

Appunti di "FISICA TECNICA"

Capitolo 11 - Trasmissione del calore

Il "calore"	2
Introduzione alla trasmissione di calore	3
Limiti della termodinamica classica.....	3
Modalità di trasmissione del calore.....	4
<i>Conduzione</i>	4
<i>Irraggiamento</i>	5
<i>Convezione</i>	5
Regime stazionario e non stazionario.....	6
Leggi fondamentali dello scambio termico	7
Introduzione.....	7
Conduzione: Postulato di Fourier.....	7
<i>Esempio: flusso stazionario attraverso una parete piana</i>	9
Irraggiamento.....	12
Convezione	14
Meccanismi combinati di scambio termico	16
<i>Coefficiente globale di scambio termico</i>	18
Analogia tra flusso termico e flusso elettrico	19
<i>Esempio</i>	20

IL "CALORE"

Il **calore** è una forma di energia trasferita da un corpo (o da un sistema) ad un altro di temperatura differente. Si tratta perciò di *energia in transito* e non è una entità contenuta nei corpi.

I fenomeni termici sono interpretati alla luce delle conoscenze sulla struttura atomica e particellare della materia: gli atomi e le molecole dei corpi sono incessantemente animati da un moto caotico (agitazione termica) che determina la temperatura. Riscaldare un corpo significa intensificarne l'agitazione termica, aumentando l'energia cinetica media (cioè connessa al movimento) dei suoi atomi o delle sue molecole; raffreddarlo significa ridurla.

La somma delle energie cinetiche degli atomi e delle molecole e di quelle dei loro rispettivi legami interatomici o intermolecolari costituisce la cosiddetta **energia termica**, quella componente dell'energia interna dei corpi che è direttamente trasferibile sotto forma di calore.

Anche in assenza di scambi energetici con l'esterno, l'energia termica di un sistema può variare in seguito a processi che comportano la conversione di energia interna (potenziale) dei legami chimici o nucleari in energia di agitazione termica o viceversa: questo avviene, ad esempio, durante le reazioni chimiche o durante le reazioni nucleari. Oltre alla dilatazione termica, gli effetti più notevoli del trasferimento di calore sono l'innalzamento della temperatura ed i cambiamenti di stato.

In quanto forma di energia, il calore, nel SI, viene misurato in **joule** (J). Per lungo tempo è stata però utilizzata come unità di misura la **caloria** (cal), definita come la *quantità di calore necessaria a portare la temperatura di 1 g di acqua distillata da 14.5°C a 15.5°C (a pressione standard)*. Il fattore di conversione tra le due unità di misura è il seguente:

$$1 \text{ cal} = 4.1855 \text{ J}$$

$$1 \text{ J} = 0.2388 \text{ cal}$$

Riepiloghiamo infine le principali grandezze che definiscono **quantità di calore**:

- **calore specifico**: quantità di calore da fornire all'unità di massa di un corpo per variare di 1°C la sua temperatura. Per i gas, sappiamo già che il calore specifico ha un valore diverso se misurato a pressione costante (c_p) o a volume costante (c_v). Il prodotto tra calore specifico di un corpo e massa del corpo stesso prende il nome di **capacità termica** del corpo;
- **calore latente**: quantità di calore da fornire all'unità di massa di un corpo dall'inizio alla fine di un suo passaggio di stato (fusione, evaporazione/ebollizione, sublimazione). E' anche la quantità di calore estraibile dall'unità di massa durante il passaggio di stato opposto: ad esempio, il *calore latente di fusione* ha lo stesso valore assoluto (mentre il segno è opposto) del *calore latente di solidificazione*;
- **calore di reazione**: quantità di calore sviluppata o assorbita durante una reazione chimica. Esso ha un valore diverso se misurato a pressione costante o a volume costante. Un caso particolare è il **calore di combustione**, che è la quantità di calore sviluppata dalla combustione completa dell'unità di massa di una sostanza.

INTRODUZIONE ALLA TRASMISSIONE DI CALORE

Si verifica una **trasmissione di calore** o quando esiste un gradiente di temperatura all'interno di un sistema oppure quando due sistemi a temperatura diversa vengono posti in contatto. Il processo mediante il quale avviene lo scambio di energia è appunto noto come **trasmissione di calore**. La grandezza in transito (il **calore** appunto) non può essere misurata o osservata, ma possono essere osservati e misurati gli effetti da essa prodotti. Il calore, così come il lavoro, comporta una variazione dell'energia interna di un sistema.

La branca della scienza che si occupa delle relazioni tra il calore e le altre forme di energia è la **termodinamica**, basata sui noti due principi:

- il **primo principio della termodinamica** afferma sostanzialmente che *l'energia non può essere creata né distrutta, ma solo trasformata da una forma all'altra: questo principio governa quantitativamente ogni trasformazione di energia*, ma non pone alcuna restrizione al verso della trasformazione;
- il **secondo principio della termodinamica** afferma invece che *non è possibile alcuna trasformazione il cui unico risultato sia il passaggio di calore da una regione a temperatura minore verso una regione a temperatura maggiore*.

Tutti i processi di trasmissione del calore comportano lo scambio e la conversione di energia e devono quindi obbedire al primo ed al secondo principio della termodinamica.

Limiti della termodinamica classica

E' bene osservare una cosa: la termodinamica classica non si occupa dei dettagli di un processo, ma piuttosto degli *stati di equilibrio* e delle loro relazioni; i procedimenti di analisi usati in termodinamica sono puramente ideali, utili solo per dare informazioni sugli stati di equilibrio. Possiamo fare un esempio concreto: da un punto di vista termodinamico, la quantità di calore scambiata durante un processo è semplicemente uguale alla differenza tra la variazione di energia del sistema ed il lavoro compiuto (*primo principio della termodinamica*). E' evidente che, in questo tipo di analisi, non si considera né il meccanismo di scambio termico né il tempo da esso richiesto. Il motivo di questo limite dell'analisi termodinamica è uno solo: **l'assenza del tempo** tra le variabili.

Da un punto di vista ingegneristico, il problema essenziale, in presenza di trasmissione di calore, è la determinazione della **potenza termica trasmessa** per una determinata differenza di temperatura ΔT : infatti, le dimensioni delle *caldaie*, dei *radiatori*, dei *refrigeratori* e degli *scambiatori di calore* dipendono non solo dalla quantità di calore scambiata, ma soprattutto dalla velocità alla quale il calore deve essere scambiato nelle condizioni assegnate. Diventa dunque fondamentale la variabile **tempo**.

Il buon funzionamento dei componenti di un impianto dipende spesso dalla possibilità di raffreddare alcune parti metalliche, asportando continuamente e velocemente calore dalla superficie. Anche nel progetto di *macchine elettriche*, di *trasformatori* e di *cuscinetti* bisogna fare uno studio dello scambio termico per evitare il surriscaldamento ed il danneggiamento delle apparecchiature. Questi esempi mostrano che in *quasi tutti i campi dell'ingegneria* sia incontrano problemi di scambio

termico che non possono essere risolti dalla sola termodinamica, ma richiedono uno studio basato sulla trasmissione del calore.

Nella trasmissione del calore, poiché è quasi impossibile descrivere esattamente i fenomeni fisici, occorre fare alcune approssimazioni per tradurre un problema in una equazione risolvibile.

necessarie ulteriori approssimazioni.

