetri elettronici analogici .....	1
Voltmetro in c.c. con amplificatore direttamente accoppiato .....	2
Voltmetri con amplificatori differenziali .....	4
Voltmetri con amplificatori operazionali .....	7
<i>Millivoltmetro in corrente continua</i> .....	7
<i>Rivelatore di picco</i> .....	8
<i>Voltmetri in corrente alternata</i> .....	9
Voltmetri con modulatori .....	10
<i>Voltmetro ad aggancio</i> .....	11
Voltmetri a vero valore efficace .....	12
<i>Voltmetri analogici elettronici a vero valore efficace termici</i> .....	13
<i>Voltmetri analogici elettronici a vero valore efficace con op-amp</i> .....	16
Multimetri (elettronici) .....	17
Misuratori del fattore di qualità .....	18
<i>Cause di errore e correzioni</i> .....	20
Misuratori di impedenze .....	21
<i>Ponti in corrente alternata</i> .....	21
Ponte universale .....	22
<i>Strumenti vettoriali</i> .....	22
Rilevatori di zero .....	23

#### GENERALITÀ SUI VOLTMETRI ELETTRONICI ANALOGICI

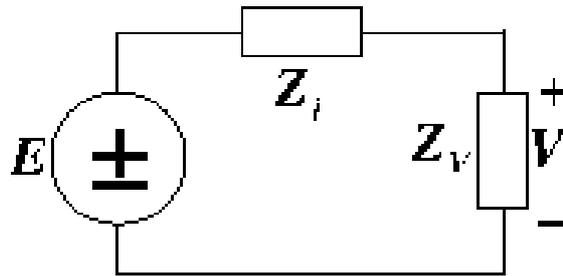
I **voltmetri elettronici analogici** sono generalmente ottenuti come combinazione di uno strumento analogico passivo (ad esempio un PMMC) e di un amplificatore costituito da uno o più stadi. Essi, pertanto, presentano una scala graduata compatibile con la *classe di precisione*<sup>1</sup> dello strumento passivo impiegato.

Negli strumenti di maggior pregio, è previsto uno *specchietto* sotto l'indice della scala graduata, al fine di eliminare l'*errore di parallasse*: infatti, come già detto in precedenza, la lettura corretta si ottiene solo quando, guardando la scala, l'indice e la sua immagine sullo specchio risultano allineati.

---

<sup>1</sup> Ricordiamo che la **classe di precisione** di uno strumento di misura è definita come l'errore massimo percentuale relativo all'indicazione di fondo scala. E' una specifica dello strumento che il costruttore fornisce per quantificare l'accuratezza dello strumento.

Come ben sappiamo, uno dei requisiti di maggiore interesse per un voltmetro riguarda la sua impedenza di ingresso:



Schematizzazione del tutto generale di una **misura di tensione**: il generatore  $E$  rappresenta la tensione da misurare, l'impedenza  $Z_i$  rappresenta l'impedenza interna del circuito sotto misura (costituito appunto da  $Z_i$  ed  $E$ ), l'impedenza  $Z_V$  rappresenta il voltmetro che viene inserito nel circuito sotto misura

Quanto maggiore è questa impedenza (indicata in figura con  $Z_V$ ), tanto minore è la corrente assorbita dallo strumento stesso e quindi tanto minore è il **consumo**, ossia l'errore dovuto all'*effetto di carico* dello strumento sul circuito sotto misura: con riferimento alla figura, quanto maggiore è  $Z_V$ , tanto più la tensione  $V$  si avvicina al valore  $E$  da misurare.

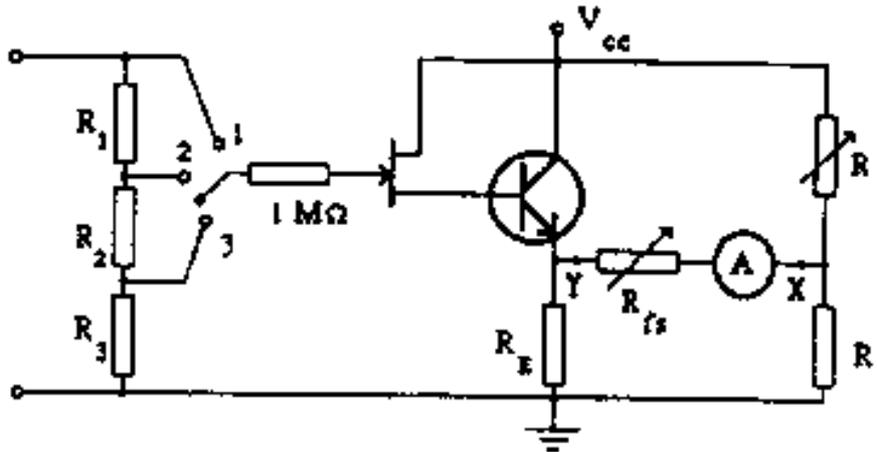
L'impedenza di ingresso, oltre ad essere elevata, deve anche essere indipendente dalla portata. Entrambi questi requisiti sono difficili da ottenere con i voltmetri analogici passivi a bobina mobile: abbiamo infatti visto che, per tali voltmetri, la resistenza di ingresso non risulta mai elevata e soprattutto è funzione della portata di lavoro. La presenza di un apparato elettronico (tipicamente un amplificatore) insieme allo strumento elettromeccanico classico ha proprio la funzione di ovviare a tale inconveniente.

## VOLTMETRO IN C.C. CON AMPLIFICATORE DIRETTAMENTE ACCOPPIATO

Possiamo avere voltmetri elettronici per misure in corrente continua ed in corrente alternata. Nel realizzare un **voltmetro in corrente continua**, è molto importante eliminare eventuali cause che possono determinare la nascita di una *frequenza di taglio inferiore*. Può cioè capitare che, per motivi vari, lo strumento riesca a misurare solo tensioni alternate con frequenza superiore ad un limite minimo, il che impedirebbe la misura in corrente continua (cioè a frequenza nulla) che invece è quella che ci interessa in questo momento.

I motivi della nascita della frequenza inferiore sono diversi; di particolare rilevanza, però, sono i **condensatori di disaccoppiamento** presenti sia tra l'amplificatore e la sorgente di alimentazione sia tra i vari stadi in cascata. Tali condensatori di disaccoppiamento, specialmente tra il primo stadio e la sorgente, servono essenzialmente a non sovraccaricare la sorgente con correnti elevate, ma, allo stesso tempo, rendono chiaramente difficile la misura in corrente continua.

*Diventa dunque molto importante il modo con cui l'amplificatore dello strumento è collegato al circuito di misura.* Una semplice soluzione circuitale è quella mostrata nella figura seguente:



Questo è il tipico voltmetro realizzato usando dispositivi attivi (nel caso specifico, un JFET ed un BJT, costituenti ciascuno uno stadio amplificatore) ed uno strumento di misura (che in questo caso è un amperometro, ad esempio magnetoelettrico).

La misura può essere fatta in maniera bilanciata, misurando cioè la d.d.p. tra due punti fuori massa (*ingresso bilanciato*) oppure ponendo un ingresso a massa (*ingresso sbilanciato*).

Descriviamo il circuito:

- i due morsetti di ingresso del circuito vanno chiaramente connessi ai due punti tra cui si vuole effettuare la misura;
- tali morsetti si trovano ai capi di un partitore di tensione (formato in questo caso da 3 sole resistenze) che serve semplicemente a variare la **portata** del voltmetro; considerando che il JFET assorbe una corrente di ingresso virtualmente nulla, è lecito considerare che il partitore di tensione sia a vuoto per tutte le posizioni del commutatore. Sottolineiamo inoltre che tale partitore resistivo è dotato di elevata risoluzione e sensibilità;
- lo stadio di ingresso è appunto un JFET in configurazione da *inseguitore di tensione*: la tensione di uscita (prelevata sul source) coincide praticamente con la tensione da misurare (posta sul gate), per cui il transistor serve essenzialmente da trasformatore di impedenza, da alta a bassa (in modo da avere un migliore accoppiamento con lo stadio successivo<sup>2</sup>). Notiamo che l'ingresso del voltmetro va direttamente all'ingresso dello stadio amplificatore, senza cioè usare condensatori di disaccoppiamento (da cui appunto la terminologia **accoppiamento diretto**): questo evita il problema dell'insorgere di una frequenza di taglio inferiore per lo strumento, che impedirebbe la misura in corrente continua;
- lo stadio successivo è un BJT anch'esso in configurazione da *inseguitore di tensione*; la polarizzazione di questo transistor è tale che, in assenza di tensione applicata in ingresso (la tensione di misura), non circola corrente nel ramo contenente l'amperometro (costituito in genere da un **PMMC**, ossia da uno strumento magnetoelettrico); in assenza di segnale in ingresso, quindi, i nodi indicati con Y ed X sono allo stesso potenziale;
- applicando una tensione in ingresso, aumenta la corrente di base del BJT e con essa la corrente di collettore e quindi anche quella di emettitore; passando attraverso  $R_E$ , questa corrente innalza la tensione del nodo Y, il quale quindi viene a trovarsi ad una tensione superiore ad X;

<sup>2</sup> Ricordiamo, infatti, che il funzionamento di un generico amplificatore di tensione è tanto migliore quanto più la sua impedenza di ingresso è grande rispetto all'impedenza della sorgente; di conseguenza, con il trasformatore di impedenza noi riusciamo ad abbassare l'impedenza di sorgente pur lasciando praticamente invariata la forma d'onda da misurare.

questo fa sì che l'amperometro sia attraversato da una corrente, che risulta proporzionale alla tensione in ingresso.

