

Appunti di Misure Elettriche

Effetti di carico

Introduzione	1
Voltmetro e amperometro	1
Studio degli effetti di carico per una misura di tensione	2
<i>Caso particolare: misura di tensione con impedenza interna del circuito resistiva</i>	5

INTRODUZIONE

Vogliamo qui studiare la prima sorgente di errore nelle misure sui circuiti elettrici: l'**effetto di carico** (a volte chiamato **consumo** dello strumento). Il semplice concetto di base è il seguente: *in moltissimi casi (non sempre però) la grandezza elettrica da misurare è apprezzabilmente diversa a strumento collegato rispetto a quando lo strumento è scollegato.*

Considereremo due classi fondamentali di strumenti:

- strumenti per **misure a regime**, sia di tensione sia di corrente (**multimetro**)
- strumenti per l'esame di **forme d'onda generiche**, solo di tensione (**oscilloscopio**).

In effetti, non distinguiamo semplicemente tra misure a regime e su forme d'onda generiche, ma consideriamo quattro casi fondamentali:

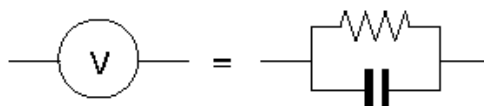
- 1) misure in **corrente continua**;
- 2) misure in **regime sinusoidale**;
- 3) misure in **regime periodico non sinusoidale**;
- 4) misure in **transitorio**;

Ai fini dei problemi di effetto di carico, i casi 3) e 4) sono equivalenti tra loro

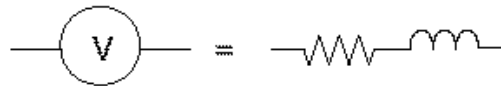
VOLTMETRO E AMPEROMETRO

Cominciamo a caratterizzare il **voltmetro**, ossia lo strumento che usiamo per la misura della tensione. Distinguiamo due distinti dispositivi:

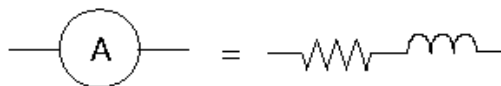
- un **voltmetro elettronico** ha un modello elettrico rappresentato da una resistenza (di valore elevato) in parallelo ad una capacità (di valore piccolo):



- un **voltmetro analogico passivo** ha invece un modello elettrico rappresentato da una resistenza (sempre di valore elevato) in serie ad una induttanza (di valore medio):

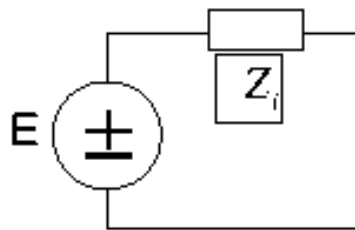


Per quanto riguarda, invece, un **amperometro**, da usare per la misura di correnti, il modello elettrico è lo stesso sia che si tratti di uno strumento elettronico sia che si tratti di uno strumento passivo: si ha sempre una resistenza (di valore piccolo) in serie ad una induttanza (il cui valore è minore negli strumenti elettronici):



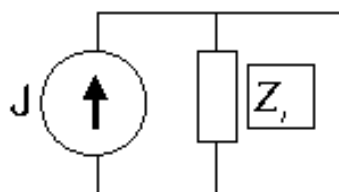
STUDIO DEGLI EFFETTI DI CARICO PER UNA MISURA DI TENSIONE

Supponiamo adesso di dover compiere una **misura di tensione** su un circuito. Il modello elettrico del **circuito sotto misura** è il seguente:



In questo schema, **E** è la tensione da misurare, mentre **Z_i** rappresenta l'impedenza interna del circuito.