Capita anche che alcune proprietà fisiche, come tipicamente la _____ o la *viscosità* cambino con la temperatura, il che rappresenta una evidente complicazione matematica; d'altra parte, **valori medi** per tali proprietà fisiche, i calcoli possono risultare molto

MODALITÀ DI TRASMISSIONE DEL CALORE

Lo "scambio termico" può essere semplicemente definito come la trasmissione di energia da una regione ad un'altra, dovuta ad una differenza di temperatura¹. Lo scambio termico non è regolato da un'unica relazione, ma piuttosto da una combinazione di diverse leggi fisiche indipendenti.

La letteratura sullo scambio termico distingue, in genere, tre differenti modalità di trasmissione del calore:

- **conduzione**
- **irraggiamento**
- **convezione**

In effetti, *solo i primi due dovrebbero essere classificati come processi di scambio termico, in quanto solo essi dipendono dalla semplice esistenza di una differenza di temperatura. La convezione, invece, non è rigorosamente conforme alla definizione di scambio termico, in quanto essa dipende anche dal trasporto di materia: d'altra parte, dato che la convezione comporta comunque la trasmissione di energia da regioni a temperatura superiore verso regioni a temperatura inferiore, è invalsa l'espressione "scambio termico per convezione".*

E' bene sottolineare che, nella maggior parte dei fenomeni naturali, il calore fluisce secondo più meccanismi contemporaneamente. E' dunque molto importante saper valutare l'importanza relativa delle varie forme di trasmissione del calore, poiché nella pratica, quando un meccanismo è predominante, possono effettuarsi utili approssimazioni trascurando gli altri.

Conduzione

La **conduzione** è un processo mediante il quale il calore fluisce da una regione a temperatura maggiore verso una regione a temperatura minore attraverso un solo mezzo (solido, liquido o aeriforme) o attraverso mezzi diversi posti a diretto contatto fisico. Nella conduzione, l'energia si trasmette per contatto diretto tra le molecole, senza che queste si spostino sensibilmente.

¹ Ricordiamo, a tal proposito, che, durante lo studio della termodinamica, abbiamo definito come **calore** quella energia che un sistema scambia a seguito di una differenza di temperatura, mentre il **lavoro** è energia che il sistema scambia per tutte le possibili cause diverse da una differenza di temperatura.

Quando le molecole di una regione acquistano energia cinetica media maggiore di quella delle molecole di una regione adiacente, come indicato da una differenza ΔT di temperatura, le molecole ad energia maggiore cedono parte di questa energia alle molecole della regione a temperatura minore. Uno scambio di energia di questo tipo può avvenire in vari modi: ad esempio, nei fluidi avviene per *urto elastico*, mentre nei metalli avviene per *diffusione* (cioè *movimento*) degli elettroni più veloci da regioni a temperatura maggiore verso regioni a temperatura minore. Ad ogni modo, *a prescindere dall'esatto meccanismo, l'effetto rilevabile della conduzione è sempre un livellamento della temperatura*. Ovviamente, se, con addizioni o sottrazioni di calore in punti diversi, vengono mantenute delle differenze di temperatura, si stabilisce un flusso continuo di calore dalla regione più calda a quella più fredda.

La conduzione è il solo meccanismo con cui il calore può propagarsi nei solidi opachi. Esso è anche importante nei fluidi, ma, nei mezzi non solidi in generale, essa è solitamente associata alla convezione e, in alcuni casi, anche all'irraggiamento.

Irraggiamento

L'irraggiamento è un processo mediante il quale il calore fluisce da un corpo a temperatura maggiore verso un corpo a temperatura minore, quando i due corpi non sono a contatto, anche se tra di essi c'è il vuoto. Notiamo dunque subito una differenza con la conduzione: in quel caso parlavamo di *contatto diretto* tra i corpi a diversa temperatura, mentre in questo caso non ci deve essere contatto, ma deve esserci un mezzo (al più il vuoto) di separazione.

E' bene sottolineare che il termine irraggiamento si riferisce, in generale, ad un qualunque fenomeno di propagazione di onde elettromagnetiche. Dal punto di vista dello scambio termico, interessano invece solo quei fenomeni dipendenti dalla temperatura, i quali consentono il trasporto di energia attraverso un mezzo trasparente o attraverso il vuoto. L'energia così scambiata prende il nome di **calore irraggiato**.

Tutti i corpi emettono continuamente calore per irraggiamento e l'intensità dell'emissione dipende dalla temperatura e dalla natura della superficie. L'energia raggiante viaggia alla *velocità della luce*² e presenta una fenomenologia simile a quella delle radiazioni luminose: infatti, secondo la **teoria elettromagnetica**, la luce e l'irraggiamento termico differiscono solo per le rispettive lunghezze d'onda.

Il calore irraggiato è emesso da un corpo sotto forma di quantità discrete di energia dette quanti. La trasmissione del calore irraggiato è simile alla propagazione della luce e può essere perciò descritta mediante la **teoria delle onde**; quando le radiazioni incontrano un altro corpo, la loro energia resta assorbita in prossimità della superficie.

Lo scambio termico per irraggiamento diventa sempre più importante al crescere della temperatura di un corpo: nei problemi ingegneristici in cui le temperature siano prossime a quella atmosferica, l'irraggiamento può spesso essere trascurato.

Convezione

La **convezione** è un processo di trasporto di energia che avviene mediante *l'azione combinata della conduzione, dell'accumulo di energia e del mescolamento*. Si tratta del più importante meccanismo di scambio di energia tra una superficie solida ed un liquido o un gas (in generale, quindi, un fluido).

² che ricordiamo essere pari a circa $3 \cdot 10^8$ m/sec.

La **trasmissione di energia per convezione** da una superficie, la cui temperatura sia superiore a quella del fluido (liquido o gas) circostante, avviene in diversi stadi:

- dapprima il calore passa per conduzione dalla superficie alle particelle di fluido adiacenti, in modo tale che l'energia così trasmessa faccia aumentare l'energia interna e la temperatura delle particelle;
- tali particelle vanno poi a muoversi verso una regione del fluido a temperatura minore e si mescolano con esso cedendo parte della propria energia ad altre particelle.

Deduciamo dunque che *la convezione consta sia di un flusso di energia sia di un flusso di materia*: l'energia è cioè effettivamente immagazzinata nelle particelle ed è trasportata dal loro moto.

Questo meccanismo non dipende solo da una differenza di temperatura ed è per questo che, come già osservato, non è strettamente conforme alla definizione di trasmissione del calore. Tuttavia, l'effettiva conseguenza è sempre un trasporto di energia che, avvenendo secondo la direzione del gradiente di temperatura, è comunque classificato come un *meccanismo di scambio termico*, detto appunto **trasmissione del calore per convezione**.

E' possibile classificare due tipi di processi di trasmissione di calore per convezione, in base alla causa che determina il moto di particelle:

- si parla di **convezione libera** (o anche **naturale**) quando il moto dipende unicamente da differenze di densità dovute a gradienti di temperatura;
- si parla invece di **convezione forzata** quando il moto è indotto da qualche agente esterno (come una pompa o un ventilatore).

Sottolineiamo infine che *l'efficacia dello scambio termico per convezione dipende, in gran parte, dal moto del fluido³ a contatto con la superficie*.