Possiamo fare ulteriori osservazioni:

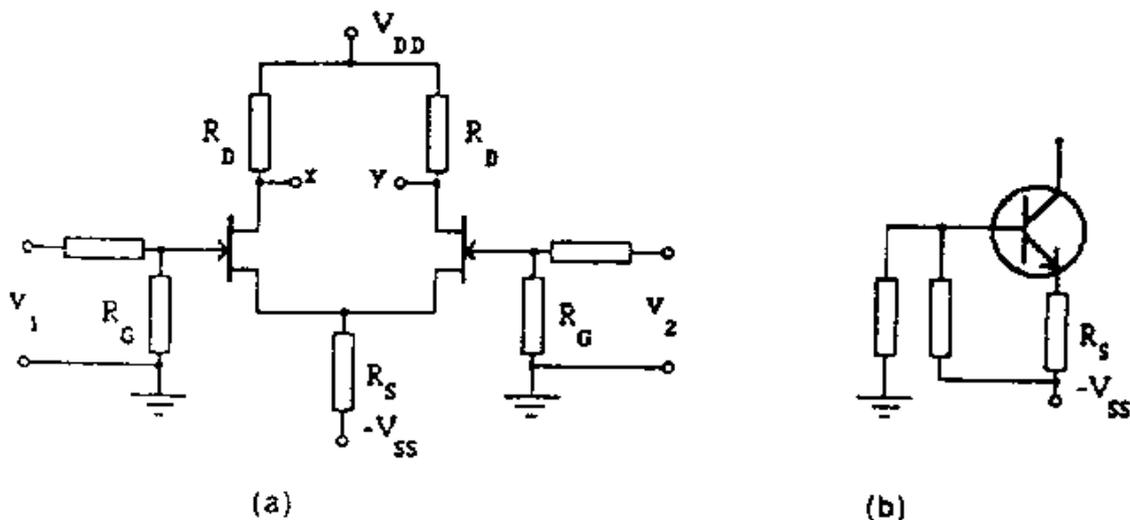
- in primo luogo, si nota che l'amperometro è inserito in una specie di *ponte* e, in particolare, nella diagonale principale di tale ponte: il bilanciamento della struttura, teso ad avere corrente nulla nell'amperometro quando la tensione di ingresso è assente, si ottiene agendo sul resistore variabile  $R_0$ ;
- in secondo luogo, la **taratura a fondo scala** si effettua agendo sul resistore  $R_{fs}$  posto appositamente in serie all'amperometro.

Il limite maggiore di questo voltmetro riguarda la sensibilità nei confronti delle variazioni parametriche dei dispositivi e delle variazioni della tensione di alimentazione: infatti, ogni variazione di  $V_{CC}$  o dei parametri dei dispositivi comporta una variazione nell'indicazione dello strumento, anche se il segnale (continuo) in ingresso è rimasto invariato. Particolarmente temibile è la **deriva** dallo zero dell'amplificatore<sup>3</sup>, che darà luogo a variazioni dell'indicazione indistinguibili da quelle causate dal segnale in ingresso. Per questi motivi, un simile voltmetro è utilizzabile solo quando la tensione continua in ingresso è molto maggiore delle tensioni di deriva dell'amplificatore.

## VOLTMETRI CON AMPLIFICATORI DIFFERENZIALI

Degli *amplificatori differenziali* abbiamo già parlato diffusamente in precedenza. Adesso aggiungiamo solamente qualche ulteriore nozione che ci porterà poi a vedere come questo tipo di amplificatori possono essere usati nei voltmetri.

Molto spesso si realizzano amplificatori differenziali impiegando JFET, al fine di sfruttare la loro elevata impedenza di ingresso. Un esempio molto semplice è rappresentato nella figura seguente:



Nella figura (a) è riportato un semplice esempio di amplificatore differenziale realizzato usando JFET a canale *n* ed una doppia alimentazione ( $+V_{DD}$  e  $-V_{SS}$ ); nella figura (b), invece, è riportato lo schema di un generatore reale di corrente, realizzato usando un elemento attivo (in particolare un BJT)

<sup>3</sup> Ricordiamo che la **deriva** corrisponde con una lenta variazione nel tempo del riferimento di zero dello strumento

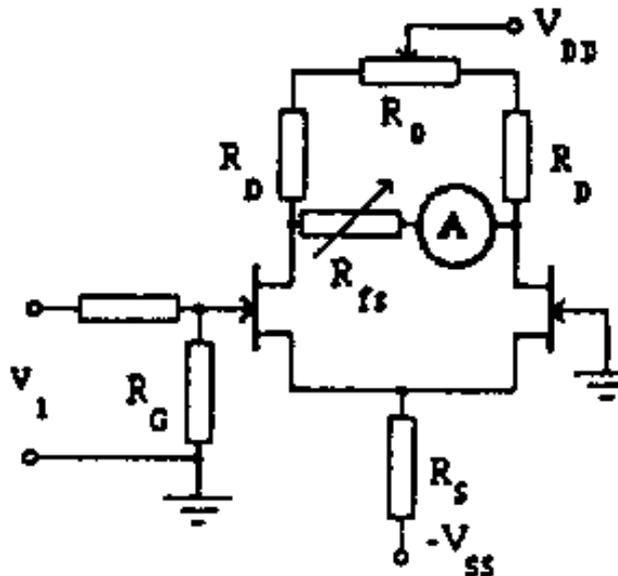
Come si vede chiaramente, l'amplificatore è perfettamente simmetrico. I due ingressi sono ricavati entrambi da un partitore di tensione (si consideri che i JFET non assorbono corrente in ingresso).

Quella struttura presenta una **forte reazione negativa** (dovuta alla resistenza  $R_S$ ) che minimizza l'effetto della **deriva** dovuta a variazioni sia nell'amplificazione dei JFET (dovuta ad esempio a variazioni di temperatura) sia nelle tensioni di alimentazione  $V_{DD}$  e  $V_{SS}$  (causate ad esempio da oscillazioni di ampiezza nel sistema di alimentazione): tale minimizzazione è ottenuta dal fatto che tali eventuali variazioni agiscono nello stesso identico modo sui due transistor, per cui il ponte resta comunque bilanciato.

La tensione differenziale in uscita è prelevata tra i morsetti X ed Y. Da notare che tali morsetti forniscono tensioni in opposizione di fase rispetto al riferimento comune: infatti, rispetto a  $V_1$  la tensione  $V_X$  è in opposizione di fase mentre  $V_Y$  è in fase e, analogamente, rispetto a  $V_2$  la tensione  $V_X$  è in fase mentre  $V_Y$  è in opposizione di fase. Di conseguenza, se fosse  $V_2=0$ , le tensioni  $V_X$  e  $V_Y$  risulterebbero di uguale ampiezza ma in opposizione di fase; se inoltre  $V_1$  fosse una tensione sinusoidale, allora la tensione differenziale di uscita  $V_{ud}=V_X-V_Y$  sarebbe una sinusoide con valore di picco pari approssimativamente al doppio dell'ampiezza della sinusoide in ingresso.

*Il mantenimento dell'accuratezza della taratura è assicurato dalla forte reazione negativa esercitata dalla  $R_S$ ; quest'ultima viene scelta molto elevata e comunque molto più grande di  $1/g_m$ , dove  $g_m$  è la transconduttanza dei due JFET (uguale nei due data la simmetria della struttura). Spesso, allo scopo di assicurare questa condizione, si sostituisce, al posto di  $R_S$ , una sorgente di corrente costante come quella riportata nella parte (b) dell'ultima figura: questa sorgente presenta una impedenza di ingresso compresa in genere tra  $100k\Omega$  e  $1M\Omega$ .*

A questo punto siamo in grado di vedere come un amplificatore differenziale possa essere impiegato in un voltmetro. In particolare, gli amplificatori differenziali sono usati in voltmetri sia in corrente continua sia in corrente alternata e si parla di **TVM** (cioè *Transistor Volt Meter*). Le soluzioni circuitali sono varie. Una di queste si basa proprio sull'ultimo circuito esaminato ed è fatta nel modo seguente:



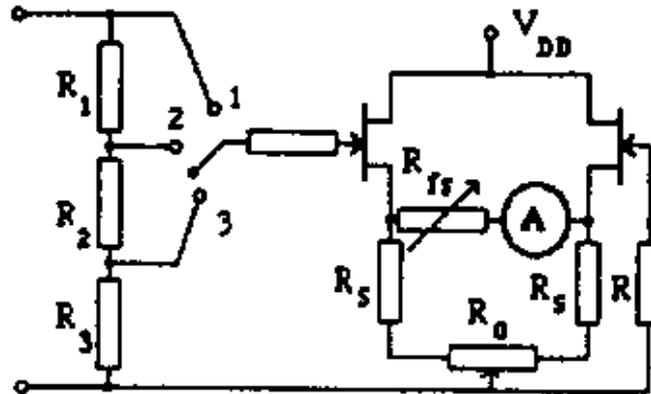
La struttura è evidentemente quella riportata nella figura precedente, con alcune differenze:

- in primo luogo, viene posto a massa uno dei due ingressi del differenziale;

- in secondo luogo, tra i morsetti di uscita viene posto un amperometro (sempre del tipo PMMC, ma direttamente tarato in Volt) ed un resistore variabile  $R_{fs}$ ;
- infine, viene aggiunto un *potenziometro*  $R_0$  tra l'alimentazione e l'amplificatore.

Con questa scelta, si ottiene un voltmetro con elevata resistenza di ingresso (e quindi basso effetto di carico sul circuito sotto misura) e con buona linearità della risposta.