In modo del tutto analogo, per una misura di corrente, avremo il seguente modello elettrico del circuito sotto misura:



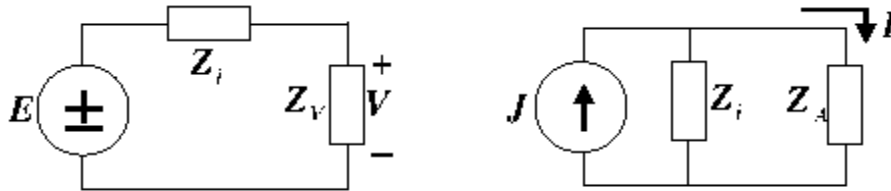
Anche in questo caso, **J** è la corrente da misurare, mentre **Z_i** è l'impedenza interna del circuito (in realtà, in questo caso ci conviene far riferimento all'ammettenza interna del circuito, ossia **Y_i=1/Z_i**).

Il valore di **Z_i** dipende dal regime in cui ci troviamo:

- se stiamo effettuando una misura in corrente continua, **Z_i** è solo una **resistenza** (quindi un numero reale);
- se stiamo effettuando una misura in regime sinusoidale, allora **Z_i** è una classica **impedenza** (quindi un numero complesso, dotato di modulo e fase);

- se invece siamo in regime periodico (non sinusoidale) oppure in transitorio, allora Z_i è una funzione complessa della frequenza (si parla di **impedenza operativa**).

Per compiere la misura, dobbiamo inserire lo strumento, tramite appositi morsetti, all'interno del circuito sotto misura, per cui andiamo a modificare il circuito stesso, introducendo gli **effetti di carico** di cui si è parlato all'inizio. Gli schemi fondamentali, per valutare gli effetti di carico in una misura di tensione ed in una di corrente, sono i seguenti:



Per la misura di tensione, abbiamo inserito una impedenza Z_v , ai capi della quale si va a localizzare una tensione V evidentemente diversa dalla tensione E da misurare.

Analogamente, per la misura di corrente abbiamo inserito una impedenza Z_A , nella quale prende a scorrere una corrente I evidentemente diversa dalla corrente J da misurare.

Quindi, *dopo il collegamento elettrico dello strumento, la grandezza elettrica (corrente o tensione) da misurare cambia.*

Tra l'altro, dobbiamo notare che V ed I sono solo la tensione e la corrente che si presentano all'ingresso dello strumento; non essendo quest'ultimo uno *strumento ideale* (a causa sia di **errori statici** sia di **errori dinamici**), le misure che esso potrà fornire daranno sicuramente un valore a sua volta diverso da V e da I . In altre parole, l'effetto di carico è solo la prima fonte di errore e va semplicemente ad aggiungersi a tutte le altre.

Si capisce immediatamente che l'effetto di carico determina un errore di tipo sistematico, che cioè si presenta, per misure ripetute di una stessa quantità (nelle stesse condizioni operative), sempre con lo stesso segno e la stessa ampiezza.

I circuiti prima disegnati ci consentono di valutare facilmente il suddetto errore sistematico, inteso semplicemente come la differenza tra misura (V oppure I) e valore vero (E oppure J):

- effetto di carico per la misura di tensione:

$$\text{errore assoluto} \rightarrow e_v = V - E = \frac{Z_v}{Z_v + Z_i} E - E = -\frac{Z_i}{Z_v + Z_i} E$$

$$\text{errore relativo} \rightarrow e_{rV} = \frac{e_v}{E} = -\frac{Z_i}{Z_v + Z_i}$$

- effetto di carico per la misura di corrente:

$$\text{errore assoluto} \rightarrow e_A = I - J = \frac{Y_A}{Y_A + Y_i} J - J = -\frac{Y_i}{Y_A + Y_i} J$$

$$\text{errore relativo} \rightarrow e_{rA} = \frac{e_A}{J} = -\frac{Y_i}{Y_A + Y_i}$$

Ciò che salta immediatamente agli occhi è che l'errore sistematico è negativo in entrambi i casi, il che significa che la misura è in entrambi i casi più piccola del valore vero.

Nel caso della misura di tensione, si nota che l'impedenza Z_V dello strumento deve essere grande rispetto a quella del circuito: infatti, per semplice ispezione del circuito disegnato prima, si nota che, per $Z_V \gg Z_i$, la gran parte della tensione E si ripartisce sull'impedenza dello strumento e quindi la misura V risulta molto prossima al valore vero. In termini analitici, se $Z_V \gg Z_i$, scriviamo che $Z_V + Z_i \cong Z_V$, da cui scaturisce che

$$V = \frac{Z_V}{Z_V + Z_i} E \cong \frac{Z_V}{Z_V} E = E.$$

Questo spiega per quale motivo il voltmetro è costituito sostanzialmente da una impedenza di valore elevato.