REGIME STAZIONARIO E NON STAZIONARIO

Nella soluzione di problemi di trasmissione del calore, non basta individuare i meccanismi di scambio termico in gioco, ma è anche necessario stabilire se il processo avviene o meno in **regime stazionario** (detto anche **regime permanente**):

- quando la potenza termica in un sistema non varia nel tempo, la temperatura in ciascun punto non cambia e si parla perciò di **regime stazionario**: in qualsiasi punto del sistema, la potenza termica entrante è pari esattamente a quella uscente e non si ha alcuna variazione dell'energia interna;
- quando, invece, la temperatura in qualche punto varia nel tempo, allora si dice che la trasmissione del calore nel sistema avviene in condizioni di **regime non stazionario** (detto anche **regime transitorio**): poiché una variazione di temperatura sta ad indicare una variazione di energia interna, è evidente che l'accumulo di energia è tipico del flusso non stazionario.

³ Spesso, il moto del fluido è sotto il nostro diretto controllo

Un caso particolare di flusso termico transitorio si ha quando un sistema è sottoposto a variazioni cicliche della temperatura dell'ambiente che lo circonda: in questi problemi, la temperatura di ciascun punto del sistema assume periodicamente lo stesso valore ed anche la potenza termica e l'energia accumulata subiscono variazioni periodiche. Si parla in questo caso di trasmissione del calore in **regime periodico** (o anche in **regime quasi stazionario**).

Noi ci occupiamo solo del regime stazionario.

Leggi fondamentali dello scambio termico

INTRODUZIONE

Nei problemi di trasmissione del calore, bisogna esaminare le leggi fisiche e le relazioni che governano i vari meccanismi di scambio termico. Vogliamo allora effettuare un esame preliminare delle equazioni fondamentali che regolano ciascuna delle tre modalità di trasmissione del calore.

CONDUZIONE: POSTULATO DI FOURIER

La relazione fondamentale della **trasmissione del calore per conduzione** fu proposta da J.B.J. **Fourier** nel 1822. Possiamo enunciare questa relazione con riferimento alla figura seguente:

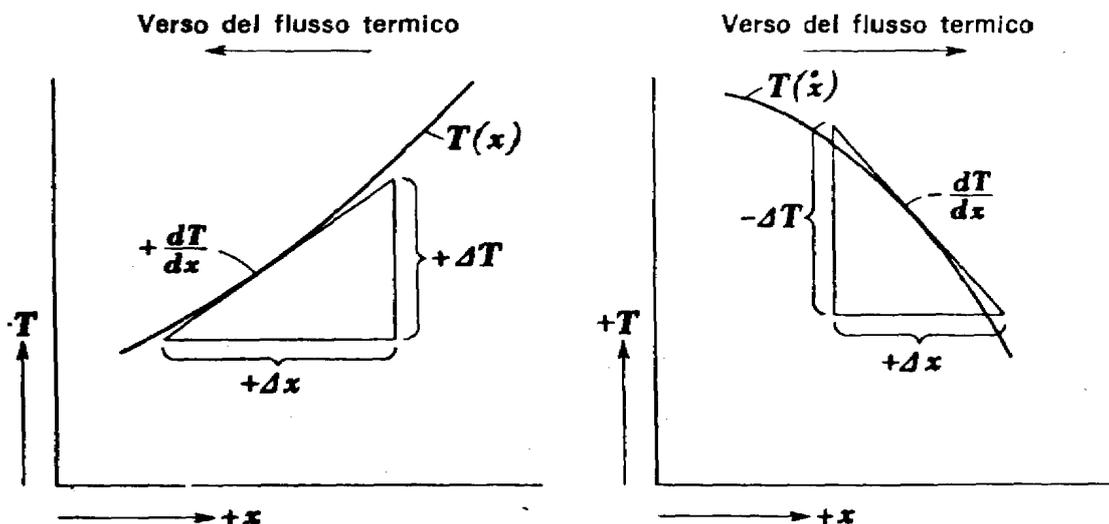


Figura 1 - Schema della convezione sui segni per la conduzione: il flusso termico va nella direzione in cui la temperatura diminuisce

Si considera qui una sezione di una superficie piana indefinita ed omogenea; si considera inoltre una coppia di assi cartesiani: in ascisse, la coordinata x indica la posizione all'interno del materiale, mentre in ordinate è riportata la temperatura. Nella figura di sinistra, si considera una temperatura che

aumenta con x e quindi un **gradiente di temperatura** dT/dx positivo; nella figura di destra, invece, la temperatura diminuisce con x , per cui il gradiente di temperatura è negativo.

Il **postulato di Fourier** afferma allora che la **potenza termica trasmessa per conduzione** in un materiale è data dalla seguente relazione analitica:

$$q_k = -kA \frac{dT}{dx} \quad \left[\frac{\text{kcal}}{\text{h}} \right]$$

Su questa relazione, che non dimostriamo, vanno fatte varie considerazioni:

- in primo luogo, il pedice "k" che compare a primo membro sta solo ad indicare che la potenza termica è trasmessa per "conduzione", mentre vedremo che si usano altri pedici per indicare l'irraggiamento o la convezione;
- a secondo membro di quella equazione compaiono i seguenti termini:
 - * k è la cosiddetta **conducibilità termica** del materiale (indicata talvolta anche con la lettera greca λ), che è un parametro caratteristico del materiale considerato;
 - * A [m^2] è l'area della sezione attraverso la quale il calore fluisce per conduzione, misurata perpendicolarmente alla direzione del flusso (coordinata x);
 - * dT/dx [$^{\circ}\text{C}/\text{m}$] è infine il gradiente di temperatura nella sezione, ossia la variazione di T rispetto alla distanza, nella direzione del flusso x .
- il segno "-" a secondo membro deriva dalla necessità di adottare una convenzione sui segni: *si conviene che il verso delle x crescenti sia il verso positivo per il flusso termico, il quale risulterà perciò negativo quando è diretto verso le x decrescenti*; allora, con riferimento alla figura, poiché (in base al 2° principio della termodinamica) il calore fluisce spontaneamente dai punti a temperatura maggiore verso quelli a temperatura minore, la potenza termica è negativa quando il gradiente di temperatura è positivo⁴ e viceversa.

La **conducibilità termica** si ricava direttamente dall'espressione di prima:

$$k = - \frac{q_k}{A(dT/dx)}$$

Essa è una proprietà del materiale e, in base all'espressione appena scritta, rappresenta evidentemente la potenza termica che passa attraverso una superficie di area unitaria con un gradiente di temperatura unitario. Le unità di misura della conducibilità termica sono le seguenti:

$$\text{Sistema Tecnico} \rightarrow \frac{\frac{\text{kcal}}{\text{h} \cdot \text{m}^2}}{^{\circ}\text{C}} \quad \text{oppure} \quad \frac{\text{kcal}}{\text{h} \cdot \text{m} \cdot ^{\circ}\text{C}}$$

⁴ Quando il gradiente di temperatura è positiva, la temperatura aumenta con la coordinata x , il che significa che le zone più calde del materiale si trovano verso le x crescenti; di conseguenza, il calore si muove da queste zone verso quelle più fredde, ossia in direzione delle x decrescenti, il che significa che il flusso termico è negativo.

$$\text{Sistema Internazionale} \rightarrow \frac{\frac{W}{m^2}}{\frac{m}{^\circ K}} = \frac{W}{m^\circ K}$$