Una soluzione assolutamente analoga alla precedente è quella descritta nella figura seguente:



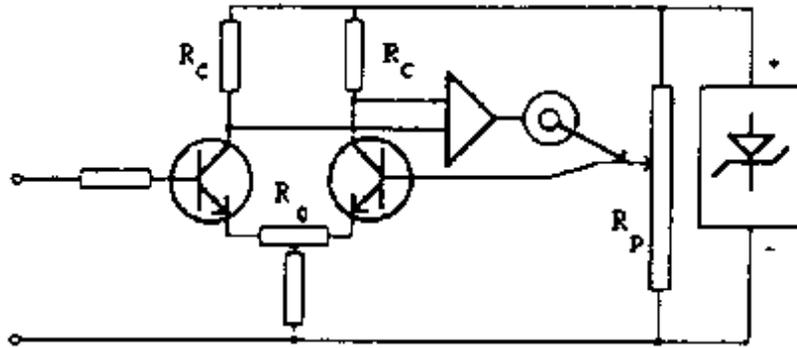
La differenza sostanziale con la precedente configurazione è che, in quest'ultimo caso, è possibile variare la portata dello strumento.

Possiamo dunque fare considerazioni generali valide per entrambi i due schemi proposti:

- il valore della corrente nell'amperometro dipende chiaramente dall'ampiezza della tensione in ingresso;
- il potenziometro  $R_0$  consente l'azzeramento dell'indicazione dello strumento quando non è applicato alcun segnale in ingresso;
- il resistore  $R_{fs}$  permette invece la taratura di fondo scala, compensando eventuali variazioni dei parametri dei JFET;
- gli stessi voltmetri in corrente continua possono essere usati anche in corrente alternata: è sufficiente prevedere uno **stadio di raddrizzamento**, posto a monte dell'amplificatore differenziale oppure direttamente sulla diagonale di rilevazione (dove cioè è sistemato l'amperometro).

Un'altra soluzione circuitale si basa sul **principio del potenziometro**: si tratta sostanzialmente di confrontare la tensione di ingresso con una tensione nota e variabile; l'uguaglianza delle due tensioni si ha in corrispondenza della condizione di zero della tensione differenziale, la quale viene rivelata da un apposito *rivelatore di zero*, che è appunto un amplificatore differenziale; l'amplificatore stesso, mediante un **dispositivo attuatore**, comanda la spazzola mobile su di un partitore di tensione.

Un possibile schema di questa soluzione è mostrato nella figura seguente:

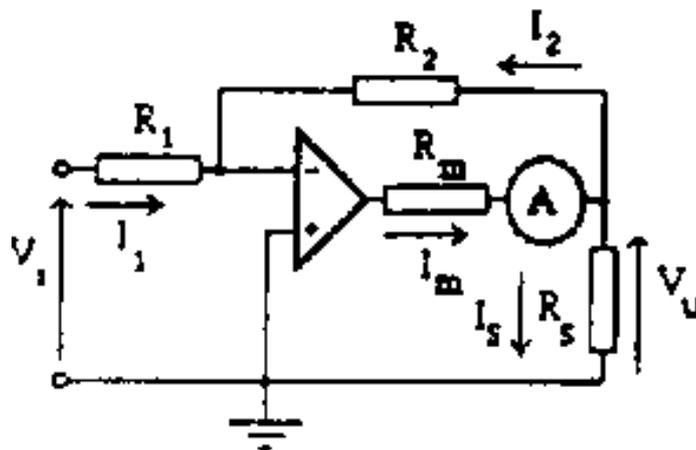


## VOLTMETRI CON AMPLIFICATORI OPERAZIONALI

Dato che un amplificatore operazionale presenta una resistenza di uscita molto bassa ed una resistenza di ingresso molto elevata e dato che il suo guadagno di tensione, in presenza di un anello di reazione negativa, dipende solo da un rapporto di resistenze, il suo uso risulta particolarmente adatto nei *millivoltmetri in corrente continua* e nei *rivelatori di picco*.

### Millivoltmetro in corrente continua

Cominciamo a considerare un **millivoltmetro in corrente continua**:



Possiamo sfruttare il concetto di  **cortocircuito virtuale**  tra i morsetti di ingresso dell'operazionale, al fine di ricavare il legame tra la corrente  $I_m$  che scorre nell'amperometro e la tensione di ingresso  $V_i$ .

In primo luogo, in base ai versi delle correnti segnati in figura, possiamo applicare la LKC e scrivere che  $I_m = I_2 + I_S$ ; la tensione ai capi di  $R_2$  è evidentemente pari a  $V_U$ , per cui la corrispondente corrente è  $I_2 = V_U / R_2$ ; analogamente, la stessa tensione  $V_U$  si trova ai capi di  $R_S$ , per cui  $I_S = V_U / R_S$ . Scriviamo dunque che

$$I_m = I_2 + I_S = V_U \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_S} \right)$$

D'altra parte, a prescindere dalla presenza del ramo con l'amperometro, la tensione  $V_U$  non è altro che la tensione di uscita di un operazionale in configurazione invertente, per cui  $V_U = -\frac{R_2}{R_1} V_i$  e quindi

$$I_m = -\frac{R_2}{R_1} V_i \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_s} \right)$$

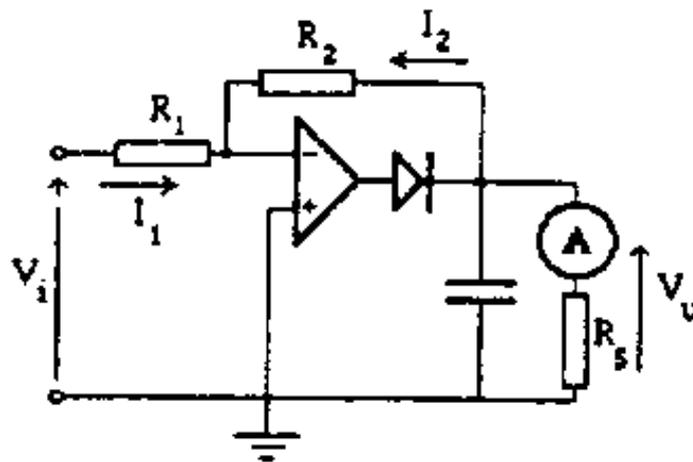
In base a questa espressione, se scegliamo le resistenze  $R_1$  ed  $R_2$  uguali (per cui  $R_2/R_1=1$ ) e molto più grandi di  $R_s$ , otteniamo che

$$I_m \cong -\frac{V_i}{R_s}$$

Questa espressione ci dice sia che l'indicazione dell'amperometro è proporzionale alla tensione in ingresso sia anche che, variando  $R_s$ , possiamo variare la portata del millivoltmetro. La variazione di  $R_s$  può essere ottenuta, ad esempio, predisponendo più resistori commutabili in parallelo.

### Rivelatore di picco

L'altra applicazione cui abbiamo fatto prima riferimento è un **rivelatore di picco** (o *voltmetro di picco*) basato su un amplificatore operazionale. La configurazione circuitale è la seguente:



Nella parte sinistra del circuito notiamo sostanzialmente il classico op-amp in configurazione invertente, con in più un diodo sul terminale di uscita; il condensatore in parallelo al ramo con  $R_s$  consente invece di realizzare la classica **cellula di mantenimento**.

La presenza del diodo nell'anello di reazione fa sì che si abbia circolazione di corrente solo quando la tensione in ingresso è maggiore di quella in uscita (ai capi del condensatore): quando questo accade, il diodo è praticamente un cortocircuito, per cui l'amplificatore funziona in modo classico (cioè da invertitore con guadagno  $-R_2/R_1$ ); in tal modo, il condensatore si carica al massimo valore della tensione di uscita, legata al massimo valore della tensione di ingresso dalla relazione

$$V_{U,max} = -\frac{R_2}{R_1} V_{i,max}$$

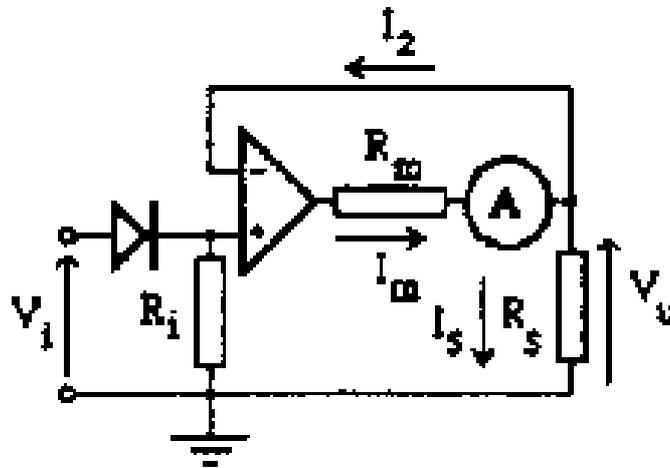
Quando la tensione si riprende a scendere, il diodo si interdice ed il condensatore rimane carico al valore  $V_{U,max}$ .

Generalmente, il rapporto di resistenze  $R_2/R_1$  viene fissato a 0.707, in modo che lo strumento misuri direttamente il valore efficace della tensione in ingresso.

### Voltmetri in corrente alternata

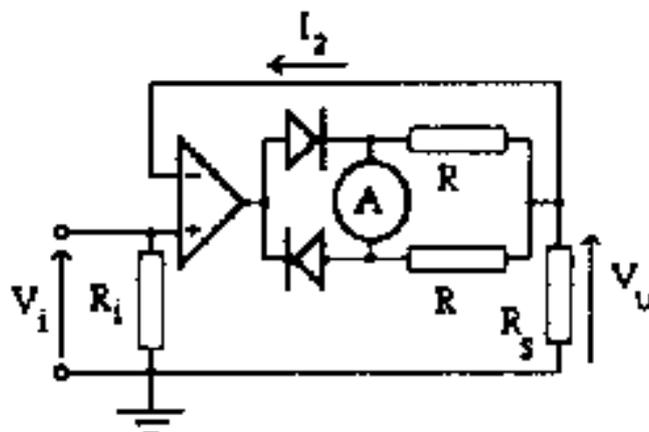
Come abbiamo già accennato in precedenza, i **voltmetri elettronici in corrente alternata** sono sostanzialmente uguali a quelli in corrente continua, salvo la presenza di uno stadio di raddrizzamento. Questo può trovarsi sia all'ingresso sia all'uscita dell'amplificatore.