Analogamente, per la misura di corrente, l'ammettenza Y_A dello strumento deve essere grande rispetto a quella $Y_i (=1/Z_i)$ del circuito: infatti, per $Y_A \gg Y_i$, la gran parte della tensione J da misurare si ripartisce proprio sull'ammettenza dello strumento. In termini analitici, se $Y_A \gg Y_i$, scriviamo che $Y_A + Y_i \cong Y_A$, da cui scaturisce che

$$I = \frac{Y_A}{Y_A + Y_i} J \cong \frac{Y_A}{Y_A} J = J.$$

Questo spiega per quale motivo l'amperometro è costituito sostanzialmente da una impedenza di valore piccolo.

Ci sono d'altra parte alcune considerazioni da fare:

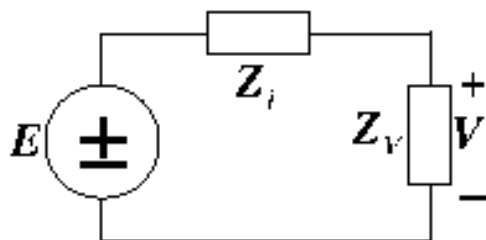
- se stiamo effettuando misure in corrente continua, le impedenze sono in realtà delle resistenze, per cui nelle formule entrano solo numeri reali e quindi l'effetto di carico consiste in una effettiva riduzione della tensione o della corrente rispetto alla realtà;
- se siamo invece in regime sinusoidale, le impedenze sono dei numeri complessi, per cui possiamo aspettarci sia una riduzione sia uno sfasamento della quantità misurata rispetto a quella vera; in realtà, ci sono anche casi particolari in cui l'ampiezza del segnale misurato aumenta rispetto al segnale vero: questo accade quanto intervengono delle reattanze di segno opposto (fenomeni di risonanza);
- per misure in tutte le altre possibili condizioni, l'effetto di carico si traduce, in generale, in una deformazione del segnale; in particolare, si parla di **distorsione lineare**.

Questi discorsi mostrano comunque che un obiettivo importante da perseguire sempre è quello di rendere gli effetti di carico trascurabili o quanto meno correggibili¹.

¹ Ricordiamo che gli errori sistematici, proprio per il fatto di non essere di natura aleatoria), sono spesso suscettibili di correzioni; l'unico problema è che tali correzioni presuppongono l'adozione di modelli matematici che non saranno mai perfetti, per cui nemmeno le correzioni potranno essere perfette.

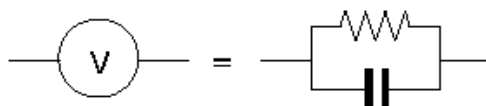
Caso particolare: misura di tensione con impedenza interna del circuito resistiva

Consideriamo ancora una misura di tensione, per cui facciamo riferimento allo schema di misura seguente:



Mettiamoci nel caso particolare in cui l'impedenza interna Z_i del circuito è resistiva, per cui la indichiamo con R_i .

Per quanto riguarda, invece, il voltmetro, adottiamo il modello del **voltmetro elettronico**, che prevede una resistenza R_v (grande) in parallelo ad una capacità C_v (piccola):



Vogliamo ricavare la tensione V ai capi del voltmetro in funzione della tensione E di misura. In particolare, ci mettiamo nel **dominio di Laplace**, per cui sostanzialmente dobbiamo ricavare la seguente funzione di trasferimento:

$$H_{VE}(s) = \frac{V(s)}{E(s)}$$

dove quindi $E(s)$ si comporta da ingresso e $V(s)$ da uscita.