Le conducibilità termiche dei materiali industriali, alla pressione atmosferica, variano da un minimo di 0.006 nei gas a 0.15 nei liquidi e fino a 350 per il rame. Gli ordini di grandezza della conducibilità di diversi materiali sono riportati nella tabella seguente:

Materiale	kcal/mh°C	W/m°C
Gas alla pressione atmosferica	0.006 ÷ 0.15	0.007 ÷ 0.17
Materiali isolanti	0.03 ÷ 0.18	0.034 ÷ 0.21
Liquidi non metallici	0.075 ÷ 0.6	0.087 ÷ 0.7
Solidi non metallici (mattoni, pietra, cemento)	0.03 ÷ 2	0.034 ÷ 2.3
Metalli liquidi	7.5 ÷ 70	8.7 ÷ 81
Leghe	12 ÷ 100	14 ÷ 420
Metalli puri	45 ÷ 360	52 ÷ 120

In base al valore di k si adotta la seguente classificazione: i materiali aventi un'elevata conducibilità termica sono dei **conduttori termici**, mentre quelli con bassa conducibilità termica sono **isolanti termici**.

In generale, ricordiamo inoltre che la conducibilità termica varia con la temperatura. Tuttavia, in molti problemi la variazione è talmente piccola da poter essere trascurata.

Esempio: flusso stazionario attraverso una parete piana

Vediamo subito un caso semplice di trasmissione di calore per conduzione. Consideriamo il caso di flusso a regime stazionario attraverso una parete piana:

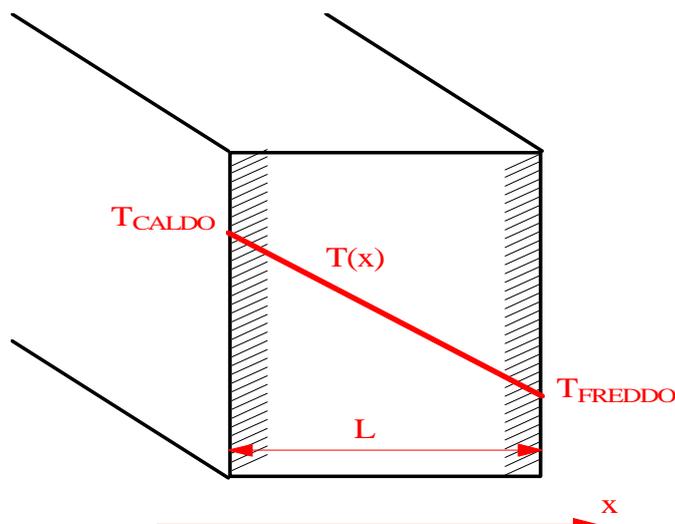


Figura 2 - Andamento della temperatura nella conduzione a regime stazionario attraverso una parete piana

Data la stazionarietà, il gradiente di temperatura e la potenza termica sono costanti nel tempo; è ovviamente costante anche la sezione trasversale A al flusso di calore. Questo permette allora di risolvere l'equazione $q_k = -kA \frac{dT}{dx}$ mediante una semplice separazione di variabili:

$$q_k dx = -kAdT \xrightarrow{\text{integrando tra i due bordi della parete}} \int_0^L q_k dx = - \int_{T_{\text{CALDO}}}^{T_{\text{FREDDO}}} kAdT \longrightarrow q_k \int_0^L dx = -kA \int_{T_{\text{CALDO}}}^{T_{\text{FREDDO}}} dT$$

Da qui possiamo dunque concludere che

$$q_k = -k \frac{A}{L} (T_{\text{FREDDO}} - T_{\text{CALDO}}) = k \frac{A}{L} (T_{\text{CALDO}} - T_{\text{FREDDO}})$$

I limiti di integrazione impiegati sono evidentemente sulla faccia sinistra ($x=0$ e $T=T_{\text{CALDO}}$) e quella destra ($x=L$ e $T=T_{\text{FREDDO}}$) della parete. L'integrazione è stata inoltre compiuta ritenendo k indipendente dalla temperatura.

L'equazione ottenuta mostra in pratica che la differenza ΔT tra la temperatura maggiore e quella minore è il potenziale che determina il flusso di calore:

$$q_k = \frac{\Delta T}{\frac{L}{Ak}} = \frac{\Delta T}{R_k}$$

In questo senso, data l'analogia con la *legge di Ohm* valida per le correnti stazionarie, il termine $R_k = \frac{L}{Ak}$ rappresenta una **resistenza termica** (misurata in $h^\circ C/kcal$ oppure in $W/^\circ C$ nel sistema SI) che la parete oppone al flusso per conduzione.

L'inverso di questa resistenza è chiaramente una **conduttanza termica** (misurata in $kcal/h^\circ C$): $G_k = \frac{Ak}{L}$. In particolare, k/L è la cosiddetta **conduttanza termica unitaria per il flusso termico conduttivo**, in quanto rappresenta la conduttanza termica per unità di area.

Vedremo che i concetti di *resistenza* e *conduttanza* sono di grande utilità nello studio di sistemi in cui si hanno contemporaneamente diverse modalità di scambio termico.

Concludiamo questo paragrafo mediante un diagramma in cui è illustrata la variazione, con la temperatura, della conducibilità termica k di solidi, liquidi e gas particolari:

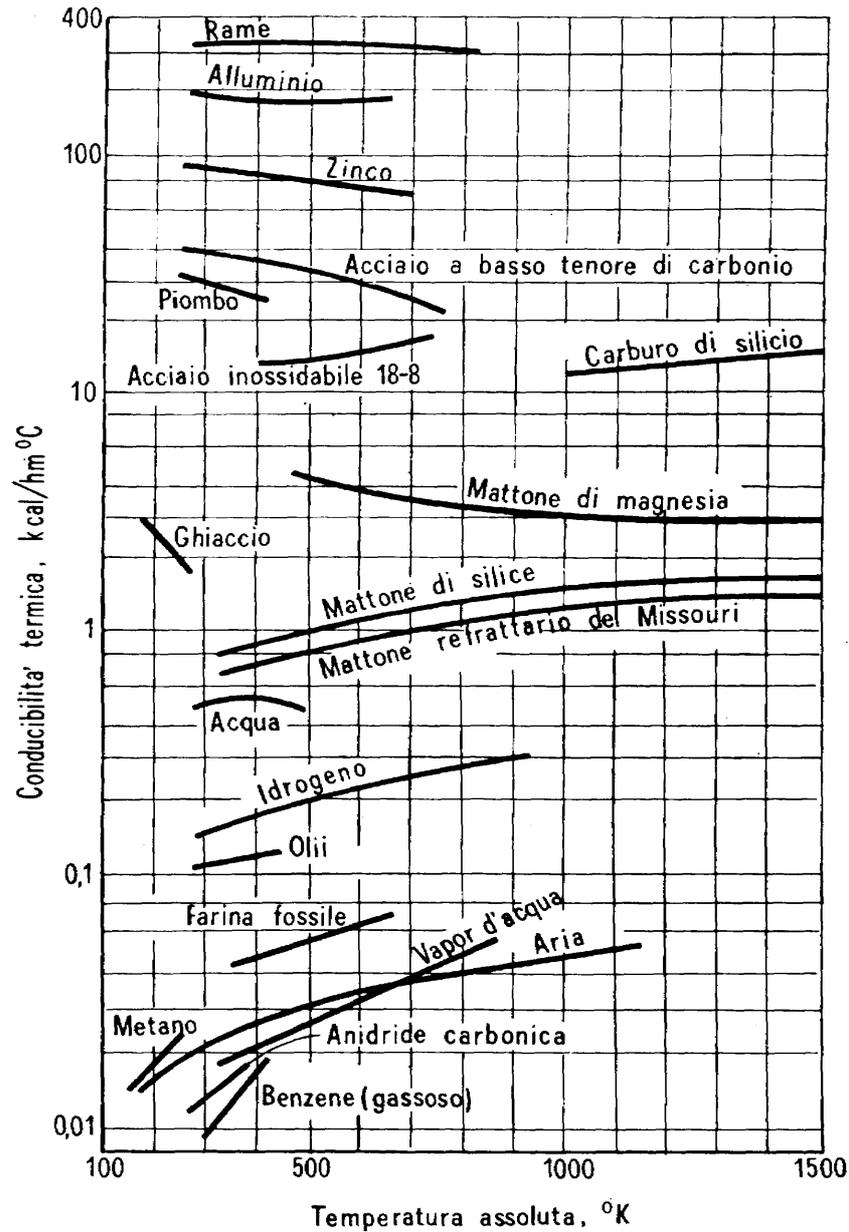


Figura 3 - Variabilità con la temperatura (in $^\circ\text{K}$) della conducibilità termica di solidi, liquidi e gas

Si nota subito che le variazioni di k con la temperatura, in diversi materiali, sono presenti ma anche estremamente contenute, da cui la possibilità di approssimare, in molte situazioni, il valore di k con una costante.

IRRAGGIAMENTO

La quantità di energia che lascia una superficie, sotto forma di **calore irraggiato**, dipende dalla temperatura assoluta e dalla natura della superficie stessa. Per esempio, un **radiatore perfetto** (detto anche **corpo nero**, come approfondiremo in seguito) emette dalla sua superficie una potenza termica q_I data da

$$q_I = \sigma A_I T_I^4 \quad \frac{\text{kcal}}{\text{h}}$$

In questa relazione compaiono i seguenti termini:

- A_I è l'area della superficie (misurata in m^2)
- T_I è la temperatura della superficie (misurata in gradi Kelvin K)
- σ è una costante adimensionale (**costante di Stefan-Boltzmann**) che vale $4.88 \cdot 10^{-8} (\text{kcal}/\text{h} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$ nel Sistema Tecnico (nel qual caso q_I è misurata in kcal/h) oppure $5.67 \cdot 10^{-8} (\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$ nel Sistema Internazionale (nel qual caso q_I è misurata in W).

L'equazione appena riportata mostra dunque che la superficie di un corpo nero, a temperatura superiore allo zero assoluto (0°K), irraggia una potenza termica proporzionale, secondo il coefficiente σA_I , alla quarta potenza della temperatura assoluta. Quindi, l'intensità dell'emissione è indipendente dalle condizioni dell'ambiente circostante.

Al contrario, *lo scambio di calore netto per irraggiamento richiede una differenza tra le temperatura superficiali dei corpi tra i quali avviene lo scambio*. Per esempio, se il corpo nero irraggia in una *cavità chiusa* che lo circonda completamente e la cui superficie è completamente nera (cioè assorbe tutta l'energia raggianti su essa incidente), la potenza termica scambiata per irraggiamento vale

$$q_I = \sigma A_I (T_I^4 - T_2^4)$$

dove T_2 è la temperatura superficiale della cavità (sempre in K).

I corpi reali non godono delle proprietà dei corpi neri, in quanto emettono radiazioni in misura minore rispetto ad essi: *nel caso in cui un corpo reale, per ogni lunghezza d'onda, emette, ad una temperatura uguale a quella del corpo nero, una frazione costante dell'energia emessa dal corpo nero, lo si definisce **corpo grigio***. La potenza termica scambiata tra un corpo grigio a temperatura T_I ed un corpo nero, che lo circonda, a temperatura T_2 , è data da

$$q_I = \sigma A_I \varepsilon_1 (T_I^4 - T_2^4)$$

dove ε_1 è la cosiddetta **emittenza della superficie grigia**, definita come il rapporto tra l'energia emessa dal corpo grigio e l'energia emessa dal corpo nero alla stessa temperatura.

Se nessuno dei due corpi è un radiatore perfetto e i due corpi stessi stanno in una qualche relazione geometrica, la potenza termica netta che essi si scambiano per irraggiamento è data da

$$q_I = \sigma A_I \mathcal{S}_{1-2} (T_I^4 - T_2^4)$$

dove \mathfrak{S}_{1-2} è evidentemente un fattore che modifica la relazione dei radiatori perfetti per tenere conto delle emittenze dei corpi in esame e della relazione geometrica tra loro.

In pratica, quindi, dalle ultime 3 relazioni si deduce che la descrizione analitica del fenomeno, in presenza di almeno un corpo che non sia nero, è formalmente analoga a quella che si ha in presenza di soli corpi neri, ma differisce per la presenza di opportuni coefficienti moltiplicativi, che tengono appunto conto della non-idealità di almeno uno dei corpi coinvolti.

In molti problemi ingegneristici, l'irraggiamento è presente insieme ad altre modalità di trasmissione del calore: in questi casi, la soluzione del problema può essere semplificata utilizzando la cosiddetta “*conduttanza termica per l'irraggiamento*” o il suo reciproco, cioè la “*resistenza termica per l'irraggiamento*”. Per definire uno qualsiasi di questi due parametri, il discorso è assolutamente analogo a quello seguito per definire gli analoghi parametri per la conduzione. Infatti, se scriviamo l'equazione dello scambio termico per irraggiamento nella forma

$$q_I = K_I (T_I - T'_2)$$

(dove T'_2 è una opportuna temperatura di riferimento, suggerita, come vedremo, dall'*equazione della convezione* che sarà in seguito discussa) e la confrontiamo con l'equazione $q_I = \sigma A_I \mathfrak{S}_{1-2} (T_I^4 - T_2^4)$, deduciamo che la **conduttanza termica per l'irraggiamento** (misurata in **kcal/h°C**) è data da

$$K_I = \frac{\sigma A_I \mathfrak{S}_{1-2} (T_I^4 - T_2^4)}{(T_I - T'_2)}$$

Osserviamo immediatamente una cosa: mentre nella conduzione la conduttanza termica K_k si poteva ritenere con buona approssimazione indipendente dalla temperatura, adesso *la dipendenza di K_I da T è molto più forte e non può quindi essere trascurata*. Questa è una ulteriore differenza tra conduzione ed irraggiamento.

Possiamo anche riferirci all'unità di area: possiamo cioè definire una **conduttanza termica unitaria per l'irraggiamento** (misurata in **kcal/m²h°C**) data evidentemente da

$$\bar{h}_I = \frac{K_I}{A_I} = \frac{\sigma \mathfrak{S}_{1-2} (T_I^4 - T_2^4)}{(T_I - T'_2)}$$

Ovviamente, il reciproco della K_I sarà una **resistenza termica per l'irraggiamento** (misurata in **h°C/kcal**):

$$R_I = \frac{(T_I - T'_2)}{\sigma A_I \mathfrak{S}_{1-2} (T_I^4 - T_2^4)}$$

Come approfondiremo più avanti, il concetto di conduttanza (o resistenza) termica consente di risolvere abbastanza agevolmente i problemi di scambio termico, sfruttando delle evidenti analogie tra il flusso termico e le correnti nei circuiti elettrici.