Una configurazione in cui il raddrizzatore precede l'amplificatore è la seguente:



Questo circuito comprende perciò un amplificatore in corrente continua, dato che la tensione in ingresso è raddrizzata.

Se invece lo stadio raddrizzatore segue l'amplificatore (per cui quest'ultimo funziona in regime alternato), la configurazione diventa la seguente:



In questo caso, l'amplificatore avrà elevato guadagno ad anello aperto e presenterà anche una forte reazione negativa, in modo da ovviare alla non linearità dei diodi raddrizzatori.

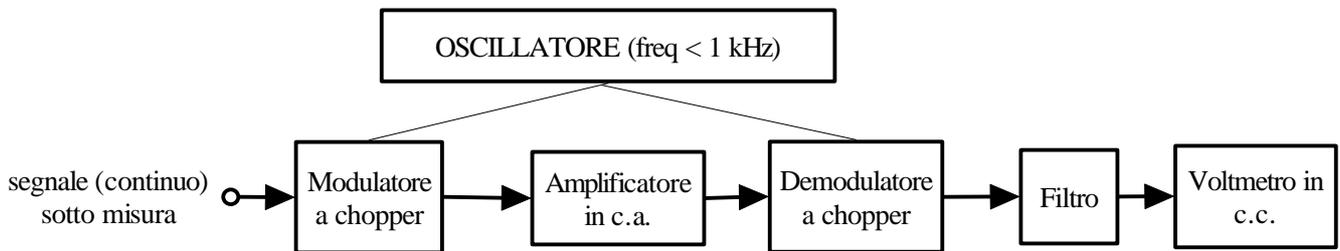
Notiamo inoltre che il raddrizzatore posto in uscita è un classico **ponte di Graetz**, che però presenta due resistori al posto di due diodi: il motivo è sempre quello di ovviare alla non linearità dei diodi.

E' bene infine ricordare una cosa già detta in precedenza: i voltmetri in corrente alternata di questo tipo, normalmente tarati in valori efficaci, funzionano perfettamente quando l'ingresso è puramente sinusoidale; se invece non lo è, allora la misura è affetta da un errore la cui entità dipende dal *fattore di forma* del segnale in ingresso.

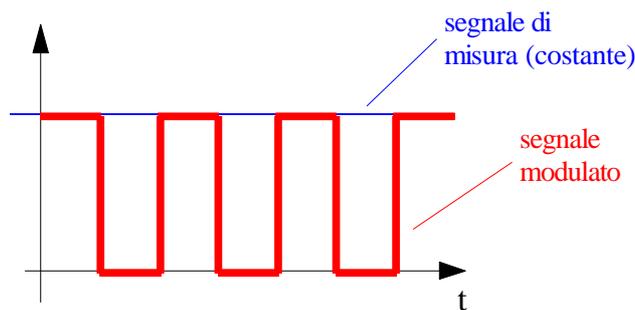
## VOLTMETRI CON MODULATORI

Nei *voltmetri analogici attivi per misure in corrente continua*, i principali problemi vengono proprio dagli stadi amplificatori impiegati e, in particolare, dalle sorgenti di rumore e dai fenomeni di deriva in essi presenti. Ad esempio, si possono anche riscontrare valori della deriva dell'ordine di **50µV/°C**, da cui possono conseguire errori anche rilevanti quando le tensioni da misurare sono piccole (quindi nel funzionamento alle basse portate).

Un modo molto efficace di realizzare voltmetri in corrente continua molto sensibili è quello di sfruttare i concetti della modulazione/demodulazione analogica. Uno schema a blocchi di un **voltmetro con modulatori** è il seguente:



Il segnale (continuo) da misurare viene per prima cosa inviato in un modulatore, dove modula in ampiezza una portante sinusoidale a frequenza  $f_c$  (non superiore a 1 kHz). In particolare, il modulatore è un cosiddetto **circuito a chopper**, che è sostanzialmente un *interruttore elettronico ad alta frequenza*, nel senso che interrompe la tensione continua in ingresso ad intervalli regolari di tempo, in modo da ottenere in uscita un segnale squadrato con valore di picco coincidente con quello della tensione in ingresso:



L'uscita del modulatore è dunque un segnale alternato che può essere amplificato dal successivo **amplificatore in corrente alternata**, sul quale non si verificano problemi in quanto l'ingresso non è più continuo bensì alternato. Infatti, tale amplificatore lavora a frequenza dell'ordine dei kHz, per cui la deriva, con frequenza tipica molto inferiore ai 20 Hz, risulta esterna alla banda dell'amplificatore stesso e come tale non viene amplificata.

Da notare inoltre che l'amplificatore in alternata presente elevato guadagno ed è altamente stabilizzato grazie ad un opportuna rete di retroazione.

L'uscita dell'amplificatore viene poi **demodulata**, in modo da ritornare ad un segnale continuo proporzionale a quello in ingresso. Dopo un ulteriore **filtraggio passa-basso**, utile per eliminare

eventuali armoniche spurie, il segnale viene inviato finalmente al **voltmetro elettronico in corrente continua**: anche qui non abbiamo più problemi di rumore o deriva in quanto il segnale arriva sufficientemente amplificato da rendere questi fenomeni trascurabili. Possiamo perciò usare anche un voltmetro ad accoppiamento diretto. Un vantaggio associato ad un voltmetro ad accoppiamento a chopper consiste prevalentemente nella **risoluzione elevata**, dell'ordine di decine di  $\mu\text{V}$ . Tale limite è imposto dall'inevitabile presenza di rumore generato all'interno dell'a.o. che tende a sovrapporsi al segnale utile. Per ovviare a tale problema, spesso si realizza **l'amplificatore AC selettivo sulla frequenza del chopper**, riducendo così la banda di rumore e aumentando così la **sensibilità** che può raggiungere anche valori di nV.

Da notare che è eventualmente presente un filtro passa-basso in ingresso, al fine di eliminare qualsiasi componente alternata eventualmente sovrapposta al segnale (continuo) sotto misura.

Come modulatori e demodulatori è possibile usare diversi dispositivi elettronici: ad esempio, si può pensare ad **interuttori FET**, ma i più impiegati restano comunque le **fotocellule**: queste variano la propria resistenza da poche centinaia di  $\Omega$  a diversi  $\text{M}\Omega$ , a seconda se sono o meno illuminati da una sorgente luminosa. Proprio l'uso delle fotocellule limita la frequenza dell'oscillatore (che comanda, in modo sincronizzato, l'accensione e lo spegnimento del modulatore e del demodulatore): la frequenza portante, infatti, è limitata dai tempi di transizione da uno stato all'altro delle fotocellule.

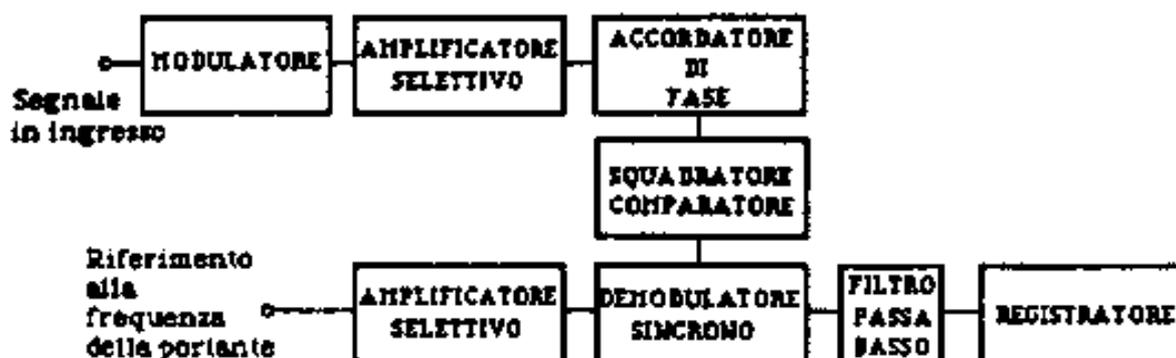
Con questo meccanismo si realizzano voltmetri in grado di misurare anche le frazioni di  $\mu\text{V}$ , che quindi sono molto utili come rivelatori di zero oppure come campioni per rilevare e correggere problemi di deriva nei sistemi in corrente continua.

### Voltmetro ad aggancio

Un particolare strumento di misura, basato anch'esso sull'amplificatore a chopper descritto prima, è il cosiddetto **amplificatore ad aggancio** (*look-in amplifier*), che serve a discriminare le componenti utili di un segnale dal rumore. Questo dispositivo esegue sostanzialmente le seguenti cinque operazioni in sequenza:

- modulazione di una portante tramite il segnale in ingresso;
- amplificazione selettiva del segnale modulato;
- demodulazione sincrona del segnale modulato;
- filtraggio;
- registrazione delle componenti utili del segnale.

Lo schema a blocchi cui fare riferimento è il seguente:



Generalmente, il segnale in ingresso è un segnale a bassa frequenza con una forte componente continua. Tale segnale va a modulare una portante la cui frequenza  $f_C$  è scelta in modo che la successiva amplificazione selettiva (con frequenza centrale pari sempre ad  $f_C$ ) riesca a rimuovere le componenti di rumore presenti sia in bassa frequenza, sia alla frequenza del sistema di potenza sia in altre bande.

Il segnale in uscita dall'amplificatore viene poi moltiplicato per un segnale di riferimento: si tratta di un'onda quadra avente frequenza (pari all'inverso del periodo) e fase uguali a quelle della portante.

