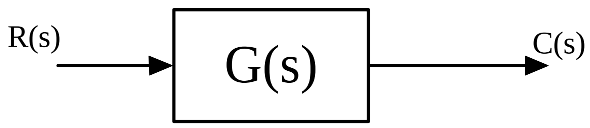
Appunti di Controlli Automatici 1
"Tipo" di un sistema

"Tipo" di un sistema

Consideriamo un **sistema ad anello aperto** avente il seguente schema a blocchi:



Per introdurre il concetto di **tipo** di un sistema, dobbiamo fare alcune osservazioni a proposito della **funzione di trasferimento G(s)** del sistema stesso.

E' noto che la funzione G(s) può essere posta nella seguente *forma fattorizzata*:

$$G(s) = \frac{\alpha \prod_{k=1}^{m} (s + z_k)}{\prod_{i=1}^{n} (s + p_i)}$$

dove $z_1, \ldots, z_m$ sono gli **zeri** (non necessariamente tutti distinti), $p_1, \ldots, p_n$ i **poli** (anch'essi non necessariamente tutti distinti, ma sicuramente distinti dagli zeri) ed α il cosiddetto **guadagno**.

La prima operazione da fare consiste nel mettere in evidenza eventuali poli della funzione G(s) situati nell'origine: nell'ipotesi che questa funzione abbia un numero μ di poli nell'origine, è chiaro che possiamo riscrivere la funzione nella forma

$$G(s) = \alpha \frac{\prod_{k=1}^{m} (s + z_k)}{s^{\mu} \prod_{i=1}^{n-\mu} (s + p_i)}$$

In secondo luogo, possiamo moltiplicare e dividere il numeratore della funzione per un termine pari al prodotto $z_1 \ldots z_m$ degli m zeri della funzione stessa: con delle semplici manipolazioni algebriche, abbiamo che

$$G(s) = \alpha z_1 \ldots z_m \frac{\frac{(s+z_1)}{z_1}\frac{(s+z_2)}{z_2}\cdots\frac{(s+z_m)}{z_m}}{s^{\mu}\prod_{i=1}^{n-\mu}(s+p_i)} = \alpha z_1 \ldots z_m \frac{\left(\frac{1}{z_1}s+1\right)\left(\frac{1}{z_2}s+1\right)\ldots\left(\frac{1}{z_m}s+1\right)}{s^{\mu}\prod_{i=1}^{n-\mu}(s+p_i)} =$$

$$= \alpha z_1 \ldots z_m \frac{(T_1 s+1)(T_2 s+1)\ldots(T_m s+1)}{s^{\mu}\prod_{i=1}^{n-\mu}(s+p_i)} = \alpha' \frac{\prod_{k=1}^{m}(1+sT_k)}{s^{\mu}\prod_{i=1}^{n-\mu}(s+p_i)}$$

dove nel termine $\alpha' = \alpha z_1 \ldots z_m$ sono stati inglobati il guadagno e gli m zeri e dove le costanti T_k (per k=1,...m) hanno le dimensioni di **costanti di tempo** (misurate cioè in secondi).

Possiamo fare chiaramente la stessa cosa al denominatore con gli n-μ poli diversi da zero: con passaggi analoghi, otteniamo la funzione di trasferimento espressa nella forma

$$\boxed{G(s) = \alpha^{*} \frac{\prod_{k=1}^{m}(1+sT_k)}{s^{\mu}\prod_{i=1}^{n-\mu}(1+sT_i)}}$$

Detto questo, il concetto di **tipo** del sistema fa riferimento al numero μ di poli che G(s) presenta nell'origine:

- quando **μ=0** (cioè quando non ci sono poli nell'origine), si dice che G(s) è **di tipo 0**: abbiamo in questo caso che

$$G(s) = \alpha^{*} \frac{\prod_{k=1}^{m}(1+sT_k)}{\prod_{i=1}^{n}(1+sT_i)}$$

e α^* prende il nome di **guadagno statico** o anche **fattore di guadagno statico**;

- quando μ**=1** (un polo semplice nell'origine), si dice che G(s) è **di tipo 1**:

$$G(s) = \alpha^* \frac{\prod_{k=1}^{m}(1+sT_k)}{s\prod_{i=1}^{n-1}(1+sT_i)}$$

- quando μ**=2** (cioè un polo doppio nell'origine), si dice che G(s) è **di tipo 2**:

$$G(s) = \alpha^* \frac{\prod_{k=1}^{m}(1+sT_k)}{s^2\prod_{i=1}^{n-2}(1+sT_i)}$$

Sottolineiamo che <u>difficilmente si ha a che fare con sistemi di tipo >2</u>. Molto spesso il polo nell'origine, semplice o doppio, viene volutamente introdotto nella funzione di trasferimento del *regolatore* (posto a monte del sistema controllato), al fine di ottenere determinate caratteristiche dell'andamento asintotico (cioè per $t\rightarrow\infty$) della risposta.

Autore: **Sandro Petrizzelli**
e-mail: sandry@iol.it
sito personale: http://users.iol.it/sandry