CONVEZIONE

Come già detto in precedenza, lo **scambio termico per convezione** consiste in pratica nella trasmissione di calore tra la superficie di contorno di un solido e un fluido adiacente ed in movimento.

La potenza termica scambiata per convezione tra la suddetta superficie ed il fluido adiacente è data dalla seguente relazione:

$$q_c = \bar{h}_c A \Delta T \quad \frac{\text{kcal}}{\text{h}}$$

Compaiono qui i seguenti termini:

- q_c è appunto la **potenza termica scambiata per convezione**, misurata in **kcal/h** nel sistema Tecnico e in W (o J/s) nel Sistema Internazionale;
- A è l'area della superficie di scambio (misurata in m^2)
- ΔT è la differenza (misurata in gradi centigradi $^{\circ}\text{C}$ nel Sistema Tecnico ed in $^{\circ}\text{K}$ nel Sistema Internazionale) tra la temperatura T_s della superficie e la temperatura T_{∞} del fluido in un punto specificato; tale punto è di solito lontano dalla superficie, in quanto si assume di considerare sempre una zona del fluido in cui il regime di temperatura NON risente della presenza della superficie di contorno del solido;
- \bar{h}_c è il valore medio della conduttanza termica unitaria per la convezione (spesso chiamata **coefficiente superficiale di scambio termico** o anche **coefficiente di scambio termico per convezione**); la sua unità di misura è $\text{kcal}/\text{hm}^2\text{C}$ nel sistema Tecnico oppure $\text{W}/\text{m}^2\text{K}$ nel Sistema Internazionale.

La valutazione del coefficiente \bar{h}_c è piuttosto complessa in quanto complesso è in generale il fenomeno della convezione. Vedremo in seguito quali sono i principali metodi di calcolo di \bar{h}_c . Per il momento, ci limitiamo a dire che *il valore numerico di \bar{h}_c in un sistema dipende dalla geometria della superficie, dalla velocità e dalle proprietà fisiche del fluido e spesso anche dalla differenza di temperatura.* Considerando che queste quantità non sono necessariamente costanti su una superficie, il coefficiente di scambio convettivo può anche variare da punto a punto. Ecco perché è necessario fare la seguente distinzione:

- il **coefficiente di scambio per convezione locale** è definito dalla relazione

$$dq_c = \bar{h}_c dA (T_s - T_{\infty})$$

- invece, il **coefficiente di scambio per convezione medio** è definito, in funzione del coefficiente locale, mediante la relazione

$$\bar{h}_c = \frac{1}{A} \iint_A h_c dA$$

Nella maggior parte delle applicazioni industriali, interessano i valori medi, ossia \bar{h}_c . Nella seguente tabella sono allora indicati, a livello orientativo, gli ordini di grandezza dei *coefficienti medi di scambio termico per convezione* che si incontrano nella pratica:

Condizione	kcal/hm ² °C	W/m ² °C
Aria, convezione libera	5 ÷ 25	6 ÷ 30
Vapore d'acqua surriscaldato o aria, convezione forzata	30 ÷ 250	30 ÷ 300
Olio, convezione forzata	50 ÷ 1500	60 ÷ 1700
Acqua, convezione forzata	250 ÷ 10000	300 ÷ 12000
Acqua, ebollizione	2500 ÷ 50000	3000 ÷ 60000
Vapore d'acqua, condensazione	5000 ÷ 100000	6000 ÷ 120000

Infine, così come abbiamo fatto anche per conduzione e irraggiamento, è possibile definire una **conduttanza termica per convezione**: usando infatti la relazione $q_c = \bar{h}_c A \Delta T$, possiamo definire tale parametro come

$$K_c = \bar{h}_c A$$

mentre il suo reciproco $R_c = \frac{1}{\bar{h}_c A}$ sarà una “**resistenza termica per convezione**”.

MECCANISMI COMBINATI DI SCAMBIO TERMICO

Nei tre paragrafi precedenti abbiamo considerato, separatamente, i tre meccanismi di trasmissione del calore. *Nella pratica, tuttavia, il calore si trasmette di solito per stadi, attraverso un certo numero di elementi diversi connessi in serie, oppure, in uno stesso elemento, esso si trasmette secondo due meccanismi in parallelo.*

Tipico esempio è quello del motore di un razzo, in cui avviene trasmissione del calore dai prodotti della combustione, attraverso una parete sottile, al fluido refrigerante che scorre in uno spazio anulare sulla faccia esterna della parete:

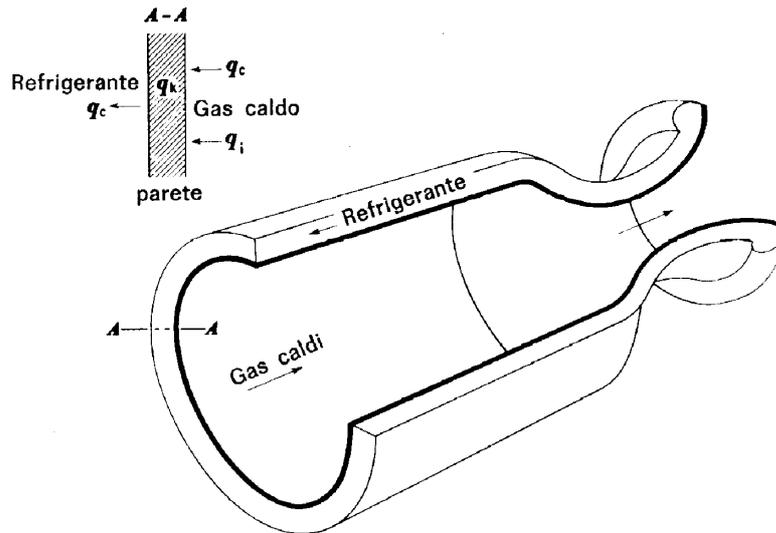


Figura 4 - Trasmissione del calore nel motore di un razzo. In alto a sinistra è illustrata una semplice schematizzazione del problema dello scambio termico in questo caso

I prodotti della combustione, essenzialmente gas, emettono e assorbono radiazioni. Nel primo elemento di questo sistema, quindi, il calore è trasmesso dal gas caldo alla superficie interna della parete del motore secondo i meccanismi di convezione e irraggiamento agenti in parallelo. La potenza termica trasmessa alla parete, ad una certa distanza dall'iniettore, sarà dunque $q = q_c + q_i$; ricordando allora le formule generali $q_c = \bar{h}_c A \Delta T$ e $q_i = \bar{h}_i A \Delta T$, possiamo scrivere che

$$q_1 = q_{c,1} + q_{i,1} = \bar{h}_{c,1} A (T_G - T_{SG}) + \bar{h}_{i,1} A (T_G - T_{SG}) = A (\bar{h}_{c,1} + \bar{h}_{i,1}) (T_G - T_{SG})$$

dove T_G è la temperatura del gas caldo e T_{SG} quella della superficie interna della parete.