Il segnale così ottenuto viene poi demodulato in modo sincrono, ossia con un demodulatore accordato ancora alla frequenza  $f_C$ . Questa operazione di demodulazione consente di migliorare molto il rapporto segnale/rumore, in quanto solo il segnale alla frequenza  $f_C$  viene demodulato. Questo meccanismo dà origine alla terminologia "voltmetro *ad aggancio*".

Dopo la demodulazione, si prevede il classico filtraggio passa-basso per l'eliminazione di eventuali armoniche spurie, dopodiché è finalmente possibile registrare il segnale utile notevolmente ripulito dal rumore.

Facciamo osservare che un sistema di questo tipo, pur avendo notevoli prestazioni, richiede in ingresso un segnale in grado di modulare la portante sinusoidale. Ciò significa che esso non è adatto a segnali transitori, impulsivi o comunque ad alta frequenza.

## VOLTMETRI A VERO VALORE EFFICACE

Abbiamo osservato in precedenza che i voltmetri per tensioni alternate hanno le scale generalmente tarate in valore efficace (che è il parametro di maggiore interesse), ma, di fatto, misurano il valore medio (in una semionda<sup>4</sup>) oppure il valore di picco. Quando il segnale in ingresso non è puramente sinusoidale, ma deformato, la misura di valore efficace effettuata tramite i voltmetri in corrente alternata (che, ricordiamo, funzionano grazie a stadi raddrizzatori posti in ingresso) è necessariamente affetta da errore, tanto maggiore quanto maggiore è il fattore di forma.

Si è reso allora necessario ideare strumenti elettronici in grado di misurare direttamente il valore efficace dei segnali (in tensione o in corrente) in ingresso, anche quando questi non siano puramente sinusoidali. Questi strumenti prendono il nome di **voltmetri a vero valore efficace** (oppure amperometri a vero valore efficace per la misura di corrente).

Prima di procedere, richiamiamo alcuni concetti di base sul valore efficace.

In primo luogo, data una tensione di periodo  $T$  e forma d'onda qualsiasi, il suo **valore efficace** è definito dalla relazione

$$V_{\text{eff}} = V_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt}$$

Questa quantità corrisponde, in pratica, a quel valore di tensione continua che provoca, sullo stesso carico resistivo, un effetto termico uguale a quello prodotto dalla tensione alternata  $v(t)$ .

Dal **teorema di Fourier**, indicando con  $V_{\text{DC}}$  il valore medio di una funzione periodica (cioè l'ampiezza della componente continua<sup>5</sup>) e con  $V_1, V_2, \dots, V_n$  i valori efficaci delle singole armoniche, il valore efficace della tensione vale:

$$V_{\text{RMS}} = \sqrt{V_{\text{DC}}^2 + V_1^2 + V_2^2 + \dots + V_n^2}$$

<sup>4</sup> Ricordiamo che il valore medio di un segnale sinusoidale, calcolato su un periodo, è nullo, per cui una misura sensata di valor medio fa riferimento alla metà del periodo.

<sup>5</sup> Per un segnale continuo, l'ampiezza, il valore medio, il valore efficace ed il valore istantaneo sono tutti uguali

In base a questa formula, un buon voltmetro a valore efficace deve tenere conto di tutte le componenti del segnale e deve perciò essere caratterizzato da:

- larga banda
- elevata risoluzione
- guadagno elevato

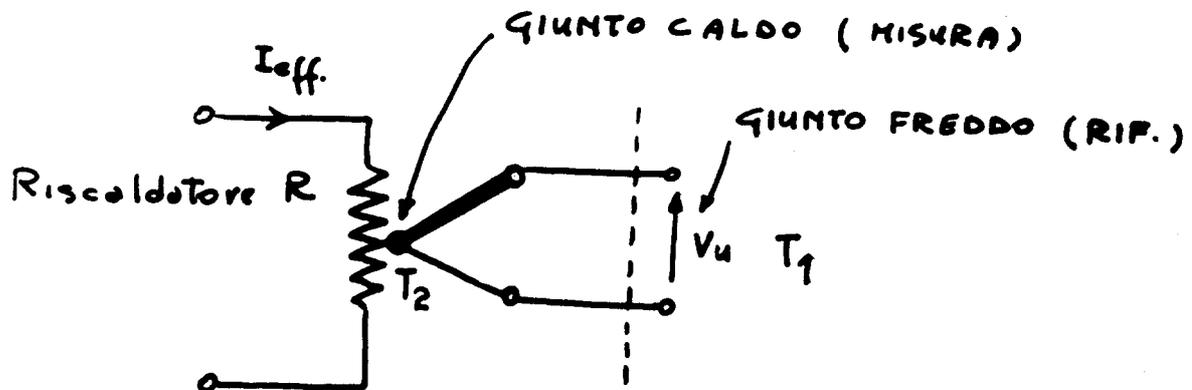
### *Voltmetri analogici elettronici a vero valore efficace termici*

I voltmetri termici possono essere a termocoppia oppure a transistor. Cominciamo da quelli a termocoppia, che cioè impiegano le termocoppie quali **convertitori termoelettrici**. Sono detti *strumenti a vero valore efficace* perché attuano la definizione stessa di valore efficace.

Per prima cosa, vediamo rapidamente come funziona una **termocoppia**.

Il principio su cui si basa la termocoppia è l'**effetto Seebeck**: ponendo a contatto due metalli diversi (e quindi con diversa concentrazione di portatori di carica), si viene a formare in uscita una forza elettromotrice il cui segno e valore dipendono dal tipo di metalli impiegati e dalla differenza di temperatura tra due (*convertitore termo-elettrico*).

In realtà, la struttura della termocoppia convenzionalmente impiegata è provvista di un **giunto caldo** (di misura) e di un **giunto freddo** (di riferimento). La forza elettromotrice termoelettrica è prelevata ai capi del giunto freddo, secondo quanto illustrato in figura:



Vediamo di trovare la relazione che lega la tensione  $V_u$  alle temperature presenti.

Entro ampi limiti di temperatura, dette  $T_1$  e  $T_2$  le temperature assolute (in K) alle giunzioni fredda e calda rispettivamente, ed indicati con "a" e "b" i coefficienti dipendenti dai materiali impiegati per la realizzazione del trasduttore, si ottiene che la tensione  $V_u$  ai capi del giunto freddo è data dalla seguente espressione:

$$V_u = a(T_2 - T_1) + b(T_2^2 - T_1^2)$$

dove i coefficienti a e b si misurano, rispettivamente, in V/K e V/K<sup>2</sup>.

L'ultima equazione rappresenta evidentemente una legge non lineare nella variabile temperatura, il che non è opportuno in uno strumento di misura. Tuttavia, esistono delle particolari coppie, dette **coppie bimetalliche**, per le quali è possibile ottenere quanto segue:

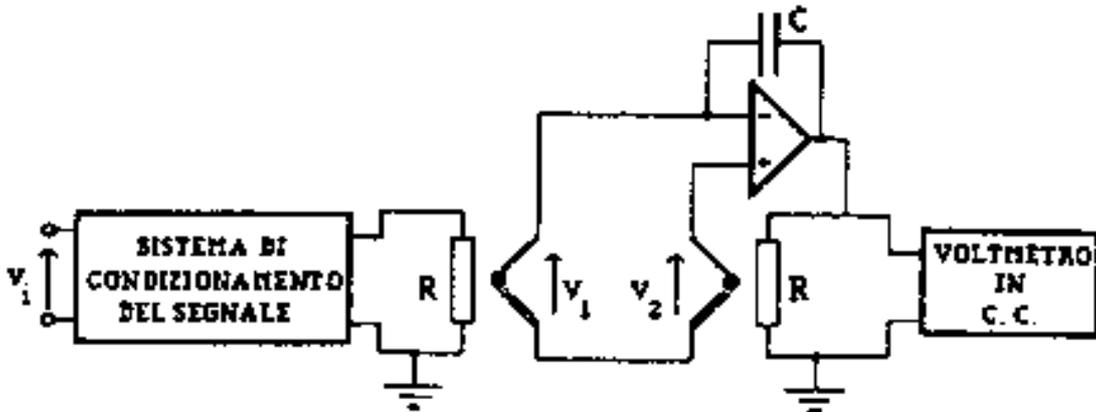
- in primo luogo, il coefficiente b risulta di 2 o 3 ordini di grandezza inferiore ad a;
- in secondo luogo, è presente una limitazione del **salto termico**  $\Delta T = T_2 - T_1$ , che non può superare i 100°C;

Sotto queste condizioni, possiamo approssimativamente scrivere

$$V_u \cong a(T_2 - T_1)$$

ossia è possibile considerare la tensione come una funzione lineare del salto termico  $\Delta T$ .

Fatte queste premesse, vediamo come è possibile sfruttare una termocoppia per una misura di tensione. Nella figura seguente è riportato lo schema di principio di un **voltmetro termico a termocoppia**:



Nella parte sinistra, notiamo i **morsetti di ingresso** dello strumento, ai quali viene applicata la tensione alternata di cui misurare il valore efficace. Questa tensione subisce inizialmente una opportuna pre-elaborazione, dopodiché contribuisce a far circolare corrente nel riscaldatore R della prima termocoppia. Indichiamo il valore efficace di tale corrente con  $I_{x,eff}$ .

Il passaggio di questa corrente genera una quantità di calore proporzionale alla potenza  $P_j$  dissipata per effetto joule dal riscaldatore R:

$$P_j = RI_{x,eff}^2$$

Tale potenza provoca a sua volta un innalzamento della temperatura  $T_2$  sul giunto caldo e di conseguenza, considerando che  $T_1$  è la temperatura di riferimento al giunto freddo, nasce un gradiente termico  $\Delta T = T_2 - T_1$  che provoca una variazione della f.e.m. termoelettrica in uscita al convertitore.