La relazione tra queste due quantità si ricava facilmente per ispezione del circuito e utilizzando le classiche tecniche di analisi dei circuiti nel dominio di Laplace. In primo luogo, applichiamo il partitore della tensione $E(s)$ su Z_v :

$$V(s) = \frac{Z_v}{Z_v + Z_i} E(s) = \frac{Z_v}{Z_v + R_i} E(s)$$

Inoltre, teniamo conto che l'impedenza del voltmetro è il parallelo tra R_v e C_v , per cui vale

$$Z_v = \frac{1}{Y_v} = \frac{1}{\frac{1}{R_v} + sC_v} = \frac{R_v}{1 + sR_v C_v}$$

Sostituendo nell'espressione di $V(s)$, abbiamo che

$$V(s) = \frac{Z_v}{Z_v + R_i} E(s) = \frac{\frac{R_v}{1 + sR_v C_v}}{\frac{R_v}{1 + sR_v C_v} + R_i} E(s) = \frac{R_v}{R_v + R_i(1 + sR_v C_v)} E(s)$$

Questa espressione può anche essere riscritta nel modo seguente:

$$V(s) = \frac{R_v}{R_v + R_i} \frac{1}{1 + s \frac{R_i R_v}{R_i + R_v} C_v} E(s)$$

Il termine $\frac{R_i R_v}{R_i + R_v} C_v$ ha evidentemente le dimensioni di una **costante di tempo**, per cui lo indichiamo con τ , in modo da concludere che

$$V(s) = \frac{R_v}{R_v + R_i} \frac{1}{1 + s\tau} E(s)$$

Questa espressione ci serve a mostrare quello che ci interessa:

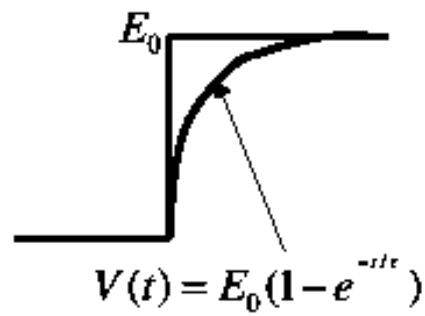
- il termine $\frac{R_v}{R_v + R_i}$ è un partitore resistivo che porta in conto l'attenuazione subita dal segnale misurato rispetto a quello vero; questo termine è chiaramente l'unico presente se siamo in regime stazionario (misura in corrente continua); nell'ipotesi che R_i sia sufficientemente più piccola di R_v , questo termine di attenuazione risulta praticamente unitario;
- il termine $\frac{1}{1 + s\tau}$ è invece la tipica funzione di trasferimento di un sistema del primo ordine, avente una costante di tempo τ : in base all'espressione di τ , si nota che essa è tanto più grande (cioè la risposta è tanto più lenta) quanto maggiore è R_i .

Quindi, a conferma di quanto detto prima, per misure in corrente continua registriamo solo una attenuazione di un fattore $\frac{R_v}{R_v + R_i}$, mentre invece in regime sinusoidale osserviamo anche uno sfasamento (funzione della frequenza); tale sfasamento di solito non ha grande importanza, anche se ci sono dei casi (come le misure di potenza attiva e reattiva) in cui è determinante.

Per tutti gli altri regimi (incluso quello periodico non sinusoidale), avremo la già citata **distorsione lineare**. Un tipico segnale usato per apprezzare la distorsione lineare è l'onda quadra (o comunque il gradino ripido), la cui caratteristica è notoriamente quello di avere uno spettro di frequenza molto esteso:



Questa onda quadra viene trasformata, dall'effetto di carico, in una tipica risposta del primo ordine, che consiste in un andamento esponenziale con assegnata costante di tempo τ :



Questa distorsione falsa sia le misure a regime (come ad esempio le misure di valor medio, di valore efficace e così via) sia le misure durante il transitorio (ad esempio quelle del tempo di salita).

Naturalmente, tutto il discorso appena fatto può essere facilmente dualizzato per la **misura di corrente** in un circuito in cui l'ammettenza interna è reale (per cui è una conduttanza).

Autore: **SANDRO PETRIZZELLI**
e-mail: sandry@iol.it
sito personale: <http://users.iol.it/sandry>
succursale: <http://digilander.iol.it/sandry1>