Indicando con R_1 la **resistenza termica effettiva** $\frac{1}{A(\bar{h}_{c,1} + \bar{h}_{i,1})}$ del primo elemento, possiamo dunque scrivere che

$$q_1 = \frac{1}{R_1} (T_G - T_{SG})$$

In condizioni di regime stazionario, la potenza termica trasmessa per conduzione attraverso la parete (secondo elemento del sistema) è uguale alla precedente e sarà data, in modo del tutto analogo a prima, da

$$q_2 = q_{K,2} = \frac{kA}{L}(T_{SG} - T_{SF}) = K_K(T_{SG} - T_{SF}) = \frac{1}{R_2}(T_{SG} - T_{SF})$$

dove T_{SF} è la temperatura superficiale della parete dal lato del refrigerante, mentre R_2 è la resistenza termica del secondo elemento.

Infine, dopo aver attraversato la parete, il calore passa, per convezione attraverso il terzo elemento, al refrigerante. Ritenendo il calore trasmesso per irraggiamento trascurabile rispetto a quello trasmesso per convezione, la potenza termica nell'ultimo stadio è

$$q_3 = q_{C,3} = \bar{h}_{C,3}A(T_{SF} - T_F) = \frac{1}{R_3}(T_{SF} - T_F)$$

dove T_F è la temperatura del refrigerante, mentre R_3 è la resistenza termica del terzo elemento⁵.

Generalmente, in un problema di questo tipo, i dati a disposizione sono la temperatura del gas caldo T_G , la temperatura del refrigerante T_F e le caratteristiche dei materiali coinvolti. Partendo da questi due soli dati, si può arrivare a calcolare q : infatti, i tre stadi della trasmissione di calore nel sistema sono evidentemente in serie, in quanto il calore q che attraversa ogni stadio è sempre lo stesso (ossia $q=q_1=q_2=q_3$), per cui basta considerare la differenza di temperatura tra i due estremi, ossia $\Delta T=T_G-T_F$, e la resistenza termica complessiva R_{tot} che si oppone al flusso termico:

$$q = \frac{\Delta T}{R_{tot}} = \frac{T_G - T_F}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Le tre resistenze termiche sono state prima definite:

- per il primo stadio, in cui il calore si trasmette, in parallelo, per convezione e irraggiamento, abbiamo che $R_1 = \frac{1}{A(\bar{h}_{C,1} + \bar{h}_{I,1})}$;
- per il secondo stadio, dove il calore si trasmette per conduzione, per cui $R_2 = \frac{L}{kA}$;
- infine, per il terzo stadio, avendo solo una convezione, abbiamo che $R_3 = \frac{1}{\bar{h}_{C,3}A}$.

Sostituendo queste tre espressioni, abbiamo che

$$q = \frac{T_G - T_F}{\frac{1}{A(\bar{h}_{C,1} + \bar{h}_{I,1})} + \frac{L}{kA} + \frac{1}{\bar{h}_{C,3}A}} = A \frac{T_G - T_F}{\left(\frac{1}{\bar{h}_{C,1} + \bar{h}_{I,1}}\right) + \frac{L}{k} + \frac{1}{\bar{h}_{C,3}}}$$

I parametri a secondo membro sono tutti noti, per cui si può calcolare q .

⁵ Facciamo osservare che la conduttanza per unità di superficie h_C ha, in generale, valori diversi nel primo ($h_{C,1}$) e nel terzo elemento ($h_{C,3}$) del sistema. Anche le aree relative ai tre stadi della trasmissione del calore non sono uguali, ma, essendo la parete molto sottile, la variazione dell'area è tanto piccola che in questo sistema può essere trascurata.

E' interessante notare che l'espressione appena ricavata per q consente di evidenziare il peso che ciascun meccanismo di scambio termico ha nel valore di q stesso: può infatti capitare che uno dei tre contributi a denominatore risulti decisamente predominante rispetto agli altri, nel qual caso il problema si semplifica.

La valutazione numerica delle diverse resistenze o conduttanze di un sistema termico rappresenta, in genere, la parte più difficile di ogni problema di trasmissione del calore.

Coefficiente globale di scambio termico

Consideriamo ancora l'equazione

$$q = \frac{\Delta T}{R_{\text{tot}}} = \frac{T_G - T_F}{R_1 + R_2 + R_3}$$

In questa equazione, la potenza termica scambiata è espressa solo in funzione della differenza globale di temperatura e delle caratteristiche termiche dei singoli elementi nei quali passa il calore. Ci sono alcuni problemi, in particolare nel progetto degli **scambiatori di calore**, nei quali conviene semplificare la scrittura di quella relazione: tale semplificazione si ottiene semplicemente combinando le singole resistenze o conduttanze del sistema in un'unica grandezza, che prende il nome di **coefficiente globale di scambio termico**⁶ (simbolo: **U·A**): usando questo coefficiente, l'espressione della potenza termica scambiata diventa

$$q = U \cdot A \cdot \Delta T = U \cdot A \cdot (T_G - T_F)$$

dove A è l'area della superficie attraverso la quale avviene lo scambio termico e dove si è evidentemente posto

$$U \cdot A = \frac{1}{R_{\text{tot}}} = \frac{1}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Come già detto in precedenza, la valutazione numerica delle diverse resistenze o conduttanze di un sistema termico rappresenta, in genere, la parte più difficoltosa di ogni problema di trasmissione del calore. *Una volta valutate, con i metodi che vedremo, le singole resistenze o conduttanze, può essere ricavato il coefficiente globale di scambio termico e, a regime stazionario, può determinarsi la potenza termica scambiata per una certa differenza di temperatura.*

In generale, nel flusso termico attraverso N elementi in serie, la conduttanza globale UA è data da

$$U \cdot A = \frac{1}{R_{\text{tot}}} = \frac{1}{R_1 + R_2 + \dots + R_N}$$

Il coefficiente globale di scambio termico è utile soprattutto nei problemi che riguardano sistemi termici costituiti da parecchi elementi connessi in serie. Lo studio del flusso termico al contorno di geometrie complesse, invece, può essere semplificato servendosi della **conduttanza termica**

⁶ Talvolta si parla anche di *conduttanza unitaria globale* oppure *trasmissione globale*.

globale per unità di superficie, indicata con \bar{h} : essa combina infatti gli effetti del flusso di calore per convezione ed irraggiamento tra una superficie ed un fluido ed è definita dalla relazione

$$\bar{h} = \bar{h}_c + \bar{h}_r$$

Il parametro \bar{h} indica dunque la potenza termica media per unità di area scambiata tra una superficie ed un fluido sotto la differenza di temperatura di 1 grado. La sua unità di misura è la **kcal/hm²°C** (oppure W/m²°C nel SI).

ANALOGIA TRA FLUSSO TERMICO E FLUSSO ELETTRICO

*Due sistemi si dicono **analoghi** quando sono retti da equazioni simili ed hanno condizioni ai limiti simili.* Questo significa che l'equazione che descrive il comportamento di un sistema può essere trasformata nell'equazione dell'altro sistema cambiando semplicemente i simboli delle variabili.

Per esempio, *il flusso di calore attraverso una resistenza termica è del tutto analogo al flusso di corrente attraverso una resistenza elettrica, poiché i due tipo di flusso obbediscono ad equazioni simili:* se si sostituisce, nell'equazione della potenza termica $q=\Delta T/R$, al simbolo del **potenziale termico** T il simbolo del potenziale elettrico, ossia la differenza di potenziale elettrico ΔE , al simbolo della **resistenza termica** R il simbolo della resistenza elettrica R_E , si ottiene l'equazione del flusso di corrente $I=\Delta E/R_E$ (legge di Ohm).