In definitiva, quindi, avremo una tensione continua  $V_1$  proporzionale al valore efficace della corrente  $I_{x,eff}$  e quindi al valore efficace della tensione da misurare<sup>6</sup>:

$$V_1 \propto I_{x,eff}^2 \propto V_{x,eff}^2$$

<sup>6</sup> La proporzionalità tra tensione misurata e valore efficace della corrente mostra che il convertitore a termocoppia è essenzialmente un **dispositivo amperometrico a valore efficace** e come tale può essere impiegato, con opportuni accorgimenti costruttivi, fino a frequenze dell'ordine del GHz (si osservano opportuni accorgimenti nella realizzazione del riscaldatore R)

N.B. In generale, data una certa potenza, per ottenere il massimo gradiente termico  $\Delta T$  (e quindi per avere il massimo innalzamento di temperatura sul giunto caldo, considerato che il giunto di riferimento non subisce variazioni termiche, in vista di un aumento della **sensibilità**) è necessario effettuare uno **stretto contatto** tra riscaldatore e giunzione.

Anche se questo sarebbe già sufficiente a condurre la misura, ci sono problemi legati alla non linearità delle termocoppie (di cui abbiamo parlato prima); per minimizzare gli effetti di queste non linearità, viene predisposta una seconda termocoppia, che bilancia la prima tramite un **sistema di retroazione**: il riscaldatore di questa seconda termocoppia è percorso da una corrente alla quale la termocoppia fa corrispondere una tensione  $V_2$ ; quanto maggiore è la differenza tra le tensioni  $V_1$  e  $V_2$  tanto maggiore è il riscaldamento della termocoppia di riscaldamento, il che comporta un aumento di  $V_2$  fin quando questa non uguaglia  $V_1$ . All'equilibrio, si ha l'uguaglianza (a meno del fattore di condizionamento iniziale) tra la tensione continua misurata dal voltmetro ed il valore efficace della tensione applicata allo strumento.

E' importante sottolineare che *l'effetto termico sulla termocoppia in ingresso dipende solo dal quadrato del valore efficace della tensione applicata, per cui lo strumento misura il valore efficace quale che sia la forma d'onda in ingresso.*

In base a questi meccanismi, questi voltmetri sono in grado di misurare tensioni anche molto piccole e su un ampio campo di frequenza.

In particolare, affinché lo strumento possa essere impiegato in un ampio range di frequenza è necessario porre particolare attenzione nel realizzare la resistenza  $R$  del riscaldatore: essa deve infatti rimanere costante con la frequenza; è per tale motivo  $R$  è fatto in filo molto sottile o tubolare. In tal caso si riesce a mantenere la relazione quadratica tra causa ed effetto (conversione corrente  $\Rightarrow$  potenza)

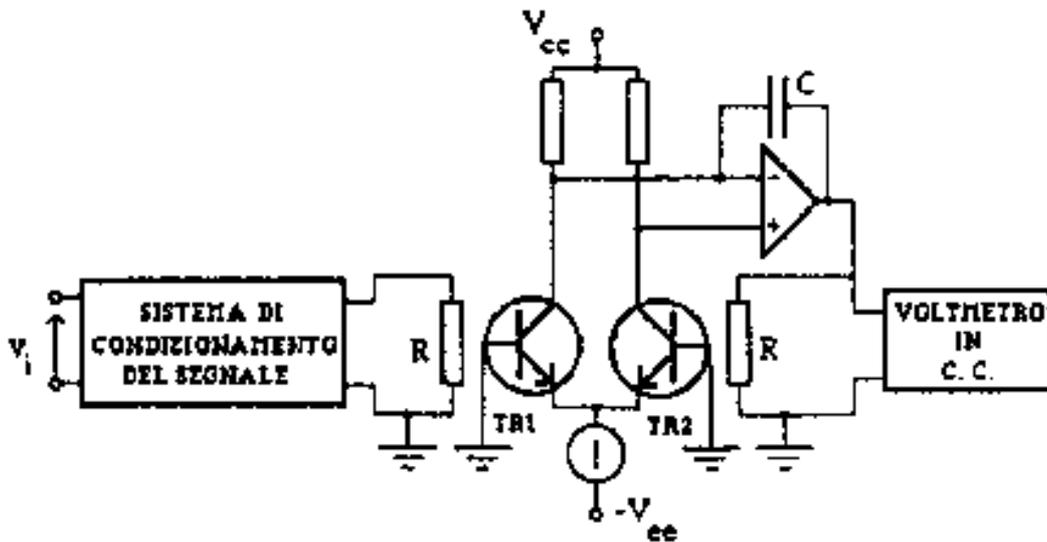
Un'altra osservazione importante è la seguente: per ottenere il massimo trasferimento di potenza dal riscaldatore al giunto caldo, sappiamo che è opportuno effettuare un contatto diretto tra i due; tuttavia, tale collegamento risulta assai dannoso alle alte frequenze, poiché lo strumento, con la sua notevole massa metallica, presenta un elevato valore di capacità parassita  $C$  verso massa e conseguentemente una reattanza assai bassa per la  $I_{X_{eff}}$  che, in tal caso, non percorre il riscaldatore nella sua totalità. Si preferisce quindi **distanziare la termocoppia dal riscaldatore** in quanto, così facendo, si viene a creare una capacità  $C'$  di piccolo valore in serie alla precedente che impedisce il passaggio di corrente attraverso la termocoppia.

Naturalmente questo procedimento agisce negativamente sulla **sensibilità dello strumento** poiché occorre un maggiore salto termico  $\Delta T$  per ottenere la stessa variazione di segnale in uscita. Per tale motivo, spesso il riscaldatore e il bimetallo vengono racchiusi in un involucro di vetro svuotato al fine di minimizzare gli scambi termici per convezione con l'ambiente circostante

Gli svantaggi principali di questi strumenti sono i seguenti:

- **non linearità** , dovuta alla non linearità del legame tensione-temperatura della termocoppia;
- **Inerzia**, soprattutto di **tipo termico**, che li rende lenti nella risposta e nell'incapacità di tollerare sovraccarichi.
- **comportamento in DC non attendibile** : lo strumento dà un'indicazione in eccesso o in difetto a seconda del senso di percorrenza della corrente nel riscaldatore (**effetto Peltier**).

Un'altra possibile configurazione è quella di un **voltmetro termico a transistor**, nel quale, al posto delle termocoppie, vengono sfruttati gli effetti della temperatura sui componenti elettronici allo stato solido. Uno schema di principio è il seguente:



La parte sinistra e la parte destra di questo circuito sono identiche al caso precedente. Le differenze stanno nella parte centrale, in cui si nota la presenza di un amplificatore differenziale a BJT. In particolare, i due BJT sono realizzati sulla stessa base e montati sullo stesso supporto, in modo che la temperatura abbia gli stessi effetti su entrambi.

Il funzionamento è analogo a prima: la tensione in ingresso determina il riscaldamento del resistore R e quindi anche del transistor TR1 ad esso adiacente; l'aumento della temperatura di funzionamento determina un aumento della corrente nel transistor e quindi anche una diminuzione della tensione sul collettore (data la caduta di tensione sulla resistenza posta tra l'alimentazione ed il collettore stesso). Tale tensione viene portata al morsetto invertente dell'amplificatore operazionale, il quale provvede ad amplificarla. Nel frattempo, proprio a causa di tale amplificazione, aumenta la corrente nel resistore R adiacente a TR2: il resistore prende a scaldarsi e con esso anche TR2; abbiamo così un aumento della corrente di collettore di TR2 e quindi una diminuzione della tensione applicata al morsetto non invertente dell'operazionale. All'equilibrio, le tensioni sui due collettori sono uguali e la tensione continua misurata dal voltmetro risulta uguale al valore efficace della tensione in ingresso, qualunque ne sia la forma d'onda.

### ***Voltmetri analogici elettronici a vero valore efficace con op-amp***

(pag. 199) I voltmetri descritti nel paragrafo precedente hanno, come difetto essenziale, una certa lentezza. Al contrario, sono molto veloci i voltmetri termici che utilizzano amplificatori operazionali realizzati su un unico circuito integrato. Questo tipo di voltmetri si basano semplicemente sulla definizione di valore efficace di una forma d'onda alternata:

$$V_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt}$$

*Si tratta sostanzialmente di applicare in sequenza, sulla forma d'onda v(t) in ingresso, le operazioni indicate da questa formula: si*

tratta perciò di quadrare il segnale in ingresso (tramite ad esempio un moltiplicatore pilotato da  $v(t)$  su entrambi gli ingressi), integrare e successivamente estrarre la radice quadrata. In altre parole, bisogna eseguire una **elaborazione analogica** dell'ingresso.

Nonostante la buona velocità, questi strumenti hanno bassa risoluzione e bassa accuratezza rispetto a quello termici, a causa di fenomeni di non linearità, di deriva con la temperatura e di rumore. In effetti, il rumore è un problema piccolo, in quanto il circuito integratore, in base al proprio funzionamento, è un filtro passa-basso che elimina tutto l'eventuale rumore in alta frequenza, consentendo un notevole miglioramento del rapporto S/N.

Quando il segnale in ingresso è di livello particolarmente basso, si può pensare di usare un amplificatore in corrente alternata prima di eseguire l'operazione di elevazione al quadrato.

## MULTIMETRI (ELETTRONICI)

Come già detto in precedenza, un multimetro è uno strumento molto versatile, in grado di misurare correnti, tensioni e resistenze, sia in corrente continua sia in corrente alternata. Nel capitolo precedente abbiamo esaminato i *multimetri analogici passivi* (VOM), che sostanzialmente contengono tutti i circuiti necessari a realizzare voltmetri, amperometri e ohmetri passivi. Adesso consideriamo i **multimetri analogici elettronici** (EMM, *Electron Multi Meter*).

Possiamo individuare i componenti fondamentali:

- un **amplificatore differenziale in corrente continua**, con accluso uno strumento magnetoelettrico;
- un **partitore di tensione** ed una serie di **derivatori**, al fine di variare le portate voltmetriche ed amperometriche;
- una **sezione di raddrizzamento** per la conversione da corrente alternata a corrente continua;
- un **alimentatore interno in corrente continua**, necessario per la polarizzazione dei componenti elettronici nonché per la misura di resistenza;
- un **alimentatore in corrente alternata** per il collegamento diretto alla rete di potenza nonché per la ricarica delle batteria in corrente continua;
- un **commutatore di funzioni**.

Rispetto ai VOM, un multimetro analogico elettronico presenta i seguenti vantaggi:

- valori molto elevati di impedenza di ingresso per le misure voltmetriche e molto bassi per quelle amperometriche;
- indicazioni dell'indice nello stesso verso per tutte le funzioni, anche per la misura di resistenze;
- alta sensibilità nella misura di resistenza con basse sollecitazioni sul componente in prova.

A fronte di questi vantaggi, i VOM sono meno sensibili degli EMM ai campi elettromagnetici esterni: infatti, tali campi possono contribuire a modificare la polarizzazione dei dispositivi attivi presenti negli EMM, cosa che invece non è possibile nei VOM.

Un altro pregio degli EMM è che, tramite una serie di componenti aggiuntivi, possono essere usati in svariate applicazioni:

- per esempio, sono molto importanti le **sonde** per misure in alta frequenza, che servono essenzialmente a due scopi: in primo luogo, consentono di raggiungere punti di misura

altrimenti inaccessibili; in secondo luogo, contribuiscono a ridurre l'effetto negativo, alle alte frequenze, del condensatore di disaccoppiamento presente nello stadio di ingresso del multimetro<sup>7</sup>;

- sono utili anche le cosiddette **pinze amperometriche**, che permettono la misura di corrente senza interrompere il circuito sotto misura per l'inserzione in serie dello strumento. Il principio utilizzato per il funzionamento di queste pinze è l'**effetto Hall**: la presenza della corrente da misurare induce nella pinza di ferrite, che circonda il conduttore attraversato dalla corrente, una forza elettromotrice (*tensione di Hall*) che viene opportunamente condizionata, amplificata, e misurata con il multimetro (che però è tarato direttamente in ampere).

I multimetri, come tutti gli apparati elettronici, sono caratterizzati da una cifra di rumore (che, come sappiamo, dipende strettamente dall'ampiezza di banda del dispositivo). A parità di banda equivalente (che è dell'ordine di 5 MHz per questi strumenti), lo strumento sarà tanto migliore quanto maggiore sarà la sua sensibilità.

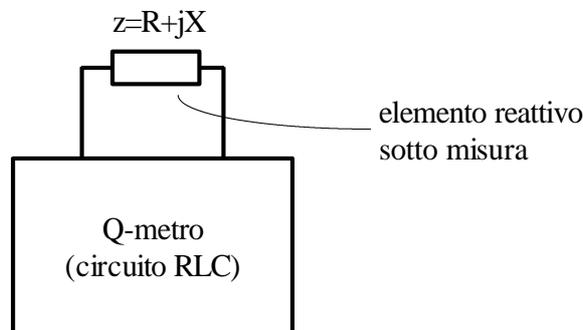
## MISURATORI DEL FATTORE DI QUALITÀ

Il **Q-metro** è uno strumento di misura del **fattore di qualità** di un elemento reattivo. A tal proposito, ricordiamo che il *fattore di qualità di un componente (ad esempio una bobina o un condensatore) è definito come rapporto tra la reattanza X del componente e la sua resistenza:*

$$Q = \frac{X}{R}$$

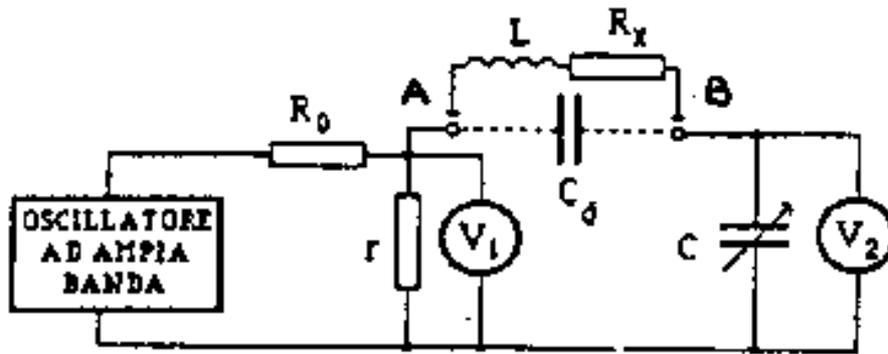
Il componente (reattivo) è tanto migliore quanto maggiore è il suo Q, ossia quanto più la sua reattanza prevale sulla resistenza (cioè quando sono piccoli gli effetti dissipativi). Buoni valori del Q sono quelli uguali o superiori a 10.

Esistono diversi modi per la misura del Q. Quando il fattore di qualità è piccolo, si possono usare dei ponti in corrente alternata, che però hanno un limite in frequenza, in quanto non possono essere usati oltre qualche kHz. Per misure del Q in un campo di frequenze che si estende fino a qualche centinaio di kHz, si usano allora i cosiddetti **Q-metri**, che sono essenzialmente dei circuiti RLC in cui viene opportunamente sfruttato il concetto di *risonanza*:



<sup>7</sup> In effetti, però, questo riduce la sensibilità dello strumento;

Un possibile schema di massima di un Q-metro è il seguente, in cui viene sfruttato il concetto di risonanza:



I morsetti contrassegnati con A e B sono quelli tra i quali connettere l'elemento di cui misurare il Q, che in questo caso è una bobina. La capacità  $C_d$  è una capacità distribuita che si instaura tra il circuito di misura e la bobina; per il momento possiamo supporre assente tale capacità, per cui i morsetti A e B sono chiusi sull'impedenza  $Z_X = L + jR_X$  della bobina.

Con  $V_1$  e  $V_2$  abbiamo indicati due voltmetri, di cui  $V_2$  di tipo elettronico e tarato direttamente in valori di Q (per cui è sul suo display che andremo a fare la nostra lettura).

Tramite il partitore di tensione formato da  $R_0$  (resistenza interna del generatore) ed  $r$  (derivatore per il voltmetro  $V_1$ ), siamo in grado di eccitare il circuito RLC (costituito dalla bobina sotto misura e dal condensatore variabile C) tramite una forza elettromotrice sinusoidale ad una ben determinata frequenza, fornita da un apposito generatore ad ampia banda.

Come detto prima, lo scopo è quello di porre il circuito RLC in condizioni di risonanza serie: questo lo si ottiene, una volta fissata la frequenza di lavoro, agendo sul condensatore variabile C. Quando la risonanza è stata ottenuta (ad una determinata pulsazione  $\omega_0$ ), sappiamo che il circuito assorbe la massima corrente  $I_{max}$  e inoltre, se il Q è uguale o superiore a 10, che il condensatore C presenta ai suoi capi la massima tensione. Analiticamente, risulta dunque

$$V_C = X_C I_{max} = X_L I_{max}$$

$$V_{RX} = R_X I_{max}$$

Applicando allora la definizione di **fattore di qualità serie** (rapporto tra la tensione sul condensatore o sull'induttore e la tensione sul resistore), abbiamo che

$$Q = \frac{V_C}{V_{RX}} = \frac{X_C I_{max}}{R_X I_{max}} = \frac{X_C}{R_X} = \frac{X_L}{R_X} = \frac{\omega_0 L}{R_X} = \frac{L}{R_X} \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{R_X} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Come mostrato da questa relazione, Q non dipende dalla frequenza di lavoro (che quindi può essere scelta nel modo più comodo possibile), ma solo dai valori di C (noto), di  $R_X$  (incognita) e di L (nota). Ovviamente, la misura è da ritenersi valida solo nel campo di frequenza in cui questi ultimi tre parametri possono essere considerati costanti.

Facciamo notare l'importanza che il derivatore  $r$  sia di piccolo valore (dell'ordine di  $0.02\Omega$ ), al fine di rendere trascurabile la potenza in esso dissipata rispetto a quella assorbita dalla bobina in prove. Viceversa, il voltmetro  $V_2$ , da usare per la misura vera e propria, deve avere impedenza quanto più alta possibile, per minimizzare il solito effetto di carico ed il corrispondente errore.

Come detto prima, la misura risulta accurata solo quando Q è almeno uguale a 10, in quanto solo in questo caso il condensatore C presenta ai suoi capi la tensione massima. Se invece Q è minore di 10, la misura risulta meno accurata. Per questo motivo, i normali Q-metri presentano, al di sotto del

valore 10, una scala con diversa graduazione delle tacche, proprio per significare che il tale tratto l'accuratezza dello strumento è inferiore.