Avendo allora stabilito questa analogia fondamentale, si possono applicare ai problemi di trasmissione del calore, alcuni concetti della teoria della corrente continua: ogni circuito elettrico ha un **circuito termico corrispondente** e viceversa. Ad esempio, nel caso prima esaminato del motor di un razzo, abbiamo osservato la presenza di tre elementi che, essendo attraversati dalla stessa potenza termica q , si dicono **in serie**; nello stesso tempo, abbiamo anche osservato, in seno al primo stadio del sistema (passaggio dal gas caldo alla superficie interna del reattore), lo scambio di calore secondo due meccanismi (convezione e irraggiamento), i quali, essendo dovuti alla stessa differenza di temperatura, si dicono **in parallelo**.

Esempio

Facciamo un altro esempio sulla falsa riga di quello del motore del razzo. Consideriamo perciò uno scambiatore di calore avente la seguente struttura:

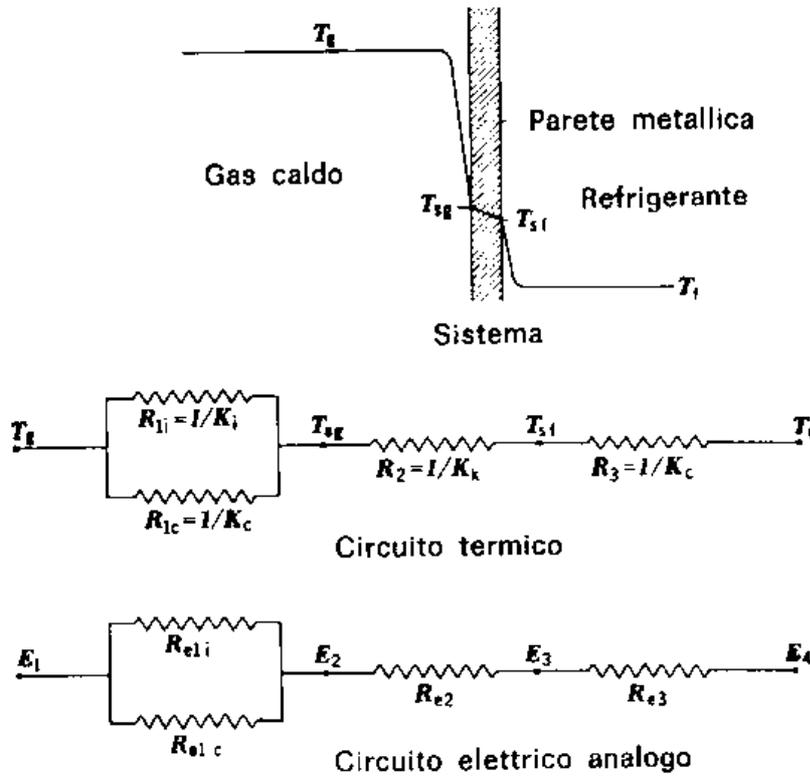


Figura 5 - Circuito termico e circuito elettrico analogo per il flusso termico da un gas caldo ad un refrigerante attraverso una parete metallica. E' evidente la serie di 3 meccanismi, di cui il primo formato a sua volta dal parallelo di due meccanismi

Abbiamo dunque ancora una volta un gas caldo, a temperatura T_G , a contatto con una parete metallica, la quale, sull'altra faccia, è a sua volta a contatto con un liquido refrigerante, a temperatura T_F . Supponiamo che, per vincoli costruttivi, la massima temperatura della *faccia calda* della parete possa essere $T_{SG,max}=540^\circ\text{C}$. Supponiamo inoltre di conoscere la temperatura del gas caldo ($T_G=1040^\circ\text{C}$) e quella del refrigerante ($T_F=38^\circ\text{C}$). Infine, supponiamo di conoscere anche i seguenti dati:

$$\text{conduttanza unitaria dal lato freddo: } h_3 = 240(\text{kcal/h} \cdot \text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$$

$$\text{conduttanza unitaria dal lato caldo: } h_1 = 200(\text{kcal/h} \cdot \text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$$

Vogliamo calcolare il massimo valore ammissibile della resistenza termica unitaria della parete metallica.

La soluzione del problema si basa su discorsi del tutto analoghi a quelli fatti prima: infatti, supponendo il regime permanente, abbiamo ancora una volta i tre stadi in serie, per cui possiamo sicuramente eguagliare la potenza termica che fluisce dal gas caldo alla parete alla potenza termica che fluisce all'interno della parete ed anche alla potenza termica che fluisce dalla parete (lato freddo) al refrigerante. In realtà, possiamo anche fare più in fretta, eguagliando la potenza termica q_1 che fluisce dal gas caldo alla parete (lato caldo) direttamente alla potenza termica q_{23} che fluisce dalla parete (sempre lato caldo) al refrigerante:

$$q_1 = \frac{T_G - T_{SG}}{R_1} \quad \xrightarrow{q_1=q_{23}} \quad \frac{T_G - T_{SG}}{R_1} = \frac{T_{SG} - T_F}{R_2 + R_3}$$

$$q_{23} = \frac{T_{SG} - T_F}{R_2 + R_3}$$

Dall'espressione ottenuta possiamo esplicitare R_2 :

$$R_2 = \frac{T_{SG} - T_F}{T_G - T_{SG}} R_1 - R_3$$

In realtà, però, il problema ci chiede la resistenza unitaria, ossia AR_2 . Ci basta allora uguagliare, anziché q_1 e q_{23} , le quantità q_1/A e q_{23}/A :

$$\frac{q_1}{A} = \frac{T_G - T_{SG}}{AR_1} \quad \xrightarrow{\frac{q_1}{A} = \frac{q_{23}}{A}} \quad \frac{T_G - T_{SG}}{AR_1} = \frac{T_{SG} - T_F}{AR_2 + AR_3}$$

$$\frac{q_{23}}{A} = \frac{T_{SG} - T_F}{AR_2 + AR_3}$$

Da qui esplicitiamo la quantità richiesta:

$$AR_2 = \frac{T_{SG} - T_F}{T_G - T_{SG}} AR_1 - AR_3$$

A questo punto, la quantità AR_1 non è altro che la resistenza unitaria del lato caldo, mentre AR_3 quella del lato freddo: dato che conosciamo le conduttanze unitarie dei due lati, possiamo scrivere che

$$\frac{1}{h_2} = AR_2 = \frac{T_{SG} - T_F}{T_G - T_{SG}} \frac{1}{h_1} - \frac{1}{h_3}$$

Le quantità a secondo membro sono dunque tutte note, per cui possiamo effettuare i calcoli: considerando che noi conosciamo $T_{SG,max}$, il risultato che otteniamo è che

$$AR_{2,max} = 0.85 \cdot 10^{-3} (\text{h} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C} / \text{kcal})$$

In pratica, quindi, se la parete metallica possedesse una resistenza termica unitaria superiore a quella trovata, essa innalzerebbe la temperatura T_{SG} al di sopra dei 540°C .

Autore: **SANDRO PETRIZZELLI**
 e-mail: sandry@iol.it
 sito personale: <http://users.iol.it/sandry>
 succursale: <http://digilander.iol.it/sandry1>