### Cause di errore e correzioni

Si comprende come le cause di errore, in un simile strumento, siano diverse. Sicuramente, abbiamo problemi legati alla potenza dissipata nei vari componenti del circuito, specialmente nel derivatore  $r$ , nel condensatore  $C$ , nei voltmetri oltre che nei cavi di collegamento. In effetti, gli errori principali derivano proprio da  $r$ , ma è possibile stimare il corrispondente consumo e quindi depurare la misura dal corrispondente errore. Infatti, se indichiamo con  $Q_e$  e  $Q$ , rispettivamente, i fattori di qualità effettivo e misurato, possiamo scrivere che

$$Q = \frac{X_{TOT}}{R_{TOT}} = \frac{\omega_0 L}{R_x + r} = \frac{\omega_0 L}{R_x} \frac{R_x}{R_x + r} = Q_e \frac{R_x}{R_x + r} \longrightarrow \boxed{Q_e = \left(1 + \frac{r}{R_x}\right) Q}$$

Un altro problema è legato alla già citata capacità distribuita  $C_d$  che si instaura tra il circuito di misura e la bobina in prova. Come evidenziato nello schema prima riportato, tale capacità può essere pensata semplicemente in parallelo alla bobina in prova. Se, in prima approssimazione, trascuriamo la caduta di tensione su  $r$ , notiamo che  $C_d$  risulta praticamente in parallelo al condensatore variabile  $C$ , per cui possiamo ripetere i discorsi di prima e scrivere che

$$Q = \frac{X_{TOT}}{R_{TOT}} = \frac{\omega_0 L}{R_x} = \frac{1}{R_x \omega_0 (C + C_d)} = \frac{1}{R_x \omega_0 C} \frac{C}{C + C_d} = Q_e \cdot \frac{C}{C + C_d}$$

Anche in questo caso, quindi, siamo in grado di effettuare la correzione sulla nostra misura, a patto ovviamente di poter misurare  $C_d$ . Questa misura può essere fatta, in modo molto semplice, con lo stesso dispositivo: in primo luogo, poniamo  $C$  al suo massimo valore  $C_{max}$ ; in secondo luogo, variamo la frequenza dell'oscillatore fino ad ottenere la condizione di risonanza (che sarà indicata dal voltmetro elettronico). Tale risonanza sarà alla frequenza

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \omega_0 = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{L(C_{max} + C_d)}}$$

Adesso supponiamo di modificare il valore di  $C$ , passando al valore  $C'$  tale da ottenere risonanza alla frequenza

$$f'_0 = \frac{1}{2\pi} \omega'_0 = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{L(C' + C_d)}}$$

Combinando le due espressioni appena ottenute, troviamo facilmente che  $C_d$  può essere calcolata semplicemente a partire da  $C_{max}$  e  $C'$ : risulta infatti

$$\boxed{C_d = \frac{C_{max} - 4C'}{3}}$$

Un'ultima causa di errore è dovuta alla presenza di una induttanza residua o parassita dello strumento, generalmente dell'ordine di  $0.015 \mu\text{H}$ . Questa può dare errori anche rilevanti nel caso in cui anche l'induttanza della bobina è molto piccola.

## MISURATORI DI IMPEDENZE

Data una impedenza generica  $z=R+jX$ , spesso se ne vuol conoscere sia la parte resistiva  $R$  sia la parte reattiva  $X$ . Questo tipo di misura è eseguita ricorrendo a strumenti in grado di fornire il risultato in forma polare, cioè in termini di modulo  $|z|$  e fase  $\varphi$  dell'impedenza:

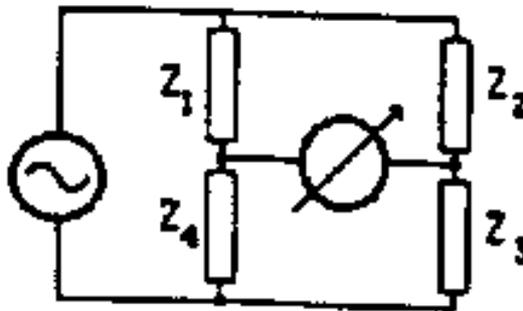
$$|z| = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$\varphi = \langle z = \arctan \frac{X}{R}$$

I misuratori di impedenze possono essere **ponti in corrente alternata** oppure **strumenti vettoriali**.

### *Ponti in corrente alternata*

Nella prossima figura è illustrato un ponte in corrente alternata:



Lo scopo di un simile circuito, alimentato da una sinusoide ad una determinata frequenza, è quello di equilibrare il ponte: infatti, le condizioni di equilibrio (che si raggiungono quando il galvanometro segna un valore nullo di corrente) dicono che

$$|z_1| \cdot |z_3| = |z_2| \cdot |z_4|$$

$$\varphi_1 + \varphi_3 = \varphi_2 + \varphi_4$$

In base a queste due relazioni, la conoscenza di 3 impedenze consente la determinazione della quarta (quella appunto incognita).

### Ponte universale

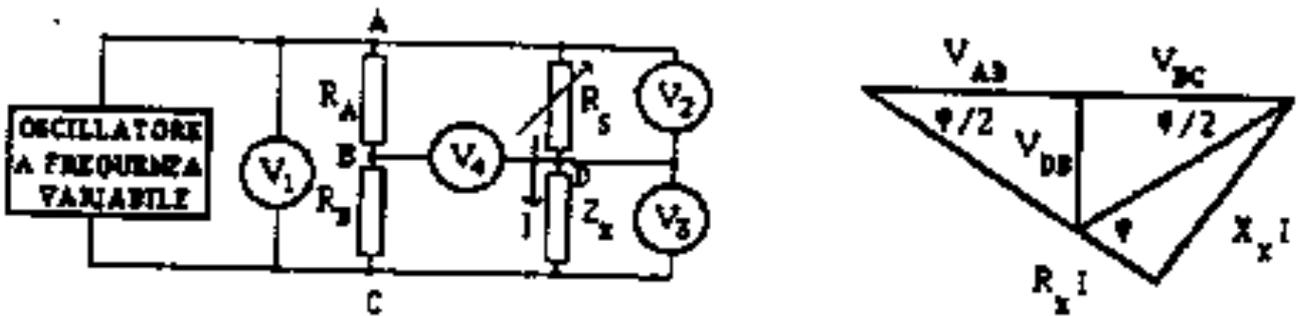
Uno dei più utili e versatili misuratori di impedenze è rappresentato dal cosiddetto ponte universale, costituito da una serie di componenti che possono essere connessi in modo diverso a formare numerose configurazioni a ponte. Gli strumenti basati su ponte universale consentono misure di resistenze sia in corrente continua sia in corrente alternata, di induttanze (con l'eventuale fattore di qualità  $Q$ ) e di capacità (con l'eventuale fattore di dissipazione).

Le misure effettuate con questi strumenti sono molto accurate, ma anche complesse da eseguire (richiedono tempo ed esperienza): il motivo è essenzialmente nel fatto che il raggiungimento della condizione di equilibrio del ponte richiede diverse manovre su almeno due dei componenti.

### Strumenti vettoriali

Quando si vuole conoscere il comportamento di induttori o condensatori in un ampio campo di frequenze (specie per quelle elevate), si ricorre generalmente ai cosiddetti **misuratori vettoriali di impedenza**. Si tratta di strumenti elettronici basati ancora una volta sull'equilibrio di ponti.

Al solo scopo di comprendere come si possano realizzare questi strumenti, consideriamo il seguente schema di principio, cui è affiancato il diagramma vettoriale delle diverse tensioni in gioco:



L'impedenza incognita è  $Z_X$  e la tensione ai suoi capi è misurata al voltmetro  $V_3$ . Sono inoltre presenti altri 3 voltmetri, per la misura di altrettante tensioni.

I resistori  $R_A$  ed  $R_B$  sono scelti uguali ed autoinduttivi. Trascurando, in prima approssimazione, la piccola corrente assorbita dal voltmetro  $V_4$ , possiamo ritenere che essi siano in serie e che lo siano anche l'impedenza incognita  $Z_X$  e la resistenza variabile  $R_S$ . Allora, possiamo variare  $R_S$  in modo che i voltmetri  $V_2$  e  $V_3$  indichino la stessa tensione. Se questo avviene, ci sarà la coincidenza tra  $R_S$  ed il modulo di  $Z_X$ , che quindi potrà essere valutato.

Per valutare, invece, l'argomento  $\phi$  dell'impedenza incognita, basta considerare il diagramma vettoriale delle tensioni e applicare semplici regole geometriche:

$$\phi = 2 \arctan \frac{V_{BD}}{V_{AB}} = 2 \arctan \frac{2V_4}{V_1}$$

In questo caso, quindi, basta una lettura dei voltmetri e l'applicazione di una formula matematica per il calcolo di  $\phi$ .

## RILEVATORI DI ZERO

Abbiamo già parlato in precedenza dei metodi di misura detti **metodi di zero**: in tali metodi, la misura può essere compiuta solo quando un determinato strumento di misura (per esempio il galvanometro nel ponte di Wheatstone) fornisce una indicazione nulla sul proprio display. Per questi metodi, quindi, serve una **rivelatore di zero**, in grado evidenziare che tra due punti del circuito non ci sia alcuna differenza di potenziale.

Ci sono due possibili rivelatori di zero: un voltmetro con elevata resistenza interna oppure, dualmente, un amperometro con bassissima resistenza interna. La scelta dipende dalle particolari condizioni in cui il rivelatore va inserito.

Nel caso di **metodi di zero in corrente continua** (come la citata misura di resistenza tramite il ponte di Wheatstone), uno strumento molto usato è il **galvanometro**, che risulta sensibile anche a frazioni di microampere.

Attualmente, invece, è diventato molto comune amplificare elettronicamente il segnale, in modo che la sensibilità dei comuni strumenti indicatori risulta sempre idonea a rilevare, con buona accuratezza, la condizione di zero. L'amplificatore usato in queste applicazioni può essere sia di tipo differenziale sia un banale comparatore, tipicamente realizzato tramite OP-AMP: in entrambi i casi, è richiesto un **CMRR** molto elevato, non inferiore a  $10^4$ . Tra l'altro, l'uso di un amplificatore differenziale risolve il problema della messa a terra del rivelatore di zero, problema particolarmente sentito nei ponti in corrente alternata.

All'uscita dell'amplificatore elettronico vengono generalmente posti voltmetri elettronici oppure oscilloscopi. In alcuni casi, è perfino usata una **cuffia telefonica**, che rende la sensibilità del metodo legata alle caratteristiche auditive dell'operatore.

Autore: **SANDRO PETRIZZELLI**  
e-mail: [sandry@iol.it](mailto:sandry@iol.it)  
sito personale: <http://users.iol.it/sandry>  
succursale: <http://digilander.iol.it/sandry1>